

**UNIVERSIDAD ANTONIO RUIZ DE MONTOYA**

Facultad de Filosofía, Educación y Ciencias Humanas



**LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LA INVESTIGACIÓN  
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: REFLEXIONES Y DATOS  
BIBLIOMÉTRICOS**

Trabajo de Investigación para optar al Grado Académico en Bachiller en Educación

**ROBERTO CHACALIAZA SOTO**

**Asesor**

**Roberto Francisco Brañez Medina**

**Lima – Perú**

**Diciembre de 2020**

## EPÍGRAFE

*Las matemáticas son el lenguaje, son el idioma que usó Dios para escribir el mundo.*

GALILEO GALILEI



## DEDICATORIA

Al Creador de todas las cosas, el que me ha dado la fortaleza para continuar cuando a punto de rendirme estuve; por ello, con toda la humildad, dedico en primer lugar mi trabajo a Dios.

De igual forma, dedico este trabajo a mis padres, por su sacrificio y esfuerzo, por darme una carrera para el futuro y creer en todas mis capacidades.

A mi amada novia, Diana, por ser mi fuente de motivación e inspiración para superarme cada día más.

A mis maestros, quienes nunca desistieron al enseñarme, aún cuando las condiciones del contexto no eran las propicias.

## **AGRADECIMIENTO**

En primer lugar, doy infinitamente gracias a Dios, por haberme dado fuerza y valor para culminar esta etapa de mi vida.

Agradezco también la confianza y el apoyo brindado por parte de mis padres, que sin duda alguna en el trayecto de mi vida me han demostrado su amor, celebrando mis triunfos.

A mi novia, que con sus sabios consejos me ha ayudado a afrontar los retos que se me han presentado a lo largo de la vida académica.

Al docente Roberto Brañez, por su apoyo incondicional en el transcurso de la elaboración de la presente investigación.

## RESUMEN

El presente artículo está estructurado en dos partes principales. En la primera, se hace una breve reflexión sobre el papel de la modelización matemática en el ámbito de la investigación en didáctica de la matemática. En ese sentido, se fundamenta la importancia de dicha teoría para los avances de la asignatura y, específicamente, para el trabajo de todo educador matemático. Por consiguiente, en la segunda parte se presenta una serie de datos bibliométricos sobre la presencia de la modelización matemática, los cuales fueron compilados luego de un análisis exhaustivo de cuatro fuentes primarias. Por último, luego de someter a un análisis cualitativo a dichas fuentes secundarias, se señalan ciertas tendencias dentro de la comunidad científica, tomando en cuenta también las interpretaciones de dicha teoría por zona geográfica.

**Palabras clave:** Modelización matemática, Indicadores bibliométricos, Didáctica de la matemática, Enfoques de la modelización matemática, Agendas de investigación.

## ABSTRACT

This article is structured in two main parts. In the first, a brief reflection is made on the role of mathematical modeling in the field of research in mathematics didactics. In this sense, the importance of this theory for the progress of the subject and, specifically, for the work of all mathematics educators is based. Therefore, the second part presents a series of bibliometric data on the presence of mathematical modeling, which were compiled after an exhaustive analysis of four primary sources. Finally, after subjecting these secondary sources to a qualitative analysis, certain trends are pointed out within the scientific community, also taking into account the interpretations of said theory by geographical area.

**Key Words:** Mathematical modeling, Bibliometric indicators, Didactics of mathematics, Approaches to mathematical modeling, Research agendas.

## TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN.....	10
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	11
CAPÍTULO II: METODOLOGÍA.....	14
2.1. Revisión de los procedimientos de recojo-sistematización-análisis.....	14
2.2. Explicación y sustentación de la elección de las fuentes primarias.....	14
CAPÍTULO III: DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	17
3.1. Contenedores.....	17
3.2. Autores.....	19
3.3. Años.....	22
3.4. Géneros textuales.....	23
3.5. Ciudades.....	24
3.6. Editoriales.....	25
3.7. Idiomas.....	26
3.8. Número de citas de cada fuente secundaria.....	26
3.9. Indicadores de producción.....	27
3.9.1. Índice de productividad de Lotka.....	28
3.9.2. Índices de productividad.....	29
3.9.3. Índice de transitoriedad.....	32
Conclusiones.....	36
Recomendaciones.....	37
Bibliografía.....	38





## INTRODUCCIÓN

Un contraste permanente, es formular que es incompatible articular las diversas perspectivas de la modelización matemática. En particular, esta visión puede implicar que se omita algunas variables que intervienen en la producción teórica, y conllevar a hacer generalizaciones erradas en eminentes fases empíricas. En suma, la evolución de la concepción de la modelización matemática, muestra un interés progresivo por delimitarla desde cada teoría de la didáctica de la matemática, lo cual, demanda que se hagan los esfuerzos necesarios para compilar los datos bibliométricos, a fin de fomentar un análisis interdisciplinario y conocer mejor este ámbito de investigación, ante eminentes producciones académicas.

Hay muchas formas de explorar el desarrollo científico de la educación matemática; uno de los cuales es el procesamiento de información recopilada en determinadas fuentes primarias. Esta información contiene metadatos importantes como títulos, autores, referencias citadas, fuentes y bibliografía entre otros. Estos datos no sustituyen a las fuentes secundarias correspondientes, pero aportan información valiosa para dar una idea aproximada de su contenido.

Para lograr tal propósito, el presente trabajo de investigación se estructuró de la siguiente manera. En el primer capítulo, se presenta el planteamiento del problema que dio origen a la presente investigación, además de que precisa el objetivo y la pregunta que orientan el desarrollo de la misma. Seguidamente, en el segundo capítulo, se presenta la metodología empleada para los procedimientos de recojo, sistematización y análisis de las fuentes primarias, además de que se fundamenta la respectiva elección de las mismas como unidades de análisis. Ya en el tercer capítulo, se procede a presentar la discusión de los resultados, en base a los 9 criterios de análisis preestablecidos. Por consiguiente, en los capítulos cuarto y quinto respectivamente, se precisan las conclusiones y recomendaciones en base a los resultados presentados en el tercer capítulo.

## CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

De acuerdo a Sáenz & Laza (2018), Freudenthal, desde fines de la década de los sesenta, pretendía eliminar la imperante matemática moderna en su país. Para consolidar su propuesta, planteaba la génesis y el desarrollo de modelos matemáticos, los cuales, en conjunto, darían paso a que las situaciones realistas de enseñanza sirvieran de puente o escalón entre los diversos niveles de matematización.

Actualmente, el programa PISA (Programme for International Student Assessment) plantea una evaluación internacional de los conocimientos y destrezas desarrollados por los alumnos de 15 años, además de que determina el nivel de capacidad que poseen los mismos en el proceso de aplicación. Para dar más detalle de las competencias matemáticas que son evaluadas, Sáenz & Laza (2018) especifican: “PISA identifica siete competencias que emergen de estos procesos de matematización: pensar y razonar; argumentar; comunicar; modelizar; plantear y resolver problemas; representar y utilizar lenguaje simbólico, formal y técnico; y la utilización de las operaciones” (p.219). En base a dicho planteamiento, PISA asume que estas competencias debieran de ser desarrolladas en el proceso de enseñanza de cada uno de los contenidos temáticos de las áreas de la matemática en los diversos sistemas educativos del mundo.

Un claro ejemplo de la aplicación del planteamiento del programa PISA, es el caso de *The Principles and Standards for School Mathematics*. Este documento curricular normativo, fue formulado en los Estados Unidos de Norteamérica, en el año 2000, por la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). A través de la enseñanza del álgebra, la NCTM (2000) plantea el desarrollo de las siguientes capacidades: “comprender patrones, relaciones y funciones; representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos; usar modelos matemáticos para

representar y comprender relaciones cuantitativas; y analizar el cambio en varios contextos” (p.296).

En contraste con el planteamiento del programa PISA, en nuestro país, el Ministerio de Educación (2016) a través del Currículo Nacional, precisa el desarrollo de las siguientes competencias: “resuelve problemas de cantidad; resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio; resuelve problemas de forma, movimiento y localización y resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre” (p.41). En este documento normativo que orienta la práctica pedagógica, los contenidos temáticos del álgebra y de la geometría están propuestos en la segunda y tercera competencia, respectivamente. Para la propuesta de enseñanza del álgebra, se promueve el desarrollo de las siguientes capacidades: “traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas; comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas; usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales; y argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia” (Minedu, 2016, p.251). Por su parte, en la propuesta de enseñanza de la geometría y la trigonometría, se tiene como propósito desarrollar las siguientes capacidades: “modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones; comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas; usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio; y argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas” (Minedu, 2016, p.263).

Asimismo, según Kaiser (citado en Kaiser & Sriraman, 2006), para el año 1983, las dos únicas perspectivas de modelización matemática eran la pragmática y la científico-humanista, propuestas por Pollak (1969) y Freudenthal (1973), respectivamente. No obstante, estas dos corrientes dieron origen a muchos de los actuales posicionamientos por parte de cada una de las teorías de la didáctica de la matemática. Ahora bien, pese a que todas las perspectivas vigentes de la modelización matemática comparten ciertos aspectos en común, las diferencias significativas entre las mismas propician los diversos tipos de aplicaciones de la modelización matemática en los sistemas educativos en el mundo.

Por otro lado, los avances contemporáneos de las ciencias de la información han incrementado el interés por el estudio del desarrollo científico. En este sentido, el presente trabajo se centra en el desarrollo de la modelización matemática, un enfoque teórico de la didáctica matemática que está ganando un notable nivel de organización. En todo el mundo se pueden encontrar varios términos relacionados con la enseñanza y el

aprendizaje de las matemáticas, que han sido denominados en muchos idiomas como modelización matemática, modelación matemática, modelaje matemático, modelado matemático, mathematical modeling, mathematical modelling, entre otros. La discusión sobre cuál es el término adecuado suele conducir a muchas encrucijadas epistemológicas. Sin embargo, todos ellos destacan el propósito de educar a través de la instrucción matemática.

Concedido todo esto, es imprescindible plantear una investigación cuyo objetivo sea caracterizar las perspectivas vigentes de la modelización matemática, a partir del análisis bibliométrico de las diversas producciones académicas compiladas de manera indirecta de las comunidades de investigación. Por tal motivo, el presente artículo pretende aproximarse a la caracterización de las producciones académicas publicadas en la ICTMA, la ECME Y CERME, las cuales están relacionadas con las diversas perspectivas de la modelización matemática. Asimismo, se determinarán las continuidades.

## **CAPÍTULO II: METODOLOGÍA**

### **2.1. Revisión de los procedimientos de recojo-sistematización-análisis**

Después de comparar la información almacenada en la International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA); libros virtuales elaborados por autores de la referida comunidad en la Editorial Springer; producciones académicas de la Pontificia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), la Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) y la Universidad de Granada; además de producciones académicas del Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino (CREMM), se decidió utilizar los recursos de la Universidad de Granada, por la mayor cantidad de información almacenada en ella, y por su facilidad de uso con búsqueda automática. La búsqueda se desarrolló a mediados del mes de agosto del 2020, mediante el siguiente comando: “modelización matemática”. Este último procedimiento se tomó debido a las restricciones en el repositorio de tesis de la Universidad de Granada. Como resultado, se obtuvieron dos tesis doctorales. Posterior a realizar una revisión exhaustiva de las mismas, se seleccionaron las 4 fuentes primarias, las cuales serán descritas en el apartado siguiente. En consecuencia, se elaboró una matriz en Microsoft Excel con los siguientes criterios: Contenedor, Autor(es), Año, Género textual, Ciudad, Editorial, Idioma, Dirección web, Veces citadas y los códigos de las cuatro fuentes primarias.

### **2.2. Explicación y sustentación de la elección de las fuentes primarias**

Para emprender el proceso de selección de las fuentes primarias a ser analizadas, se decidió considerar aquellas producciones académicas cuyo enfoque era describir las diversas perspectivas de la modelización matemática, además de que tales fueran citadas en tesis doctorales de modelización matemática de la Universidad de Granada. Posterior a ello, se descartaron aquellas producciones académicas que abordaran menos de cuatro

enfoques de la modelización matemática en su desarrollo. En consecuencia, el corpus de fuentes primarias estuvo integrado por cuatro elementos, los cuales serán descritos a continuación.

Blum, Galbraith, Wolfwang & Hein (2007), en su libro titulado “*Modelling and applications in mathematics education. The 14<sup>th</sup> ICMI Study*”, compilan artículos académicos del mundo organizados en capítulos, donde se abordan la perspectiva epistemológica del modelado y su relación con el modelado emergente; el rol de la autenticidad y los objetivos relacionados con el modelado en la matemática realista; el dilema entre la competencia de modelado y las competencias de modelado; la contribución de las actividades de modelado a otras competencias matemáticas; las estrategias pedagógicas para el desarrollo de cursos de modelado y el rol de la tecnología; los obstáculos y errores de aprendizaje en la implementación y práctica del modelado; además de la asistencia docente y modos de evaluación, tanto en la competencia de modelado como en planes de estudio sobre modelado y aplicaciones.

También desde el contexto alemán, Kaiser & Schwarz (2010) en su artículo titulado “Authentic modelling problems in mathematics education. Examples and experiences”, plantean un reajuste de los criterios elaborados por Gabriele Kaiser, en su intento de sistematización de las perspectivas de la modelización matemática presentes en los reportes de investigación expuestos en el CERME4, CERME5 Y CERME6. Ya en esta propuesta, se identifican los siguientes enfoques: la modelización aplicada o realística, la modelización en contexto, el enfoque de modelización inducida, la modelización educativa didáctica, la modelización educativa conceptual, la modelización sociocrítica, la modelización epistemológica, además de la modelización conceptual. Asimismo, en dicho proceso de sistematización, se observaron aportes teóricos del pragmatismo anglosajón, las teorías didácticas y de aprendizaje, los enfoques sociocríticos de la sociología política, la epistemología románica, la psicología cognitiva y del debate de resolución de problemas americanos.

En un artículo titulado “Different perspectives in research on the teaching and learning of mathematical modelling – Categorising the TSG21 papers”, Blomhøj (2009) asevera que es partícipe de un proyecto de unificación de las perspectivas de la modelización matemática en la revista ZDM. No obstante, pone en claro que el logro de dicho propósito demandará un trabajo previo de revisión de la conceptualización de la modelización matemática, determinar la pregunta de investigación a la que responde cada

enfoque, además del rol que cumple el ciclo de modelización en cada postura. Por consiguiente, luego de incluir algunas investigaciones brasileñas en su corpus de análisis, logra identificar las siguientes perspectivas: la modelización realista, la modelización conceptual, el enfoque educativo del aprendizaje de las matemáticas, el enfoque educativo del aprendizaje de la modelización, el enfoque epistemológico, el enfoque cognitivo y el enfoque socio-crítico.

Por su parte, Cai, Cirillo, Pelesko, Borromeo, Borba, Geiger, Stillman, English, Wake, Kaiser & Kwon (2014) en su ponencia, hacen mención a cinco perspectivas de la modelización matemática. Particularmente, se describe que la perspectiva matemática diferencia la modelización matemática de la resolución de problemas matemáticos, y centra su atención en el dilema de la competencia-competencias de modelado; mientras que la perspectiva cognitiva lo hace en la conversión de los problemas mal estructurados y en la diferenciación de los modeladores expertos y los modeladores novatos. Asimismo, la perspectiva curricular, la perspectiva instruccional y la perspectiva de la formación docente se centran respectivamente en la integración de la modelación en los textos escolares, las tareas de modelado matemático y los factores influyentes en su implementación y, por último, las capacidades docentes para el éxito de la modelización matemática.

## CAPÍTULO III: DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La búsqueda arrojó un total de 138 documentos concentrados básicamente en los últimos 52 años. El documento más antiguo titula “Why to teach mathematics so as to be useful?”, y corresponde al año 1968. Para mayor objetividad, el análisis se enmarcó de 1968 a 2015. Específicamente, los 138 documentos fueron sistematizados en una tabla de Excel que incluía artículos de revistas científicas, artículos en libros, libros y capítulos en libros. Por tanto, en el presente apartado se presentan cantidades, frecuencias, porcentajes, tablas, gráficos, además de algunos indicadores bibliométricos que permitan una adecuada descripción de los posibles cambios en la producción académica asociada a la modelización matemática.

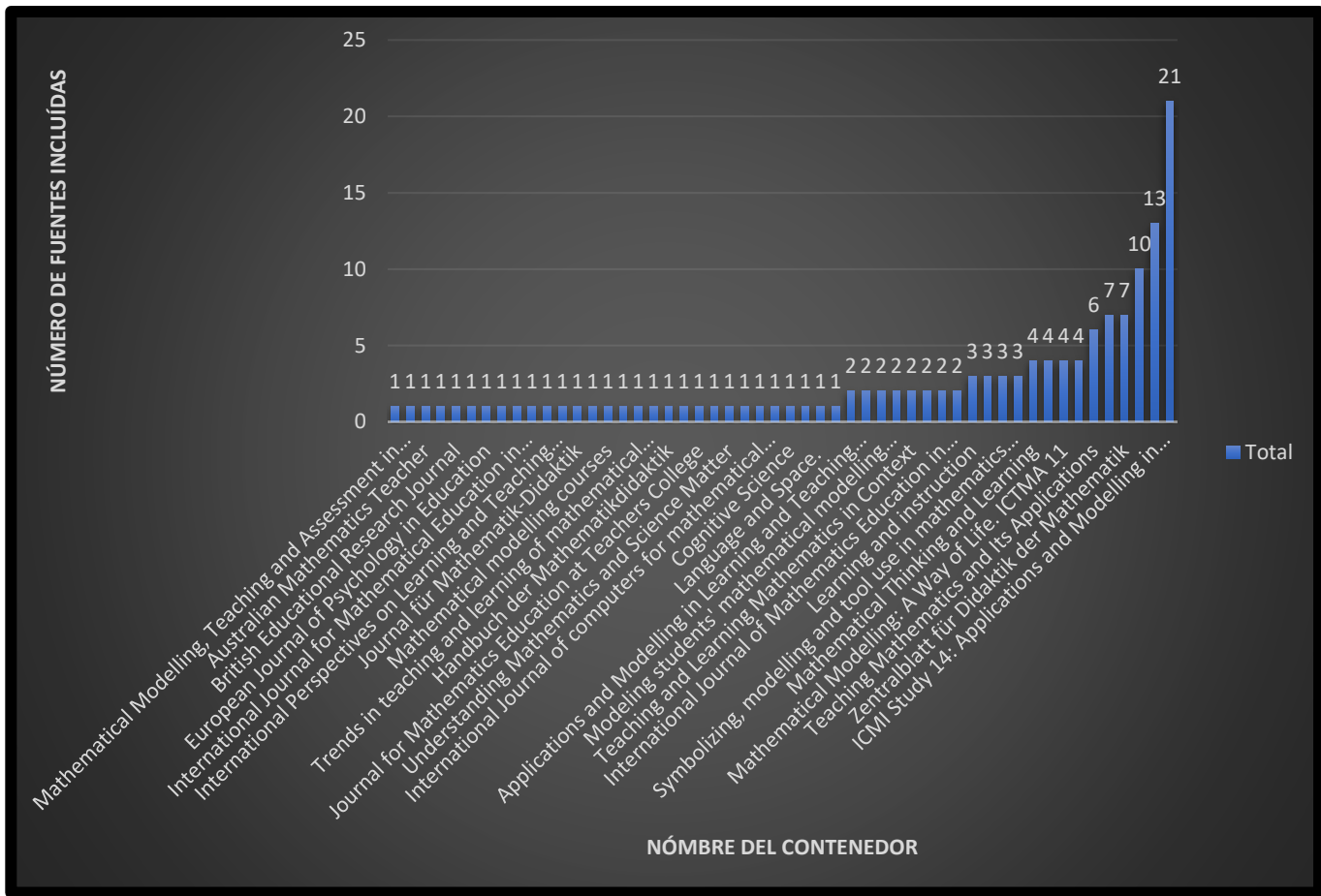
### 3.1. Contenedores

De las 138 fuentes secundarias sistematizadas, 117 se encuentran en un determinado contenedor. Por su parte, 21 fuentes secundarias sistematizadas, no se encuentran en un determinado contenedor. Asimismo, la Figura 1 evidencia la distribución de las fuentes incluídas en cada contenedor de la siguiente manera: 13 fuentes se encuentran en el contenedor de nombre “ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education”; 10 se encuentran compiladas en “ICTMA 9: Applications in Science and Technology”; 7 se encuentran compiladas en “Zentralblatt für Didaktik der Mathematik”; 7 se encuentran compiladas en “Educational Studies in Mathematics”; y 6 se encuentran en “Teaching Mathematics and Its Applications”. Importa dejar sentado, además, que la Tabla 1 registra que los contenedores que compilan entre 1 a 4 fuentes secundarias, representan un 88.47% del total de contenedores. Esto quiere decir que, el número de contenedores que compilan una cantidad menor de fuentes secundarias es del todo superior al número de contenedores que compilan una mayor cantidad de fuentes secundarias.



**Figura 1**

*Número de fuentes secundarias incluidas según el nombre del contenedor*



*Nota.* El gráfico evidencia el predominio de contenedores con pocas fuentes secundarias. **Tabla 1**

*Número de fuentes secundarias incluidas en los contenedores*

Fuentes secundarias incluidas	Frecuencia (f)	Frecuencia porcentual (%)	Porcentaje acumulado (%)
1	30	57.70	57.70
2	8	15.39	73.09
3	4	7.69	80.78
4	4	7.69	88.47
6	1	1.92	90.39
7	2	3.85	94.24
10	1	1.92	96.16
13	1	1.92	98.08
21	1	1.92	100.00
<b>Total general</b>	<b>52</b>	<b>100.00</b>	

### 3.2. Autores

De las 138 fuentes secundarias sistematizadas, se encontró un total de 139 autores, cuyos apellidos son presentados en la Tabla 2. Acontece además que, se consideró el número de fuentes secundarias en las que cada autor participó, ya sea en la redacción o elaboración. Tal es así que: 95 autores elaboraron como mínimo una publicación; 26 autores, dos publicaciones; 8 autores, tres publicaciones; 2 autores, 4 publicaciones; 2 autores, 5 publicaciones; 1 autor, 6 publicaciones; 1 autor, 7 publicaciones; 1 autor, 8 publicaciones; además que 3 autores tuvieron un total de nueve publicaciones. Esto evidencia que hay un predominio de los autores que tienen entre 1 y 2 publicaciones en comparación con los que tienen entre 3 y 9 publicaciones. Por otro lado, conviene resaltar que Blum, Niss, Haines, participan en 9 publicaciones; Galbraith, en 8; Crouch, en 7; y Lesh, en 6; lo cual los hace ser considerados como los autores más productivos.

**Tabla 2**

*Número de publicaciones en las que participó cada autor*

<b>Autores</b>	<b>N° de publicaciones</b>
Artaud	1
Arzaello	1
Barbosa	1
Basso	1
Berry	1
Bogaerts	1
Bosch	1
Caldeira	1
Carreira	1
Caylor	1
Chapman	1
Chen	1
Chevallard	1
Christiansen	1
D'Ambrosio	1
De Bock	1
De Oliveira	1
De Villiers	1
Doorman	1
Dossey	1
Fennewald	1

Fitzharris	1
Fox	1
García	1
Gascón	1
Genter	1
Greefrath	1
Haapasalo	1
Hall	1
Hanna	1
Harel	1
Hartzler	1
Hersee	1
Higueras	1
Hoff	1
Højgaard	1
Huntley	1

<b>Autores</b>	<b>N° de publicaciones</b>
----------------	----------------------------

Hvorecky	1
Ikeda	1
Izard	1
Jahnke	1
James	1
Jensen	1
Jørgensen	1
Keitel	1
Khan	1
Kitchen	1
Lakoff	1
Lakoma	1
Lambert	1
Lamon	1
Lasure	1
Leiss	1
Low	1
Maaß	1
Malheiros	1
Mancosu	1
Manklelow	1
Matsuzaki	1
McCrone	1
Meerschaert	1
Meyer	1
Moscardini	1
Mousoulides	1
Mudaly	1

Mukhopadhyay	1
Núñez	1
Ottesen	1
Palm	1
Pedersen	1
Pezzi	1
Polya	1
Pritchard	1
Reusser	1
Robson	1
Robutti	1

<b>Autores</b>	<b>N° de publicaciones</b>
----------------	----------------------------

Roelens	1
Rota	1
Roulet	1
Schauble	1
Sfard	1
Stebler	1
Stephens	1
Steward	1
Suurtamm	1
Swetz	1
Talmy	1
Toupin	1
Treilibs	1
Van	1
Vaerenbergh	1
Vergnaud	1
Vérillon	1
Villarreal	1
Williams	1
Yackel	1
Biembengut	2
Boaler	2
Bonotto	2
Borba	2
Burghes	2
Burkhardt	2
Cobb	2
Davis	2
De Corte	2
Doerr	2
English	2
Giordano	2

Henn	2
Henning	2
Holmquist	2
Julie	2
Kadijevich	2
Keune	2
Lehrer	2
Matos	2
Pollak	2

<b>Autores</b>	<b>N° de publicaciones</b>
Rabardel	2
Van Den Heuvel	2
Verschaffel	2
Weir	2
Wood	2
Freudenthal	3
Gravemeijer	3
Greer	3
Houston	3
Jablonka	3
Kaiser	3
Neill	3
Sriraman	3
Borromeo	4
Lingefjård	4
Blomhøj	5
Stillman	5
Lesh	6
Crouch	7
Galbraith	8
Haines	9
Niss	9
Blum	9
<b>Total</b>	<b>237</b>

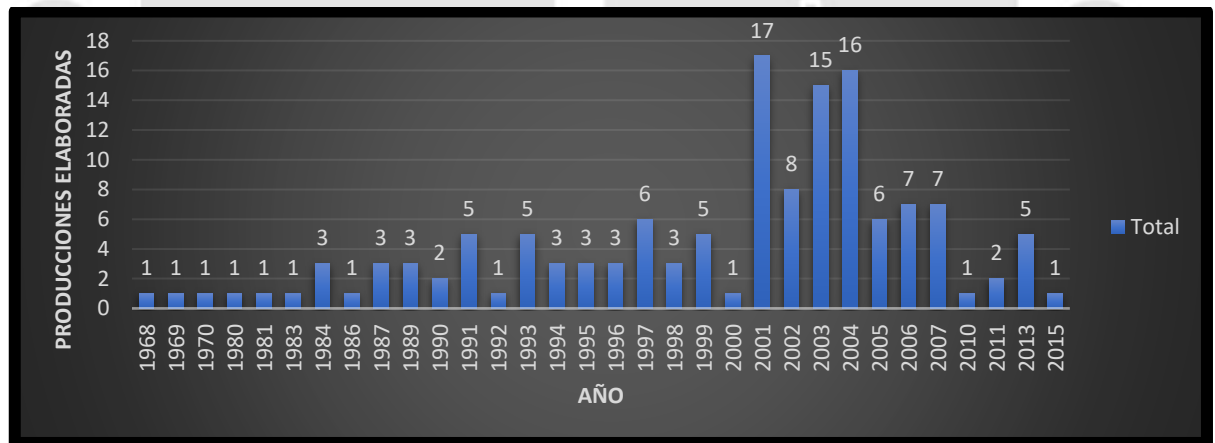
### 3.3.Años

De las 138 fuentes secundarias sistematizadas, la más antigua corresponde al año 1968, mientras que la última en ser escrita, lo fue en el año 2015. Tal como se muestra en la Figura 2, el periodo de tiempo estudiado evidencia que predominó la difusión de al menos una publicación relacionada a la modelización matemática en los años precisados en la Figura 2. Por otro lado, los años en los cuales hubo un mayor número de publicaciones sobre modelización matemática, fueron el 2001, 2003 y el 2004. Asimismo, lo descrito

también evidencia que, desde inicios del presente milenio, el número de publicaciones relacionadas a la modelización matemática se ha incrementado considerablemente en comparación con las publicaciones del siglo anterior, salvo algunas excepciones como las del año 2010 y 2015, por ejemplo.

**Figura 2**

*Número de fuentes secundarias elaboradas por cada año*



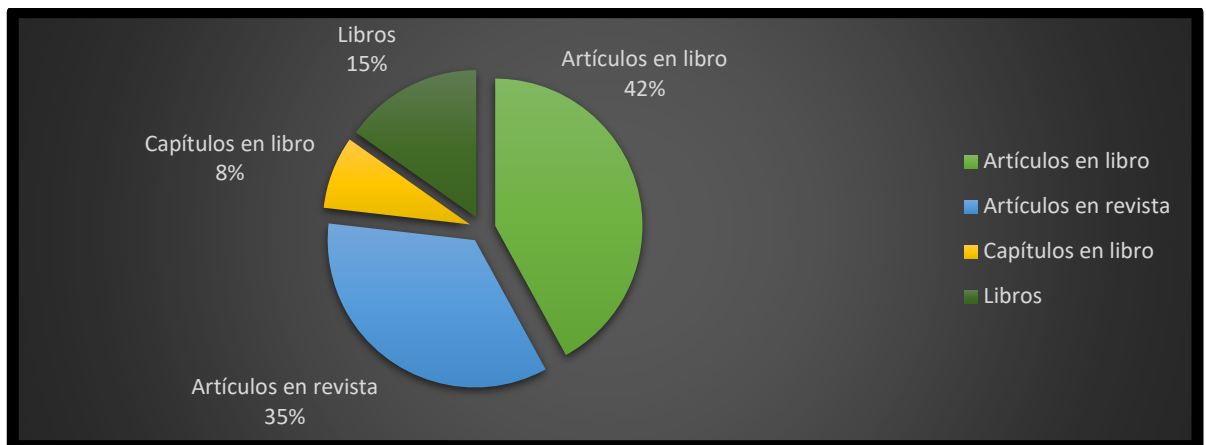
*Nota.* El gráfico evidencia que son pocos los años en que predominó un mayor número de las fuentes secundarias sistematizadas.

### 3.4. Géneros textuales

De las 138 fuentes secundarias sistematizadas, se identificó que las mismas eran artículos en libros, artículos en revistas, capítulos en libros, o incluso libros. Específicamente, se determinó que existían 58 artículos en libros, 48 artículos en revistas, 11 capítulos en libros y 21 libros. Las frecuencias porcentuales de dichas categorías, están representadas en la Figura 3. Sin lugar a dudas, predominaron los artículos en libros y artículos en revistas.

**Figura 3**

*Géneros textuales hallados en el corpus analizado*



### 3.5.Ciudades

De las 138 fuentes secundarias sistematizadas, no se encontró indicio alguno acerca del lugar de procedencia de los artículos en revistas. Por tal motivo, los 48 artículos en revista no fueron considerados para el análisis bajo este criterio. Aún así, como se especifica en la Tabla 3, las 90 producciones académicas restantes fueron publicadas en su mayoría en Chichester, Dordrecht, New York y Dortmund. Lo anteriormente descrito, es un indicio de que la mayoría de producciones sobre modelización matemática proviene de investigadores de los Estados Unidos y Alemania.

**Tabla 3**

*Número de publicaciones por ciudad*

Ciudad	Frecuencia
Auckland	1
Belo Horizonte	1
Berlín	2
Blumenau	1
Cambridge	1
Chicago	1
Chichester	35
Dordrecht	13
Dortmund	11
Göteborg	1
Mahwah	3
New York	13
Nottingham	1
Pacific Grove	2

París	1
Reston	1
Volos	1
Yorklyn	1
<b>Total general</b>	<b>90</b>

### 3.6. Editoriales

De las 138 fuentes secundarias sistematizadas, al igual que lo ocurrido con el criterio anterior, los 48 artículos en revistas no fueron considerados para el análisis de este criterio. No obstante, en la Tabla 4 se presentan las 24 editoriales que ayudaron a la difusión de parte de las fuentes secundarias analizadas. De esta manera, destacan Ellis Horwood, Springer y la Universidad de Dortmund, puesto que son las editoriales que propiciaron la difusión de la mayor cantidad de las fuentes secundarias sistematizadas. Este hecho, ratifica la idea acerca de que la mayoría de producciones sobre modelización matemática proviene de los Estados Unidos y Alemania.

**Tabla 4**

*Número de fuentes secundarias por editorial*

<b>Editorial</b>	<b>Fuentes secundaria s</b>
Academic Press	1
Albion Publishing	1
Basic Books	1
Brooks/Cole Publishing Company	2
Colin	1
Edifurb	1
Editora Autêntica	1
Ellis Horwood	31
Horwood Publishing	4
John Wiley & Sons	1
Kluwer Academic Publishers	6
Lawrence Erlbaum Associates	3
MIT Press	1
National Center for Mathematics Education	1
National Council of Teachers of Mathematics	1
Reidel	1
Shell Centre Publications	1
Springer	14



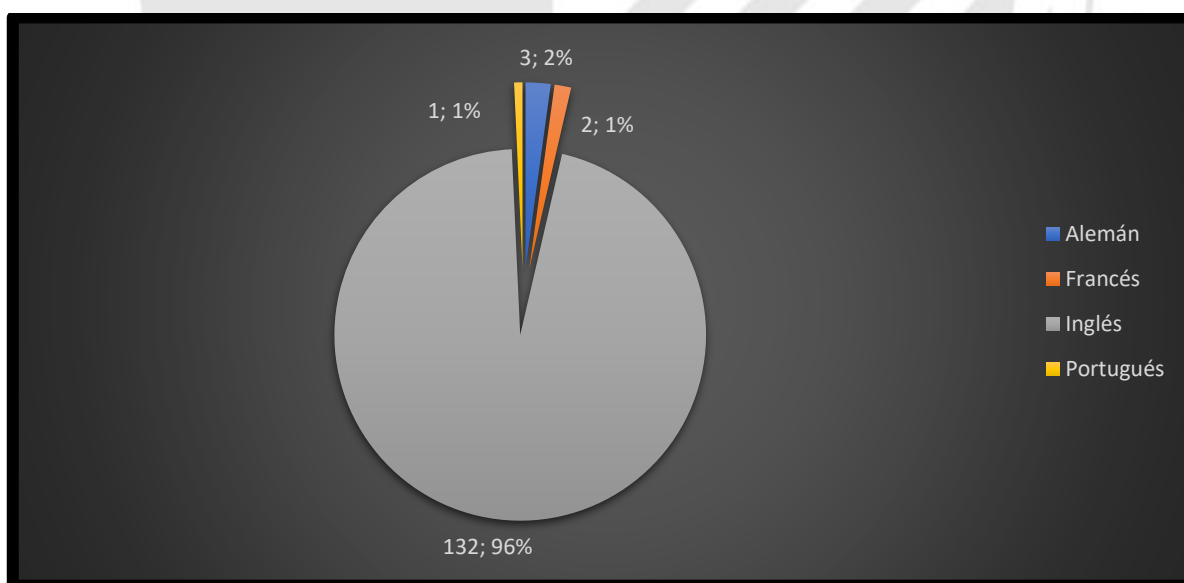
Transparent	1
University of Auckland Press	1
University of Chicago Press	1
University of Dortmund	13
University of Thesally	1
Water Street Mathematics	1
<b>Total general</b>	<b>90</b>

### 3.7. Idiomas

De las 138 fuentes secundarias sistematizadas, como se evidencia en la Figura 4, 132 producciones están escritas en inglés; 1, en portugués; 3, en alemán; y 2, en francés. Lo descrito demuestra que, el idioma más empleado actualmente en el mundo también es el más utilizado para la publicación de investigaciones vinculadas a la modelización matemática.

**Figura 4**

*Idiomas de escritura de las fuentes secundarias*



### 3.8. Número de citas de cada fuente secundaria

Tal como se describió en el apartado 1.2., se procedió a codificar las 4 fuentes primarias. Por consiguiente, se procedió a determinar el número de fuentes secundarias citadas por cada fuente primaria. Los resultados de la Tabla 5, dan cuenta de que la Fuente Primaria N° 1 cita a 101 de las fuentes secundarias del corpus analizado. En paralelo, la Fuente

Primaria N° 2 cita a 11 de las fuentes secundarias del corpus analizado, lo cual da evidencia de que es la fuente primaria que hace menos citas a las fuentes secundarias sistematizadas en la presente investigación. Posterior a tal análisis, se procedió a identificar qué fuentes secundarias eran citadas en una o más fuentes primarias. La Tabla 6, da cuenta de que 127 fuentes secundarias son citadas solo en una de las fuentes primarias; 8 fuentes secundarias son citadas únicamente en dos de las fuentes primarias; mientras que, 3 fuentes secundarias son citadas únicamente en tres de los fuentes primarias. Este resultado indica que, predominan las fuentes secundarias que son citadas tan solo una vez, en comparación con las fuentes que son citadas más de una vez.

**Tabla 5**

*Número de fuentes secundarias citadas según el nombre de la fuente primaria*

Nombre de la fuente primaria	Número de fuentes secundarias citadas
Fuente #1	101
Fuente #2	11
Fuente #3	19
Fuente #4	20

**Tabla 6**

*Frecuencia del número de citas de cada fuente secundaria en las fuentes primarias*

Número de citas de cada fuente secundaria	Frecuencia
1	127
2	8
3	3
<b>Total general</b>	<b>138</b>

### 3.9. Indicadores de producción

Para la presente investigación, se procedió a calcular el índice de productividad de Lotka, el índice de productividad y el índice de transitoriedad.

### 3.9.1. Índice de productividad de Lotka

Si bien el índice de productividad de Lotka no es un indicador cuantitativo que valore la calidad del contenido, el mismo permite predecir el número de autores con un determinado número de trabajos, en base al número de autores con un único trabajo. De acuerdo a la Tabla 7, predominan los medianos productores, dado que los mismos tienen un índice de Productividad de Lotka mayor que 0 y menor que 1, o producen entre 2 a 9 trabajos. Por otro lado, lo referido también evidencia que son pocos los autores que publican el mayor número de trabajos, tal como se muestra en la Figura 5.

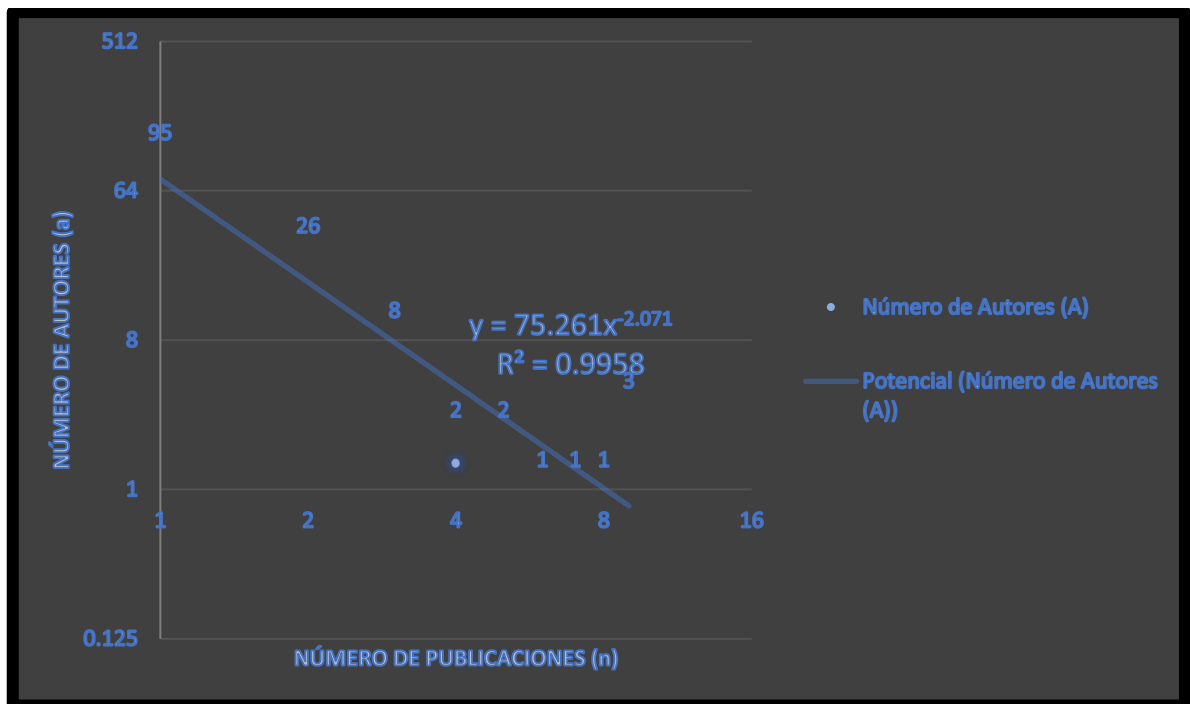
**Tabla 7**

*Productividad de los autores e índice de productividad de Lotka*

Número de Publicaciones (n)	Número de Autores (A)	% número de autores	Índice de productividad de Lotka (Log n)	Clasificación
1	95	0.678571429	0	Pequeños productores
2	26	0.185714286	0.301029996	Medianos productores
3	8	0.057142857	0.477121255	Medianos productores
4	2	0.014285714	0.602059991	Medianos productores
5	2	0.014285714	0.698970004	Medianos productores
6	1	0.007142857	0.77815125	Medianos productores
7	1	0.007142857	0.84509804	Medianos productores
8	1	0.007142857	0.903089987	Medianos productores
9	3	0.021428571	0.954242509	Medianos productores
<b>Total</b>	<b>139</b>			

**Figura 5**

*Distribución de Lotka*



### 3.9.2. Índices de productividad

De las 138 fuentes secundarias sistematizadas, se procedió a calcular el índice de productividad para cada género textual. Para ello, fue imprescindible calcular el número de artículos por revista, el número de artículos por libro, el número de capítulos por libro, y por supuesto, indicar el total de libros. Tales procedimientos son descritos en las Tablas 8, 9, 10 y 11. Posterior a tal paso, se tuvo que hallar el logaritmo decimal para cada cantidad total en cada uno de los casos. Finalmente, se determinó que el índice de productividad de los libros contenedores de artículos es relativamente superior que los otros tres índices de productividad restantes.

**Tabla 8**

*Índice de productividad de las revistas del corpus*

Revistas del corpus	Número de artículos seleccionados
Australian Mathematics Teacher	1
British Educational Research Journal	1
Cognitive Science	1
Educational Studies in Mathematics	7
European Journal of Psychology in Education	1

For the Learning of Mathematics	3
International Journal for Mathematical Education in Science and Technology	1
International Journal of computers for mathematical learning	1
International Journal of Mathematics Education in Science and Technology	2
Journal for Mathematics Education at Teachers College	1
Journal for Research in Mathematics Education	2
Journal für Mathematik-Didaktik	1
Learning and instruction	3
Mathematical Thinking and Learning	4
Pythagoras	1
Recherches en Didactique des Mathématiques	2
Schriftenreihe Didaktik der Mathematik	1
Synthese	1
Teaching Mathematics and Its Applications	6
The International Journal of Computers for Mathematical Learning	1
Zentralblatt für Didaktik der Mathematik	7
<b>Total</b>	<b>48</b>
<b>Índice de productividad</b>	<b>1.68124124</b>

**Tabla 9**

*Índice de productividad de los libros contenedores de artículos*

<b>Nombre de libros contenedores de artículos</b>	<b>Número de artículos seleccionado</b>
Advances and Perspectives in the Teaching of Mathematical Modeling and Applications. ICTMA 6	1
Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics	2
ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education	13
Innovation in Mathematics Education by Modelling and Applications	2
International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics	1
Mathematical modelling courses	1
Mathematical Modelling in Education and Culture. ICTMA 10: Applications in Science and Technology	4
Mathematical Modelling, Teaching and Assessment in a Technology-Rich World	1
Mathematical Modelling: A Way of Life. ICTMA 11	4
Modeling students' mathematical modelling competencies	2
Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study	4
Modelling, applications and applied problem solving	1
Modelling, Applications and Mathematics Education. ICTMA 9: Applications in Science and Technology	10
Socio-cultural research on mathematics education	1
Teaching and Applying Mathematical Modelling	1

Teaching and Assessing in a Technology rich World	1
Teaching and Learning Mathematical Modelling: Innovation, Investigation and Applications	1
Teaching mathematical modeling: connecting to research and practice	3
Teaching of mathematical modelling and applications (pp. 10–29). Technology in Mathematics Teaching. ICTMT6	1
The sixty-ninth yearbook of the National Society for the Study of Education	1
The Teaching and Learning of Mathematics at the University Level: An ICMI Study	1
Trends in teaching and learning of mathematical modeling	1
<b>Total</b>	<b>58</b>
<b>Índice de productividad</b>	<b>1.76342799</b>

**Tabla 10**

*Índice de productividad de los libros contenedores de capítulos*

<b>Nombre del libro</b>	<b>Número de capítulos seleccionados</b>
Handbuch der Mathematikdidaktik	1
Language and Space	1
Mathematical Modelling (ICTMA 12). Education, Engineering and Economics	2
Symbolizing, modelling and tool use in mathematics education	3
Teaching and Learning Mathematics in Context	2
Technology in mathematics education	1
Understanding mathematics and science matter	1
<b>Total</b>	<b>11</b>
<b>Índice de productividad</b>	<b>1.041392685</b>

**Tabla 11**

*Índice de productividad de los libros no contenedores*

<b>Nombre del libro</b>	<b>Frecuencia</b>
A first course in mathematical modelling.	1
Beyond constructivism: Models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching.	1
Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.	1
Formulation processes in mathematical modelling.	1

Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization.	1
Investigations into Assessment in Mathematics Education, an ICMI Study.	1
Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains.	1
Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving.	1
Mathematical modeling.	1
Mathematical Modelling & Implications in Teaching and Learning.	1
Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics.	1
Mathematical modelling in the secondary school curriculum.	1
Mathematical Models in Social, Management and Life Sciences.	1
Nombre del libro	
Frecuencia	
Mathematics methods and modelling for today's mathematics classroom.	1
Meta-Analyse von Zugängen zur Mathematischen Modellbildung und Konsequenzen für den Unterricht.	1
Modelagem em Educação Matemática	1
Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study.	1
Revisiting mathematics education. China lectures.	1
Teaching and Applying Mathematical Modelling.	1
Visualization, Explanation and Reasoning Styles in Mathematics.	1
Where mathematics comes from. How the embodied mind brings mathematics into being.	1
<b>Total</b>	<b>21</b>
<b>Índice de productividad</b>	<b>1.32221929</b>

### 3.9.3. Índice de transitoriedad

De las 138 fuentes secundarias sistematizadas, 95 fueron elaboradas por un solo autor. Por tal motivo, esos 95 autores son considerados transitorios u ocasionales. Para proceder a calcular el índice de transitoriedad, se procedió a dividir el número de autores con un solo artículo, entre el número total de autores. En consecuencia, el índice de transitoriedad descrito en la Tabla 12, muestra que aproximadamente el 68.34% de los autores de producciones académicas sobre la modelización matemática, han publicado una sola vez en todo el periodo en estudio.

**Tabla 12**

*Autores con una sola publicación*

<b>Autores</b>	<b>N° de publicaciones</b>
Artaud	1
Arzaello	1
Barbosa	1
Basso	1
Berry	1
Bogaerts	1
Bosch	1
Caldeira	1
Carreira	1

<b>Autores</b>	<b>N° de publicaciones</b>
Caylor	1
Chapman	1
Chen	1
Chevallard	1
Christiansen	1
D'Ambrosio	1
De Bock	1
De Oliveira	1
De Villiers	1
Doorman	1
Dossey	1
Fennewald	1
Fitzharris	1
Fox	1
García	1
Gascón	1
Genter	1
Greefrath	1
Haapasalo	1
Hall	1
Hanna	1
Harel	1
Hartzler	1
Hersee	1
Higuera	1
Hoff	1
Højgaard	1
Huntley	1
Hvorecky	1
Ikeda	1
Izard	1
Jahnke	1
James	1
Jensen	1



Jørgensen	1
Keitel	1
Khan	1
Kitchen	1
Lakoff	1
Lakoma	1

<b>Autores</b>	<b>N° de publicaciones</b>
----------------	----------------------------

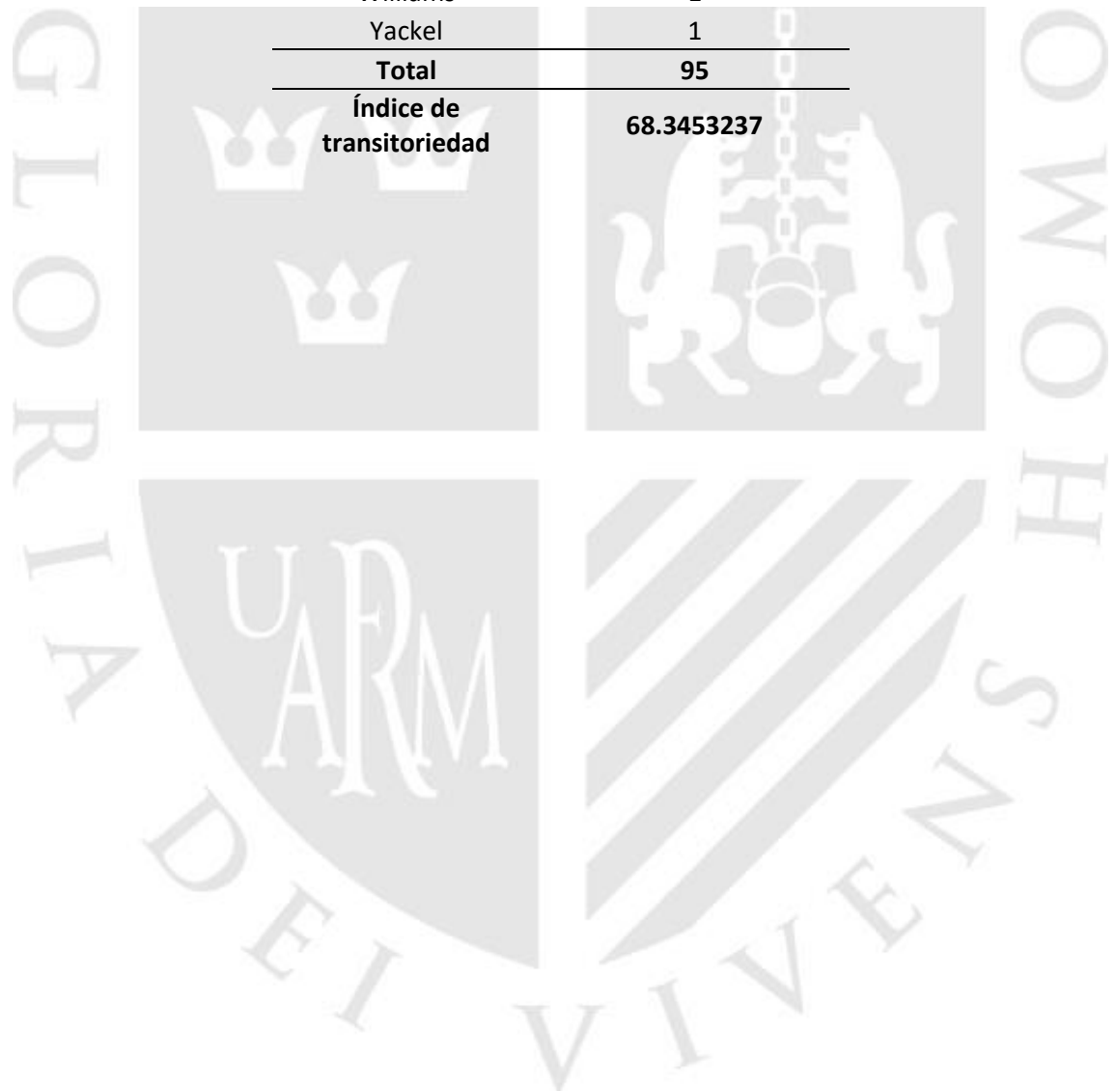
Lambert	1
Lamon	1
Lasure	1
Leiss	1
Low	1
Maaß	1
Malheiros	1
Mancosu	1
Manklelow	1
Matsuzaki	1
McCrone	1
Meerschaert	1
Meyer	1
Moscardini	1
Mousoulides	1
Mudaly	1
Mukhopadhyay	1
Núñez	1
Ottesen	1
Palm	1
Pedersen	1
Pezzi	1
Polya	1
Pritchard	1
Reusser	1
Robson	1
Robutti	1
Roelens	1
Rota	1
Roulet	1
Schauble	1
Sfard	1
Stebler	1
Stephens	1
Steward	1
Suurtamm	1
Swetz	1
Talmy	1

Toupin	1
Treilibs	1

<b>Autores</b>	<b>N° de publicaciones</b>
Van Vaerenbergh	1
Vergnaud	1
Vérillon	1
Villarreal	1
Williams	1
Yackel	1
<b>Total</b>	<b>95</b>

**Índice de  
transitoriedad**

**68.3453237**



## CONCLUSIONES

- Una de las dinámicas de publicación de los investigadores de modelización matemática del corpus de análisis durante el periodo de estudio, consistió en publicar con solo un autor, con tendencia en los últimos años a publicar investigaciones en grupos compuestos por dos o más investigadores. Si bien lo anterior se puede asociar con una incidencia hacia un mayor impacto en la citación, también garantiza la existencia de un gran número de artículos ubicados en revistas de poca visibilidad y escritos en su mayoría en inglés, lo cual aumentaría la posibilidad de citación.
- Se observó una baja productividad científica en la modelización matemática, pues predominaron los autores transitorios, lo cual es una cifra preocupante, dado que casi las siete décimas partes del total de autores publicaron una sola vez en todo el periodo analizado. Una de las posibles causas de la alta transitoriedad quizá sea el predominio de reportes de investigación previos y posteriores a la obtención de grados académicos como la licenciatura, la maestría o el doctorado. Por otro lado, el fenómeno descrito también puede deberse al poco compromiso con los grupos de investigación, o a los constantes desacuerdos generados por la constante exigencia de los investigadores más experimentados.
- Se observa que el tamaño del grupo y la producción académica sobre modelización matemática, tienen un comportamiento inversamente proporcional. Lo descrito sugiere que la mayoría de publicaciones está concentrada en autores con pocas publicaciones.

## RECOMENDACIONES

- Para eminentes investigaciones de similar índole y objetivos, se sugiere trabajar con una base de datos virtual. Por lo general, una base de datos permite el cálculo inmediato de diversos estadísticos, medidas, además que facilita el trabajo de análisis al investigador, puesto que, en muchos de los casos, arroja también los diversos indicadores bibliométricos sobre un tema en particular.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Blomhøj, M., Jensen, H. T. (2007). What's all the fuss about competencies? En W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI study* (pp. 45-56). New York: Springer.
- Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning of mathematical modelling – Categorising the TSG21 papers. En M. Blomhøj & S. Carreira (Eds.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics: proceedings from Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematical Education in Monterrey, Mexico, July 6-13, 2008* (pp. 1-19). Roskilde: Roskilde University.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Wolfwang, H. W. & Hein, N. (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14<sup>th</sup> ICMI Study*. New York: Springer.
- Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J., Borromeo, R., Borba, M., Geiger, V., Stillman, G., English, L. D., Wake, G., Kaiser, G., Kwon, O. N. (2014). Mathematical modeling in school education: Mathematical, cognitive, curricular, instructional and teacher educational perspectives. En C. Nicol, (Ed.), *PME 38 / PME-NA 36: Proceedings of the 38th conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (pp. 145-172). Vancouver: IGPME.
- Frejd, P., & Geiger, V. (2013). *Theoretical approaches to the study of modelling in mathematics education*. Ponencia presentada en *ICTMA 16, Blumenau, Brazil*.
- Frejd, P. (2014). *Modes of Mathematical Modelling. Analysis of how modelling is used and interpreted in and out of school settings* (Tesis de Docotrado). Linköpings Universitet: Matematiska institutionen.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.

- Kaiser, G. & Schwarz, B. (2010). Authentic modelling problems in mathematics education. Examples and experiences. *Journal fur Mathematik-Didaktik*, 31 (1), pp. 51-76. Recuperado de <http://inst-mat.otalca.cl/~cdelpino/modelos/2010/articulos-springer/autenticos.pdf>
- Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), pp. 302-310. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/225805678\\_A\\_global\\_survey\\_of\\_international\\_perspectives\\_on\\_modelling\\_in\\_mathematics\\_education](https://www.researchgate.net/publication/225805678_A_global_survey_of_international_perspectives_on_modelling_in_mathematics_education)
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (Eds.). (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), pp. 113-142. Recuperado de <https://doi.org/10.1007/BF02655885>
- Ministerio de Educación. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Lima. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-2016-2.pdf>
- Ministerio de Educación. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria*. Lima. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-curricular-educacion-secundaria.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston. NCTM. Recuperado de <https://epdf.pub/principles-and-standards-for-school-mathematics>
- Pollak, H. O. (1969). How can we teach applications of mathematics? *Educational Studies in Mathematics*, 2(2), pp. 393-404. Recuperado de <https://www.jstor.org/stable/3482089>
- Sáenz, C. & Laza, A. (2018). *Iniciación a la investigación en educación matemática*. Madrid: Editorial Síntesis.