

# UNIVERSIDAD ANTONIO RUIZ DE MONTOYA

Facultad de Ciencias Sociales



## UARM

Universidad  
Antonio Ruiz  
de Montoya

### CUANTIFICACIÓN DE LA INFLUENCIA DEL FACTOR ENERGÍA EN LA PRODUCTIVIDAD DE PAÍSES DE LATINOAMÉRICA, NORTE AMÉRICA Y EUROPA (1965-2017)

Tesis para optar al Título Profesional de Licenciado en Economía y Gestión Ambiental

Presenta el Bachiller

**SIWAR ALVARO ORTIZ GUZMAN**

**Presidenta: Karen Ilse Eckhardt Rovalino**

**Asesor: Manuel Martín Ego Aguirre Madrid**

**Lector: Carlos Ivan Palomares Palomares**

**Lima – Perú**

**Noviembre de 2022**



**UARM**

Universidad  
Antonio Ruiz  
de Montoya

Reglamento General de Grados y Títulos de Pregrado y Posgrado  
Anexo II. F.2  
Aprobado por Resolución Rectoral N° 215-2021-UARM-R

### DECLARACIÓN JURADA DE ANTIPLAGIO

Sres.  
**CONSEJEROS**  
Pte.

De mi consideración:

Por la presente me dirijo a Ustedes para saludarlos y presentar al Consejo Universitario el expediente de Siwar Alvaro ORTIZ GUZMAN, quien solicita la obtención de su título profesional de Licenciado de Economía y Gestión Ambiental a través de la sustentación de un producto académico.Tesis.

El producto académico sustentado tiene como título: Cuantificación de la influencia del factor energía en la productividad de países de Latinoamérica, Norte América y Europa (1965 - 2017)

Por tanto, en mi condición de presidente del Comité de Grados y Títulos designado por la Facultad de Ciencias Sociales, declaro que el producto académico de Siwar Alvaro Ortiz Guzman ha sido examinada con el programa antiplagio Original para identificar su nivel de coincidencias. El resultado que arroja el programa es de 1% de similitud, el cual permite concluir que el trabajo no infringe las normas de la probidad académica. Asimismo, se valida que se cumplió con el correcto citado establecido en el Sistema APA para la redacción del producto académico mencionado.

Sin otro particular, quedo de ustedes.

Atentamente,

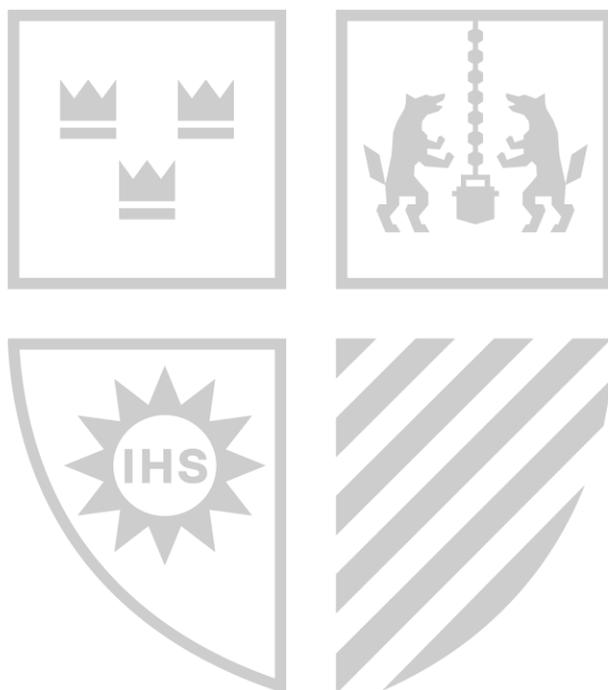
Edwin Vásquez Gherzi  
Decano de la Facultad de Ciencias Sociales  
Presidente del Comité de Grados y Títulos

Red de  
Universidades  
Jesuitas

Av. Paso de los Andes 970  
Pueblo Libre, Lima 15084  
(511) 719 5990  
uarm.edu.pe

## AGRADECIMIENTOS

A mis padres



## RESUMEN

Este artículo estudia la relación entre el consumo primario de energía y lo que tradicionalmente se ha llamado productividad total de factores y, en general, el papel de la energía en el proceso de producción. La teoría estándar del crecimiento económico ha atribuido un rol trivial o inexistente a la energía u otros recursos naturales en el fomento o la facilitación del crecimiento económico. Hallazgos de investigaciones previas muestran que existe una relación directa entre consumo primario de energía y avances en productividad, y que más del 80 % de aumentos en productividad es en realidad un aumento de consumo energético. En este estudio se comprueban ambas hipótesis estimando econométricamente la función de producción basada en energía propuesta por Keen, Ayres, y Standish (2019) además de la hipótesis de Mankiw, Phelps, y Romer (1995), quien establece que los exponentes de la función Cobb-Douglas predicen mejor la producción observada cuando estimados por datos transversales que cuando imputados por el *cost-share theorem*.

**Palabras clave:** energía, paradoja de Jevons, productividad, teorías de crecimiento, recursos naturales, efecto rebote

## ABSTRACT

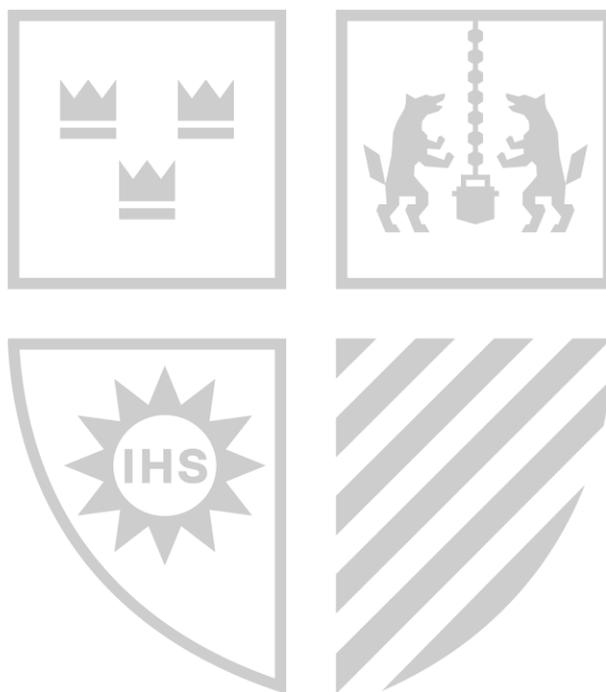
This article studies the relationship between primary energy consumption and what has traditionally been called total factor productivity and, in general, the role of energy in the production process. Standard economic growth theory has attributed a trivial or non-existent role to energy or other natural resources in fostering or facilitating economic growth. Previous research findings show that there is a direct relationship between primary energy consumption and productivity gains, and that more than 80 % of productivity gains are actually increases in energy consumption. In this study we test both hypotheses by econometrically estimating the energy-based production function proposed by Keen et al.(2019) in addition to the hypothesis of Mankiw et al. (1995) who states the exponents of the Cobb-Douglas function better predict observed output when estimated by cross-sectional data than when imputed by the *cost-share theorem*.

**Keywords:** energy, Jevons paradox, productivity, growth theories, natural resources, rebound effect

## TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN .....	9
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	11
1.1 Contexto y formulación del problema .....	11
1.2 Justificación .....	12
CAPÍTULO II: ANTECEDENTES.....	14
CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO.....	18
3.1 Teoría de la producción .....	18
3.1.1 Cobb y Douglas .....	18
3.1.2 Georgescu-Roegen.....	19
3.2 Teorías de crecimiento.....	20
3.2.1 Modelo de Solow.....	20
3.2.2 Teoría de crecimiento endógeno.....	21
3.3 Perspectivas críticas de la teoría de crecimiento.....	21
3.3.1 Crítica de Georgescu-Roegen .....	21
3.3.2 Hipótesis de Keen <i>et al.</i> (2019).....	22
3.3.3 Análisis gráfico .....	24
3.4 Variables físicas.....	26
3.4.1 Energía.....	26
3.4.2 Exergía.....	27
CAPÍTULO IV: METODOLOGÍA.....	29
4.1 Objetivo general.....	29
4.2 Objetivos específicos .....	29
4.3 Hipótesis .....	30
4.3.1 Hipótesis general.....	30

4.3.2 Hipótesis específicas .....	30
4.4 Método .....	30
4.4.1 Coeficientes heterogéneos: el estimador de Swamy .....	32
4.5 Análisis de datos .....	33
CAPÍTULO V: RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	37
CONCLUSIONES .....	42
RECOMENDACIONES.....	43



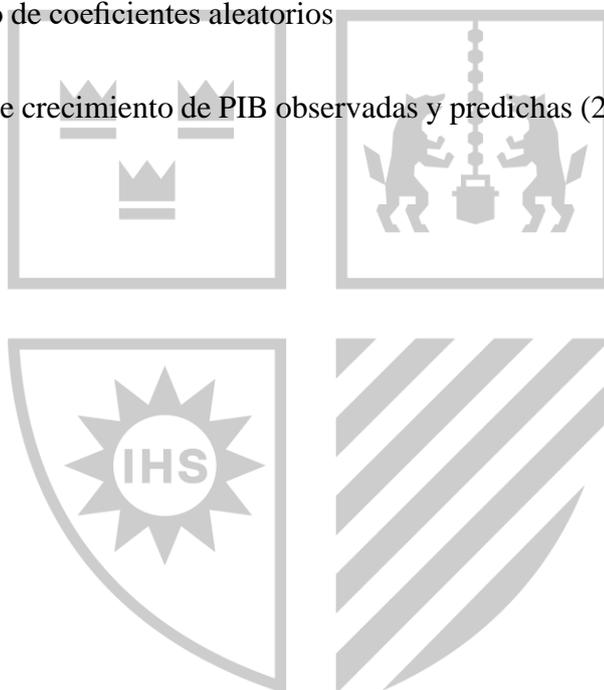
## ÍNDICE DE TABLAS

- 4.1 Consumo primario de energía: Francia, Reino Unido y EE.UU. 1965 |  
2019 (TWh)

.....  
35

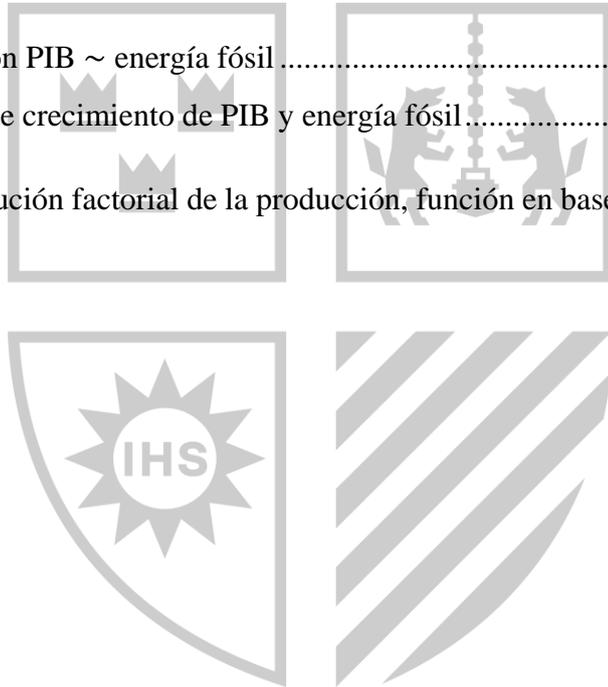
- 5.1 Modelo de coeficientes aleatorios  
37

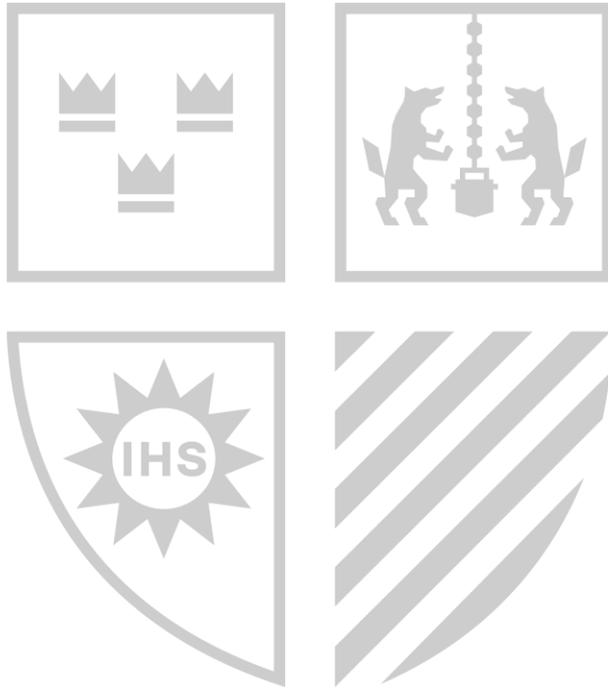
- 5.2 Tasas de crecimiento de PIB observadas y predichas (2019)  
41



## ÍNDICE DE FIGURAS

3.1	Nivel de producción dado el cambio en el factor/insumo (Cobb-Douglas) .	25
3.2	Nivel de producción dado el cambio en el factor/insumo (Keen et al.) . . .	26
3.3	Balance energético de la Tierra .....	27
4.1	Relación PIB ~ energía fósil .....	34
4.2	Tasas de crecimiento de PIB y energía fósil .....	36
5.1	Distribución factorial de la producción, función en base a energía	





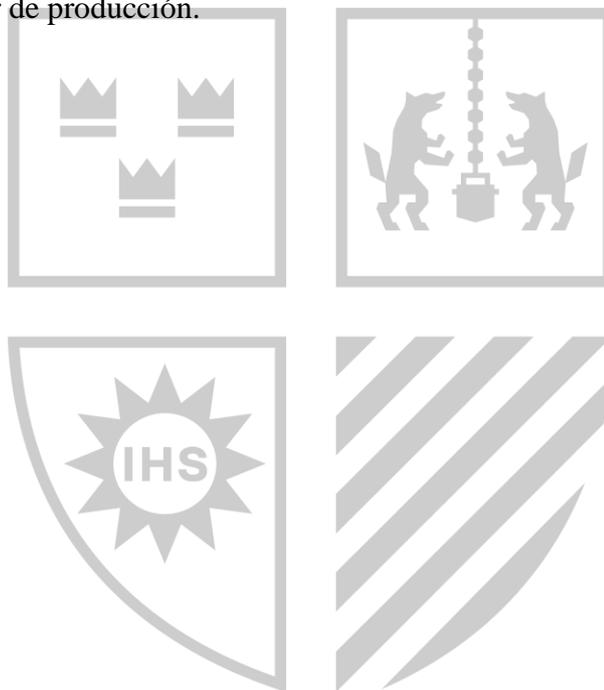
## INTRODUCCIÓN

Los factores capital, trabajo y energía son los que impulsan el crecimiento. Sin embargo, la energía se ha considerado en economía como fundamentalmente diferente del capital y el trabajo (Kümmel, 1982). Mientras que estos dos factores proporcionan un flujo de servicios desde un stock, se pensaba que la energía era un bien intermedio manufacturado cuya contribución a la economía debía ser, cuanto menos, mínima como para no medirla (Jorgenson, 1982; Kümmel, 1982). En contraste, en 1971, Nicholas Georgescu-Roegen observó que el sistema económico, al estar dentro del sistema mayor de la biosfera, también está gobernado por las leyes de la Termodinámica, por lo tanto, requiere de constantes flujos de energía para mantener el proceso de transformación de materia prima en productos que lo caracteriza (Georgescu-Roegen, 1986). Así, es irrefutable la afirmación acerca de que la producción (económica) depende fundamentalmente del factor energía, especialmente aquella que se encuentra fosilizada, como señalan los datos de consumo primario de energía de los últimos 50 años.

En este sentido, algunas investigaciones realizadas desde la vertiente neoclásica de la economía incluyeron en la función de producción Cobb-Douglas un tercer factor, además del capital y el trabajo: “los recursos naturales agotables” (Solow, 1974; Stiglitz, 1974). No obstante, los resultados de estos estudios atribuyeron un rol trivial a los recursos naturales en la producción, la energía fósil entre ellos, y concluyeron que el eventual agotamiento de estos sería superado por el “avance tecnológico” y, por consiguiente, el crecimiento podría continuar *ad infinitum*. En contraposición, estudios especializados en modelamiento económico estructural (Ayres y Warr, 2005; Kümmel, 1980, 1982) y otros desde la economía ecológica (Keen et al., 2019) han incluido la energía como factor fundamental de la producción y fueron tres sus hallazgos: (1) no existe producción sin energía, (2) una porción significativa de lo que se ha llamado

“productividad total de factores” es en realidad explicado por una mayor exergía<sup>1</sup> ejercida por el sistema de producción y (3) la sustituibilidad es limitada.

En concordancia con lo anterior, este trabajo de investigación busca aportar al debate sobre el rol de la energía en la producción y en la productividad para Brasil, Canadá, Chile, EE.UU., Francia, México, Perú y Reino Unido. Así, se busca dar respuesta a la pregunta sobre ¿cuánto contribuye el factor energía, particularmente en su forma fósil, a la productividad total de factores en los países mencionados? Para conseguir contestar la pregunta se estimará la función de producción Cobb-Douglas en base a energía propuesta por Keen et al. (2019). Se utilizará el consumo primario de energía fósil (petróleo + gas + carbón) como factor de producción.



---

<sup>1</sup> Una definición formal de exergía se provee en la sección 3.4.2

# CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## 1.1 Contexto y formulación del problema

Contrario a lo que algunos economistas creen, las sociedades y sus economías siguen dependiendo de la energía solar; “su flujo incesante sostiene la biosfera y potencia la producción fotosintética de los alimentos” (Smil, 2006, p. 85). Se podría decir que todas las civilizaciones son fundamentalmente solares, pero la moderna ha modificado esto en dos aspectos importantes: depende de la extracción de depósitos de energía solar fosilizada como el carbón y los hidrocarburos y depende cada vez más de la electricidad, que se genera quemando combustibles fósiles, aprovechando la radiación solar (viento, hidroeléctrica, etc.), usando el calor de la Tierra y por fisión nuclear (IEA, 2019; Smil, 2006). Estas fuentes de energía se denominan primarias pues se encuentran disponibles en la naturaleza y no han sido transformadas por el hombre (IEA, 2019). En 1971, Nicholas Georgescu-Roegen postuló que el sistema económico es un proceso abierto a flujos de materiales y energía, por lo cual está gobernado por las leyes de la Termodinámica (citado en Georgescu-Roegen, 1986). Esta premisa representó un cambio epistemológico en el entendimiento del sistema económico: se pasó de concebirlo como un proceso circular de flujos monetarios y de bienes autocontenido en sí mismo, a un proceso que mantiene baja su entropía interna a costa de un constante consumo de energía externa.

Así, la energía es uno de los factores de producción más importante del proceso económico, por lo cual, la teoría económica neoclásica intentó incluirla dentro de los modelos de crecimiento a largo plazo como “recurso natural agotable”, un factor no fundamental y sustituible para la producción (e.g., Solow, 1974; Stiglitz, 1974). Estos intentos, desde el corpus neoclásico, concluyeron que la inclusión de los “recursos naturales agotables”, como la energía, no significa ningún cambio fundamental en las predicciones del modelo inicialmente propuesto por Solow (1956): el avance técnico posibilita superar restricciones de recursos, ergo, el crecimiento puede ser ilimitado. En

contraste, Keen et al. (2019) proponen una función de producción cuyo insumo principal es la energía, sin la cual producir cualquier artículo es imposible. Esta función de producción se enmarca en el cambio epistemológico propuesto por Georgescu-Roegen y desglosa el coeficiente de productividad total de factores (PTF), de Solow (1956), en dos componentes: el consumo de energía primaria y el coeficiente de transformación energética (*output/input*), también conocido como ratio de exergía. Según estos autores, el factor energía podría explicar casi la totalidad de la productividad y su contribución al producto.

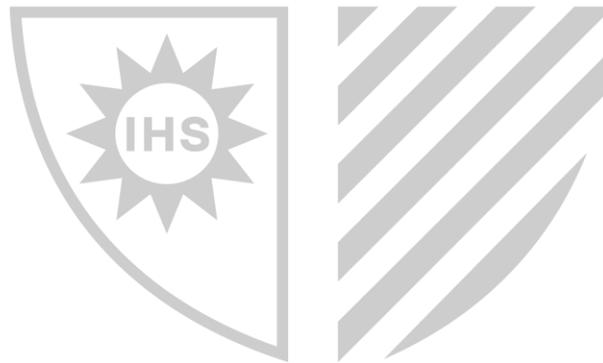
El desafío teórico que plantean Keen et al. (2019) justifica el objetivo principal de este trabajo: estimar económicamente la función en base a energía que proponen Keen et al. (2019) para países de Latinoamérica, Norte América y Europa. Con esta estimación se desea responder a la pregunta ¿qué porción de lo que se ha llamado “productividad total de factores” es explicado en realidad por el factor energía, particularmente en su forma fósil?

## 1.2 Justificación

Llevar a cabo esta investigación se justifica por dos razones: una teórica y otra aplicada. En primer lugar, la importancia teórica radica en que realizar la estimación de la función en base a energía permitirá (i) medir cuánto de lo que se ha llamado productividad total de factores o avance tecnológico representa en realidad una mayor entrada de energía fósil al sistema de producción económico y (ii) cuantificar con mayor precisión las diferencias observadas entre el producto per cápita de países desarrollados y en desarrollo, tema que se ha tratado de resolver desde la teoría neoclásica postulando externalidades del capital (Mankiw et al., 1995). Los hallazgos acerca de cuánto contribuye el factor energía a la productividad contribuirán a explicar de forma tangible y teóricamente consistente aquella porción de la producción que, en el modelo de crecimiento de Solow (1956), se ha tratado de interpretar como coeficiente de avance tecnológico o productividad total de factores (PTF) y que, además, se determina de manera exógena al modelo. Asimismo, de comprobarse que la función de producción en base a energía es capaz de estimar con mayor precisión las diferencias observadas entre el producto de países desarrollados y en desarrollo, la hipótesis de “externalidades del

capital” sería puesta en tela de juicio.

En segundo lugar, la importancia aplicada radica en que sería uno de los pocos estudios en estimar la función propuesta por Keen et al. (2019) y determinar la influencia de la energía en la productividad. Asimismo, se debe tener en cuenta que las políticas internacionales, y en ciertos casos nacionales, en materia de uso de recursos naturales agotables se fundamentan sobre la base de evidencia científica de disciplinas como geología, ecología, etc., pero también en teoría económica sobre crecimiento a largo plazo en economías con recursos naturales agotables, la energía uno de ellos Solow (1974); Stiglitz (1974). En este sentido, estimar la influencia de la energía en la productividad podría incentivar a que se planteen nuevas teorías de crecimiento que no consideren los recursos agotables (la energía) solo como restricciones al crecimiento en el largo plazo, sino como insumos fundamentales para la producción. Esto, a su vez, podría inducir a que las políticas de crecimiento incorporen los recursos naturales al mismo nivel de importancia que los factores tradicionales: capital y trabajo. Así, se podrían armonizar finalmente las políticas de crecimiento con las de gestión de recursos naturales.



## CAPÍTULO II: ANTECEDENTES

La teoría económica empezó a estudiar la energía como un factor relevante para la producción aproximadamente desde 1865, año en que Stanley Jevons publicó *The Coal Question: Can Britian Survive?*. En este artículo, Jevons es uno de los primeros en tratar la energía, contenida en carbón, como un bien agotable y el consumo de éste como indispensable para la expansión productiva. El objeto del autor fue conocer el efecto que tenía la introducción de motores de bombeo más eficientes energéticamente en minas de carbón, para lo cual contrastó datos de consumo de carbón con fechas de introducción de nuevas máquinas desde 1700 aproximadamente hasta la fecha de publicación del libro. Jevons econtró que ganancias en eficiencia conducían a aumentos de consumo de carbón. Posteriormente, Hotelling (1931) es el primero que realiza un tratamiento teórico, desde el enfoque neoclásico, sobre sendas de extracción óptimas de recursos agotables en función a las señales correctas que los precios de estos recursos podrían enviar en casos de escasez y crecientes costos de extracción, pero no trata estos recursos como un factor de producción. Su propósito fue mostrar mediante la solución de un problema de control óptimo una senda de extracción de recursos naturales intertemporal que maximiza las ganancias del productor.

En la década de 1970, algunos economistas (e.g., Solow, 1974; Stiglitz, 1974), influidos quizá por las proyecciones que Forrester (1971) y Meadows et al. (1972), hicieron sobre los límites físicos al crecimiento económico y demográfico, incluyeron un tercer factor a la función de producción neoclásica: los recursos agotables. Stiglitz (1974) parte desde la teoría de crecimiento a largo plazo para derivar a través del uso de ecuaciones diferenciales sendas de crecimiento de la ratio capital-producto y la tasa de extracción de recursos en el largo plazo. Aunque, igual que Solow (1974), considera que los recursos agotables (“capital natural”) representan una restricción al crecimiento y acumulación decapital, concluye que la sustitución de capital natural con capital físico o progreso técnico ayudarían a superar los límites al crecimiento, porque atribuyeron a

este factor un exponente de 0.07 por el *cost-share theorem*<sup>2</sup>.

Sin embargo, en la misma década de 1970 surgió la escuela de economía ecológica a raíz de los postulados de Nicholas Georgescu-Roegen (1971) sobre el sistema económico como un proceso abierto a flujos de materiales y energía, lo cual implica que está gobernado por las leyes de la Termodinámica (citado en Georgescu-Roegen, 1986). Este giroepistemológico sobre el entendimiento que se tenía sobre el proceso económico conduca establecer la imposibilidad de reemplazar los recursos naturales agotables, entre ellos la energía, con progreso técnico o acumulación de capital físico a causa de la primera y segunda ley de la Termodinámica.

En este sentido, Tintner, Deutsch, Rieder, y Rosner (1977) aplicaron una función de producción Cobb-Douglas de cuatro parámetros, dependiente de la energía, para la economía austriaca entre 1955 y 1972, con el propósito de medir la contribución de la energía a la producción, y encontraron un exponente igual a 0.3 para el factor energía, a diferencia de Stiglitz (1974) y Solow (1974). En 1982, Kümmel, en un artículo titulado *The impact of energy on industrial growth*, propuso y estimó una función LINEX del tipo  $Q = E \exp[\alpha_0[2 - (L + E)/K] + \alpha_0 c_t(L/E - 1)]$ , que permite posicionar la energía como insumo fundamental del producto económico, pues, como se ve en la función, si  $E$  es igual cero el producto también lo es; esto con el objeto de resaltar la imposibilidad lógica del crecimiento sin energía y comprobar complementariedad entre capital y energía; acorde a Kümmel (1982), el capital y la energía actúan como complementarios en la producción. Además, concluyó que a largo plazo el crecimiento no podrá continuar, a no ser que la industrialización espacial con satélites de energía solar provea energía suficiente para mayor crecimiento.

En una investigación más amplia que la anterior, Kümmel, Strassl, Gossner, y Eichhorn (1985) ajustaron tres funciones de producción diferentes (Cobb-Douglas, Translog y LINEX) a las economías de Alemania y Estados Unidos, con el objeto de observar el comportamiento a corto y largo plazo de la ratio energía-capital ( $E/K$ ) y así comprobar la

---

<sup>2</sup> El cost-share theorem establece que el producto total es igual a la suma de las remuneraciones de los factores de producción. En la teoría neoclásica se suele imputar estas remuneraciones con base en la distribución agregada del producto nacional de un país. Por ejemplo, en la mayoría de países 70 % del producto (PIB) corresponde a salarios, por consiguiente al factor trabajo (L) se le imputa un exponente igual a 0,7. De igual forma, como el costo monetario de la energía suele ser bajo, el coeficiente que se le imputa al factor energía (L) suele ser 0,07.

complementariedad o sustituibilidad entre ambos factores. Kümmel et al. (1985) encontraron que el factor energía presenta un exponente de 0.5 (contrario al *cost-share theorem*) y concluyeron que, si bien en el corto plazo existe una complementariedad fuerte entre capital y energía, en el largo plazo sí hay sustituibilidad, pero sólo hasta donde lo permiten las restricciones termodinámicas, y la energía explica el 97 % del “avance tecnológico”. Ayres y Warr (2005) obtuvieron resultados análogos, también utilizando una función LINEX, solo para el caso de Estados Unidos.

Asimismo, Kümmel (1989) llegó a conclusiones similares con un método distinto, respecto al mismo objetivo que el estudio anterior. Empleó el algoritmo Simplex de programación lineal para resolver un sistema de ecuaciones diferenciales que caracterizaba el consumo primario de energía y la producción de Alemania, Estados Unidos, Japón y Países Bajos. Posteriormente, Kümmel, Henn, y Lindenberger (2002) buscaron explicar teóricamente el “progreso tecnológico residual” de la teoría neoclásica, utilizando los estudios previos en los que el autor Reiner Kümmel también había participado y ajustando la función LINEX para los datos de producción de Estados Unidos, Japón y Alemania. Concluyeron que lo que se suele llamar “avance tecnológico” se debe, en realidad, a dos factores: (i) aumento acelerado de la proporción de capital automatizado con energía (i.e., mayor entrada de energía al sistema para subvenir la demanda) y (ii) mejoras en la eficiencia energética gracias a innovaciones. No obstante, según Kümmel et al. (2002), las tendencias muestran que el primer determinante (i) ha venido superando al segundo (ii) en magnitud, por lo cual se observa un crecimiento continuo del consumo primario de energía.

Tomando en cuenta la evidencia acumulada, Ayres, Van den Bergh, Lindenberger, y Warr (2013) y Kümmel, Lindenberger, y Weiser (2015) realizaron una discusión teórica sobre el *cost-share theorem* y los exponentes que realmente pertenecen a cada factor en la función de producción de una economía. Los autores arguyen que es incorrecto calibrar los exponentes de los factores con base a la proporción que guardan sus respectivas remuneraciones con el producto total, pues estas no reflejan realmente cuánto contribuye cada factor a la producción. Así, el costo de la energía o cualquier materia prima (recursos naturales agotables), comparado con otros factores de producción, tiende a ser bajo, de ahí que Solow (1974) y Stiglitz (1974) atribuyeran un exponente de 0.07 a este factor. Sin

embargo, no es posible imaginarse la producción de la mayor parte de artículos que se compran y venden a diario sin la intervención de algún tipo de energía en el proceso. Por derivación lógica, concluyen que suponer el crecimiento económico como independiente del consumo energético es un absurdo que va contra la primera ley de la Termodinámica, entre otras proposiciones.

Una excepción notable dentro del corpus neoclásico es la de David Stern, cuyos trabajos Stern (2015, 2019); Stern y Kander (2012) no abordaron el rol de la energía en el proceso productivo desde el *cost-share theorem*. Así, Stern y Kander (2012) analizaron el papel que tuvo la energía en la segunda revolución industrial del siglo XIX y concluyeron, en línea con E. A. Wrigley (2013); T. Wrigley (2011), que las economías tradicionales de Europa no hubieran podido “librarse” de las restricciones impuestas por la producción fotosintética<sup>3</sup> anual y la energía cinética del viento y agua, de no haber “obtenido acceso a los productos de la fotosíntesis almacenados durante períodos de tiempo geológicos”. Evidencia de ello es que el consumo primario mundial de energía se duplicó durante el siglo XIX, especialmente el de combustibles fósiles (Smil, 2019; T. Wrigley, 2011).

Uno de los trabajos más recientes, que señala teóricamente la importancia de la energía en la producción y en el cual se basa esta investigación, es el de Keen et al. (2019), quienes proponen una función de producción cuyo insumo principal es la energía y sin la cual la producción es imposible. Esta función desglosa el coeficiente de productividad total de factores en dos componentes: el consumo primario de energía y el coeficiente de transformación energética (*output/input*), también conocido como ratio de exergía. Una descripción más detallada de las hipótesis planteadas por Keen et al. (2019) se provee en el siguiente capítulo.

---

<sup>3</sup> También llamada producción primaria

## CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO

### 3.1 Teoría de la producción

#### 3.1.1 Cobb y Douglas

En el artículo *A theory of production*, publicado en 1928 por Charles Cobb y Paul Douglas, se desarrolla la primera aproximación a una norma o ley<sup>4</sup> de la producción que sea capaz de explicar la realización del producto manufacturado de EE.UU. en términos de capital industrial y obreros empleados en el proceso (Cobb y Douglas, 1928). Para poder hacerlo, los autores recolectan datos del valor total en dólares de la producción manufacturera, el valor total en dólares de maquinarias, herramientas y equipamiento (capital) y el número de personas asalariadas (*wage-earners*). La primera variable es extraída del “índice de volumen físico de producción de E. E. Day”; la segunda, de los reportes anuales de la *Census Bureau*; la última, de los reportes anuales de la *Labor Bureau of Statistics* (Cobb y Douglas, 1928, p. 11).

Aunque no lo mencionan explícitamente, los autores utilizaron mínimos cuadrados ordinarios para estimar los coeficientes de la ley de producción que proponen.

$$P' = bL^kC^{1-k}$$

Donde  $P'$ : volumen de producción estimado;  $b$  = coeficiente que sirve para “ajustar”  $P'$  a  $P$ ;  $L$ : obreros empleados y  $C$ : capital. Al realizar la estimación, los autores obtuvieron la siguiente norma aproximada.

$$P' = bL^{\frac{3}{4}}C^{\frac{1}{4}}$$

No obstante, Cobb y Douglas concluyeron que en ninguna circunstancia debe

---

<sup>4</sup> Una norma o ley surge de “patrones entre fenómenos de la naturaleza que no son aparentes a simple vista, pero sí a la vista del análisis” (Feynman, 1985).

tomarse esta primera aproximación como “la ley de producción”, porque los coeficientes y los factores de producción son susceptibles de cambiar con el tiempo, así como los precios, por eso se utilizan precios constantes. Finalmente, señalaron que faltaba “incluir el tercer factor, los recursos naturales, en las ecuaciones para poder ver en qué medida éste modifica las conclusiones”.

### 3.1.2 Georgescu-Roegen

Georgescu-Roegen discute el concepto de proceso de producción en su artículo *Process analysis and the neoclassical theory of production* (1972). El autor postula que la ciencia debe distinguir entre objeto y evento, esto es, entre “ser” y “llegar a ser” (*being and becoming*) (Georgescu-Roegen, 1972, p. 4). Es esta distinción la que traza la división entre dialéctica<sup>5</sup> y análisis. El análisis le ofrece a la ciencia la gran ventaja de precisión y facilidad en la descripción de la realidad (Georgescu-Roegen, 1972). Pero esta ventaja tiene un precio: el análisis violenta la realidad al partirla en pedazos para facilitar el entendimiento; sin embargo, la realidad es dialéctica, es decir continua (Georgescu-Roegen, 1972).

Esto es importante para el entendimiento del proceso de producción, puesto que toda ciencia analítica, la economía una de ellas, puede estudiar sólo procesos parciales, i.e., solo partes de la realidad (Georgescu-Roegen, 1972). Por esto, el análisis tiene límites analíticos de tiempo y espacio. Siendo un proceso parcial una porción artificial de la realidad, tal proceso es inexistente tanto antes del origen de su duración,  $t = 0$ , como después del final de esa duración,  $t = T$ .

Probablemente por esta razón, Cobb y Douglas consideraron que la función propuesta en su trabajo no debía tomarse como “la ley de producción”.

---

<sup>5</sup> En dialéctica el objeto y el evento no se distinguen. Ser es convertirse en (*being is becoming*) (Georgescu-Roegen, 1972, p. 4)

## 3.2 Teorías de crecimiento

### 3.2.1 Modelo de Solow

En 1956, Robert Solow propuso un modelo de crecimiento que tenía como base la función de producción neoclásica (Cobb-Douglas). A diferencia de los modelos Harrod-Domar, en el modelo de Solow el pleno empleo existe en cada punto de la trayectoria de crecimiento de la economía, a causa de la continua igualdad ahorro-inversión ( $sY = dK + \delta K$ ) (Solow, 1956). Los rendimientos marginales decrecientes, que son propios de la función Cobb-Douglas, representan un problema en el largo plazo, pues el crecimiento per cápita tiende a cero. Para solucionar esto, Solow toma el coeficiente “b” de la función Cobb-Douglas, que se vio en el acápite anterior, y lo convierte en el coeficiente de productividad total de factores (PTF) “A”, que captura el cambio tecnológico, determinado exógenamente (Solow, 1956).

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$$

Donde  $Y$  : ingreso o producto medido en unidades monetarias (uu.mm.) de valor constante,  $K$ : capital medido en uu.mm. de valor constante y  $L$ : número de personas empleadas. Log linealizando, diferenciando totalmente y haciendo los reemplazos correspondientes, Solow obtiene la ecuación de evolución del producto per cápita en el largo plazo:  $\frac{dy}{y} = \alpha \left[ s \frac{y}{k} - (\delta + n) \right] + \rho$ . Donde, el ahorro/inversión per cápita ( $s \frac{y}{k}$ ) es el necesario para reemplazar el capital depreciado ( $\delta$ ) y dotar de capital a la nueva fuerza laboral ( $n$ ),  $sy = (\delta + n)k$ . Por lo tanto,  $\frac{dy}{y} = \rho$  y  $\frac{dk}{k} = \rho$ . Solow concluye que en el largo plazo el producto per cápita sólo crece por cambios tecnológicos  $\rho$ , parámetro determinado de forma exógena al modelo. No obstante, también menciona que el modelo puede “generar” crecimiento endógeno si la función de producción no es “bien comportada”<sup>6</sup> (Solow, 1956).

<sup>6</sup> Una función bien comportada cumple con ser homogénea de grado uno, presentar rendimientos marginales decrecientes en factores y verificar el teorema de Euler, esto es, que cumpla las condiciones de INADA (Jiménez, 2011).

### 3.2.2 Teoría de crecimiento endógeno

El modelo de Solow tiene como implicancia que el crecimiento del producto per cápita se aproxima a  $\rho$ , la tasa exógena de progreso tecnológico en el largo plazo (Mankiw et al., 1995). Aunque el modelo puede predecir diferencias internacionales en tasas de crecimiento y niveles de producto per cápita, las magnitudes de estas diferencias no coinciden con los datos empíricos (Mankiw et al., 1995).

Una solución a este problema, formalizada por Paul Romer, postula externalidades de capital. Se parte suponiendo que cada firma  $i$ , en una economía, tiene la función de producción  $y_i = \theta k_i^\alpha$  donde  $\theta$  es un parámetro que cada firma toma como dado (Mankiw et al., 1995). También se supone que, debido a las externalidades del capital, la tecnología disponible para cada firma está determinada por el nivel de capital promedio que posee cada firma, por lo cual  $\theta = k^b$ . Por lo tanto, la función de producción de la economía es  $y = k^{a+b}$ .

En este caso, el parámetro  $a$  mide el papel del capital en la función de producción de cada empresa. Sin embargo, el papel del capital en la función de producción de la economía se mide mediante  $a + b$  (Mankiw et al., 1995).

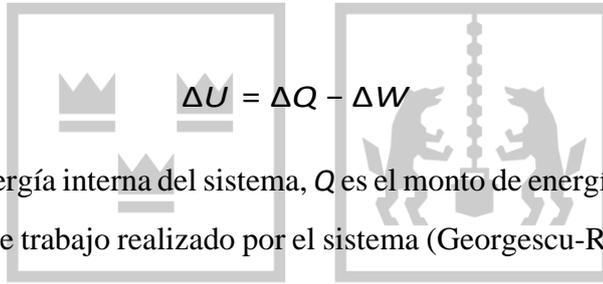
## 3.3 Perspectivas críticas de la teoría de crecimiento

### 3.3.1 Crítica de Georgescu-Roegen

Georgescu-Roegen critica la fe que los economistas neoclásicos tienen en la posibilidad de crecimiento material continuo (Georgescu-Roegen, 1977). Esto se debe al recurrente uso del análisis estático, que proporcionó el fundamento sobre el que se erigió la economía neoclásica, que ostentaba prestigio entre científicos y filósofos hasta finales del siglo XIX, a causa de la filosofía mecanicista (Georgescu-Roegen, 1977).

La principal consecuencia de la adopción de la epistemología mecanicista en la economía es la “completa ignorancia que se tiene sobre la naturaleza evolutiva del proceso económico” (Georgescu-Roegen, 1977, p. 3). La teoría estándar no tiene lugar para la irreversibilidad. “Según la epistemología mecanicista, el universo es solo un enorme

sistema dinámico. Por tanto, no se mueve en una dirección especial. Como un péndulo, puede moverse igualmente bien en la dirección inversa sin violar ningún principio mecánico” (Georgescu-Roegen, 1977, p. 3). En contraste, la termodinámica obliga a considerar la irreversibilidad que domina el mundo físico a nivel macro a causa de su segunda ley: dejado un sistema cerrado a evolución espontánea, una propiedad escalar del mismo, la entropía, no puede disminuir, pues siempre llega a un estado de equilibrio termodinámico en el que la entropía es máxima (Smil, 2006, 2010). La biosfera es un sistema abierto a flujos de energía solares, pero cuantitativamente la exergía del subsistema económico humano es varios ordenes de magnitud superior. En este sentido, la ecuación fundamental de la termodinámica clásica brinda luz al respecto.



$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

donde  $U$  es la energía interna del sistema,  $Q$  es el monto de energía recibida como calor y  $W$  es la cantidad de trabajo realizado por el sistema (Georgescu-Roegen, 1977, p. 4). En la actualidad, se observa  $Q < W$ , debido a la utilización de combustibles fósiles que contienen energía química altamente concentrada por millones de años (Smil, 2006). Esto implica que la energía interna del sistema (La Tierra) se está reduciendo, por consiguiente, es necesario incluir el consumo de energía en el modelamiento de la “producción” económica.

### 3.3.2 Hipótesis de Keen *et al.* (2019)

Keen *et al.* (2019) incluyen el factor energía a la función de producción neoclásica como un insumo del capital y trabajo, sin la cual la producción es imposible:

$$Y = [K(E)]^\alpha [L(E)]^{1-\alpha} \quad (3.1)$$

En la función (3.1) se ha eliminado el coeficiente tautológico de “productividad total de factores” (véase Shaikh, 1974) y la energía es concebida como un flujo libre que, por la primera ley de termodinámica, se transforma al entrar al sistema de la biosfera y, por acción humana, al entrar al proceso económico. Así,  $K(E)$  y  $L(E)$  están dados por

$$K(E) = K * E_K * \frac{E_X^K}{E_K} \quad (3.2)$$

$$L(E) = L * E_L * \frac{E_X^L}{E_L} \quad (3.3)$$

donde  $K$  es el conjunto de capital (máquinas, fábricas, etc.) de una economía,  $E_K$  es el consumo de energía del capital y  $\frac{E_X^K}{E_K} = e_X^K$  es la ratio de exergía, que representa la porción de insumo energético que se transforma en exergía (e.g., energía química en energía cinética por acción de un motor de combustión) y por la segunda ley de la termodinámica se encuentra en  $0 < e_X^K < 1$ . En el caso del capital  $K$ , la porción de exergía que se puede extraer de los insumos de energía depende de la tecnología y mantenimiento, mientras que en el caso de los seres humanos (trabajadores)  $L$  depende de la evolución. El lector puede inferir que  $L$  y  $E_L$  son el caso análogo de  $K$  y  $E_K$ . Reemplazando las ecuaciones (3.2) y (3.3) en (3.1)

$$Y = C * E_K^\alpha * K^\alpha * L^{1-\alpha} \quad (3.4)$$

donde  $C = (E_X^L)^{1-\alpha} * (e_X^K)^\alpha$ , se obtiene la ecuación estimada en este estudio. Se puede apreciar que el coeficiente de productividad total de factores  $A$  está compuesto por la multiplicación  $C * E_K$ , de aquí se desprendió el objetivo de medir la porción de la PTF que es explicada por un mayor consumo de energía. Ahora bien, el consumo de energía del capital  $E_K$  para la manufactura de artículos, e incluso para la fabricación de los mismos bienes de capital, puede comprender una combinación de energía eléctrica, nuclear y combustibles fósiles a lo largo de la cadena de producción, lo cual puede ser constatado con una matriz insumo producto que queda fuera del alcance de esta investigación. Sin embargo, a juzgar por el alto consumo primario de energía fósil de todos los países de la muestra, más de 80 % del consumo total, excepto en Francia que es solo 51 %, se puede asumir, con cierto grado de confianza, que el consumo de energía de capital ( $E_K$ ) estaría compuesto fundamentalmente por combustibles fósiles. Por lo tanto, el objetivo termina siendo medir la porción de la PTF que es explicada por un mayor consumo de energía fósil.

Asimismo, Keen et al. plantean dos hipótesis. En primer lugar, en la ecuación (3.4), al multiplicar  $E_K^\alpha$  con  $C$  y agrupando con  $K^\alpha L^{1-\alpha}$ , se obtiene  $Y = (K * E_X^K)^\alpha (L * E_X^L)^{1-\alpha}$ . Donde  $K * E_X^K$  y  $L * E_X^L$  representan la exergía ejercida por el conjunto de capital y trabajadores (humanos) de la economía respectivamente, de los cuales el primero es varias órdenes de magnitud superior al último (e.g, la exergía ejercida por un tractor versus la exergía ejercida por los brazos humanos en el arado de la tierra). Por lo

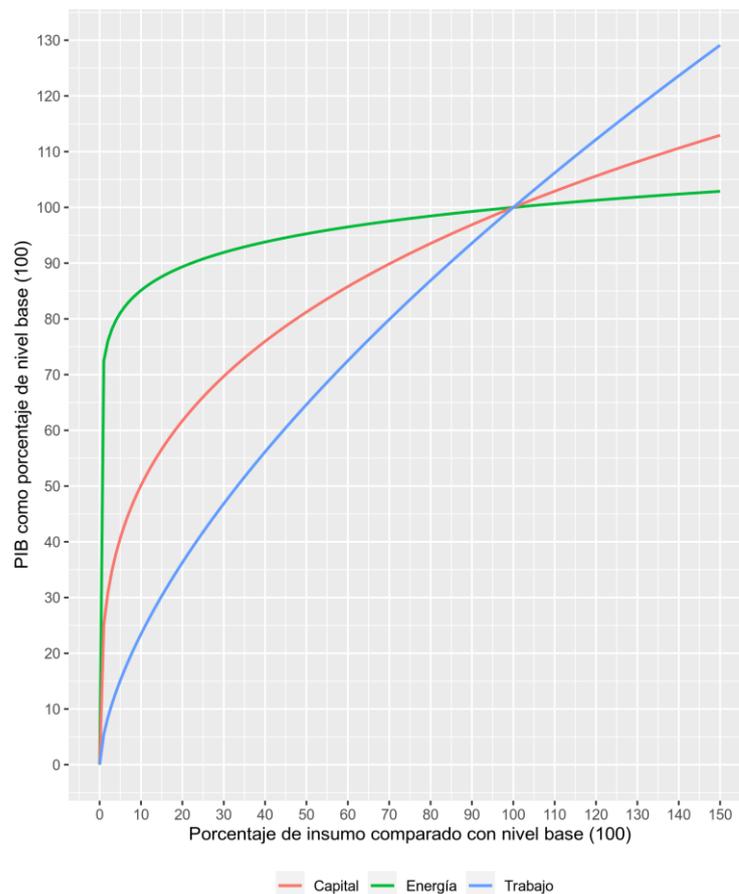
tanto, si la contribución a la producción, en términos exergéticos, es mayor por parte del capital, entonces es lógico suponer que el exponente de este factor de producción debe ser mayor que el del trabajo, i.e.,  $\alpha > 1 - \alpha$ , contrario a lo que la teoría de la distribución del ingreso basada en “productividades marginales” (*cost-share theorem*) sugiere. Por lo tanto, los autores plantean que el valor de  $\alpha$  debe ser igual a 0.6, por lo menos. Al estimar económicamente la función (3.4) esto se constata sumando el exponente de  $E_K$  y  $K$ .

En segundo lugar, Keen et al. (2019), en línea con Mankiw et al. (1995), plantean que al calibrar los exponentes de los factores de producción acorde a sus respectivas productividades marginales ( $\alpha = 0,3$ ), no por su contribución exergética, se produce un problema empírico: el modelo neoclásico predice disparidades nacionales de ingreso per cápita que varían sólo por un múltiplo de dos. En contraste, Mankiw et al. (1995) señalan que este problema desaparece al atribuirle a  $\alpha$  un valor de  $2/3 \approx 0,66$ , debido a que la función Cobb-Douglas prediría un ingreso per cápita 16 veces más alto para un país con una tasa de ahorro per cápita 4 veces más alta que otro. Por lo tanto, Keen et al. (2019) plantean que su función, con un valor de  $\alpha$  igual a  $2/3$  teóricamente, predice con mayor precisión las tasas de crecimiento per cápita de distintos países.

### 3.3.3 Análisis gráfico

En las dos imágenes siguientes están graficadas las derivadas del producto respecto a cada factor de producción. En la primera se observan las derivadas de la función de producción Cobb-Douglas estándar con energía ( $Y = K^\alpha L^\beta E^\chi$ ), asumiendo exponentes acordes al *cost-share theorem* ( $\alpha = 0,3$   $\beta = 0,63$   $\chi = 0,07$ ). Se puede observar que una disminución de 90 % de energía ocasiona una reducción de 15 % de la producción, lo cual es inverosímil.

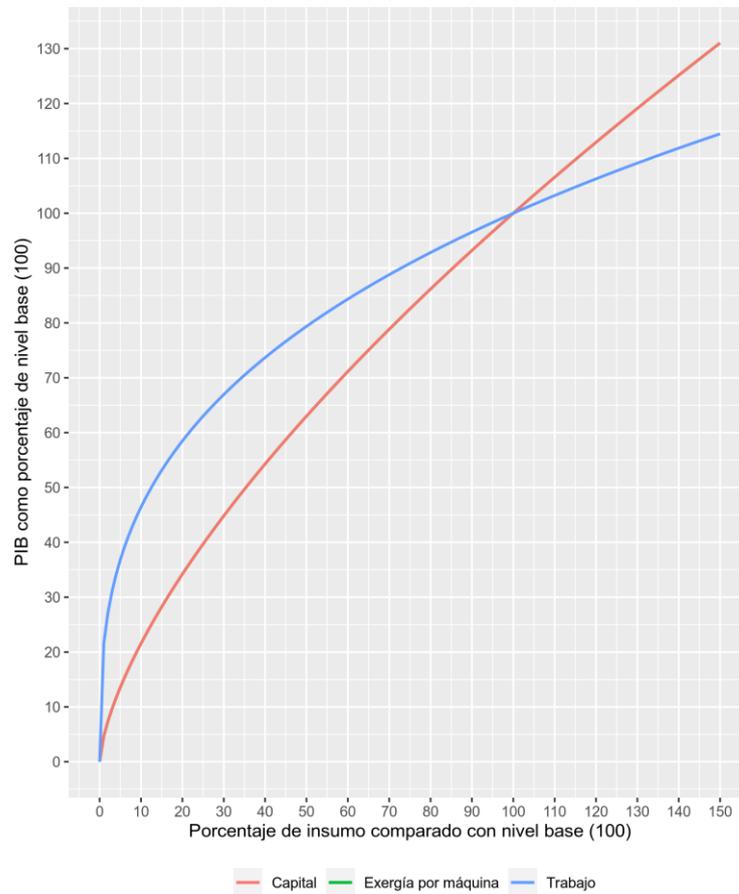
Figura 3.1: Nivel de producción dado el cambio en el factor/insumo (Cobb-Douglas)



Elaboración propia.

En esta segunda figura se observan las derivadas de la función de producción Cobb-Douglas en base a energía propuesta por Keen et al. (2019) ( $Y = C(E_X^K)^\alpha K^\alpha L^{1-\alpha}$ ), donde  $\alpha = 2/3$ . Se puede apreciar que, al asumir un aporte de  $2/3$  del capital junto con la exergía al producto, una reducción de 40 % ya sea en capital o exergía ocasiona una disminución del 30 % del producto, lo cual es más verosímil.

Figura 3.2: Nivel de producción dado el cambio en el factor/insumo (Keen et al.)



Elaboración propia.

## 3.4 Variables físicas

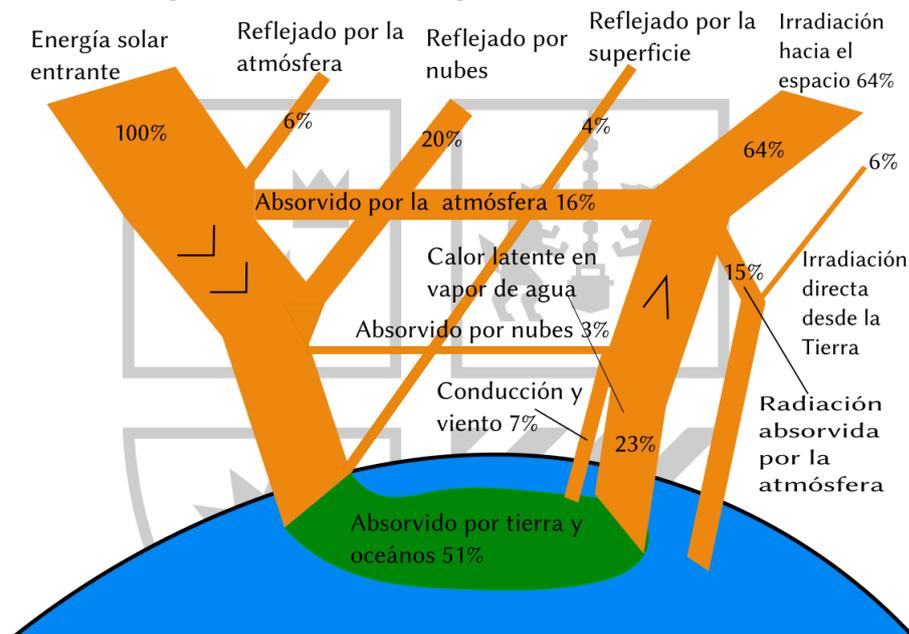
### 3.4.1 Energía

La energía es la capacidad de ejercer trabajo (Smil, 2006, p. 18)<sup>7</sup>, esto es, un proceso que produce un cambio (de ubicación, velocidad, temperatura o composición) en un sistema afectado (un organismo, una máquina o un planeta). En primer lugar, las formas en las que usualmente se encuentra son el calor (energía térmica), el movimiento (cinética o energía mecánica), la luz (energía electromagnética) y la energía química de los combustibles y alimentos (IEA, 2019; Smil, 2006), por ejemplo, en la Figura 3.3 se

<sup>7</sup> Energy: a beginners guide. MIT press.

observa cómo cierta porción de la energía electromagnética del sol que entra a la Tierra vuelve a ser irradiada hacia el espacio, pero también cómo cierta porción es absorbida por la superficie terrestre (simple absorción superficial y producción primaria por plantas) y oceánica (producción primaria por fitoplancton y kril). En segundo lugar, la energía se mide en Joules y es la fuerza de un Newton<sup>8</sup> actuando sobre la distancia de un metro ( $\frac{kgm^2}{s^2}$ ) (Smil, 2006).

Figura 3.3: Balance energético de la Tierra



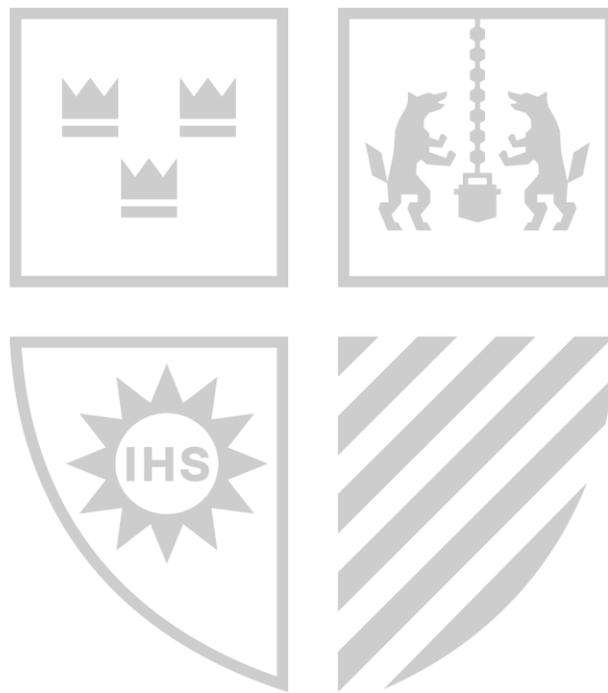
Elaboración propia. Fuente: Smil (2006)

### 3.4.2 Exergía

Mientras que la energía es la capacidad de ejercer trabajo en un sistema afectado (i.e., un motor), la exergía es el trabajo efectivamente ejercido. En palabras de Wall (1977), la exergía de un sistema en cierto ambiente es la cantidad máxima de trabajo mecánico que puede ser extraído del sistema en ese ambiente. Por ejemplo, de cierta cantidad de petróleo que contiene 100 Joules de energía y que se encuentra en un motor de combustión, se

<sup>8</sup> La fuerza se mide en Newtons (N) y equivale a la fuerza que se aplica a un cuerpo con masa de 1 kg para inducirle una aceleración de un metro por segundo cada segundo ( kgm ) (Smil, 2006).

podría extraer 95 Joules en forma de energía mecánica. En el anterior ejemplo, se diría que la exergía del sistema es 95 Joules y la ratio de exergía sería igual a 95/100.



## CAPÍTULO IV: METODOLOGÍA

### 4.1 Objetivo general

Cuantificación de la influencia del factor energía en la productividad total de factores para países de Latinoamérica, Norte América y Europa

### 4.2 Objetivos específicos

- Comprobar la hipótesis de Keen et al. (2019). La suma de exponentes de los factores energía y capital es igual a, por lo menos, 0.6, según la hipótesis que plantean los autores.
- Contrastar las predicciones de la función Keen et al. y la función Cobb-Douglas estándar sobre las diferencias de ingresos entre países desarrollados y en desarrollo

El propósito de este estudio, señalado líneas arriba, es determinar qué porción de lo que se ha llamado “productividad total de factores” o “avance tecnológico” es explicado en realidad por el factor energía. A diferencia de investigaciones previas sobre la materia, este proyecto incluirá en la muestra de países a ser analizados a aquellos cuya estructura productiva no muestra grados de industrialización importantes (Perú, Chile) comparados con países desarrollados (EE. UU., Reino Unido, Francia, Canadá). Asimismo, se pretende comparar el grado de precisión de la función propuesta por Keen et al. (2019) y la función neoclásica respecto a la predicción de las diferencias entre el producto per cápita de países desarrollados y en desarrollo.

En este sentido, el proyecto de investigación se enmarca en el paradigma cuantitativo de investigación (Hernández Sampieri, Fernández Collado, y Baptista Lucio, 2014), pues se pretende medir la porción de la productividad que es explicada por un mayor consumo primario de energía. El alcance será correlacional debido a que el propósito del trabajo es

determinar el grado de vinculación entre la productividad y el factor energía (Hernández Sampieri et al., 2014).

El diseño será no experimental-longitudinal pues la estimación econométrica de la función en base energía de Keen et al. (2019) y la función neoclásica se realizará con datos de cuentas nacionales de Brasil, Cánada, Chile, EE. UU., Francia, México, Perú y Reino Unido para los años 1965-2019. El método será inductivo porque se pretende generalizar los resultados de la estimación a todo el conjunto de las economías del mundo; acorde a Behar (2008), el método inductivo consiste en elevar los postulados u observaciones de resultados puntuales a estatus de leyes generales o teorías.

### 4.3 Hipótesis

#### 4.3.1 Hipótesis general

La influencia del factor energía es significativa en la productividad total de factores: representa por lo menos 50 % de esta.

#### 4.3.2 Hipótesis específicas

- Los datos empíricos comprueban la hipótesis de Keen et al. (2019): suma de exponentes de factor energía y capital mayor o igual a 0.6.
- La función Keen et al. predice con mayor precisión el nivel de producción de los países en estudio en comparación a la función neoclásica.

### 4.4 Método

El objetivo general y específico 1 serán abordados casi en simultáneo, aunque para constatar el primero se realizarán unos cuantos pasos adicionales. Así, para poder estimar los exponentes de la función  $Y = C(E_K)^\alpha K^\alpha L^{1-\alpha}$  se procedió a log-linealizarla, pues así pueden ser estimados por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) que es más simple que hacerlo por métodos no lineales cuyos resultados son análogos (e.g., función  $nls()$  de R).

$$\ln(Y) = \ln(C) + \alpha \ln(E_K) + \alpha \ln(K) + (1 - \alpha) \ln(L) \quad (4.1)$$

Además, debido a que la base de datos que se tiene es de tipo panel, entendiendo por panel un conjunto de series de tiempo pertenecientes a unidades de análisis similares (e.g., países, personas, etc.), se procedió con los métodos de series de tiempo panel (del inglés *panel time series methods*) (Phillips y Moon, 1999). Estos métodos cuentan con la ventaja de los métodos panel tradicionales que permiten incorporar efectos de correlaciones entre las unidades de análisis al modelo y, al mismo tiempo, permite corregir posibles problemas de raíz unitaria y cointegración como los métodos de series de tiempo (Phillips y Moon, 1999), en la subsección 5.2.1. se detallan los pormenores del modelo a estimar.

En cuanto al objetivo general, cuantificar la porción de la productividad que es explicada por el consumo primario de energía fósil, se procedió a tomar el siguiente ratio promedio para todos los países:

$$E[E_{K,i}^\alpha / PTF_i]$$

donde  $PTF$  representa la productividad total de factores. Para obtener los valores de  $PTF$  de cada país se estimó una función Cobb-Douglas. Finalmente, para abordar el objetivo específico 2 se calcularon las tasas de crecimiento per cápita observadas del PIB y aquellas predichas por las funciones Keen et al. (2019) y Cobb-Douglas. Para calcular las tasas de crecimiento per cápita de las dos funciones mencionadas se utilizaron las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dy}{y} = \alpha \frac{dk}{k} + \rho \quad (4.2)$$

$$\frac{dy}{y} = \alpha \left[ \frac{dk}{k} + \frac{dE_K}{E_K} + \xi \right] \quad (4.3)$$

donde  $y$  y  $k$  representan PIB y stock de capital per cápita, respectivamente,  $\rho$  es la tasa de crecimiento de la  $PTF$  y  $\xi$  es la tasa de cambio de la eficiencia de transformación energética.

#### 4.4.1 Coeficientes heterogéneos: el estimador de Swamy

Cuando el conjunto de datos panel posee varias observaciones ( $t$ ) por cada unidad de

análisis ( $i$ ), es posible estimar regresiones separadas para cada unidad y así capturar la estructura, en este caso, productiva de cada país. Es decir, el supuesto del modelo clásico (MCO) acerca de la homogeneidad de los parámetros ( $\beta_i = \beta \forall i$ ) es cuestionado (Croissant y Millo, 2018). En el caso de la presente investigación, se tiene datos de variables agregadas de 55 años para 8 países; por lo tanto, es posible especificar el modelo de la siguiente forma:

$$y_{it} = c_i + \alpha_i e + \alpha_i k + (1 - \alpha) l + v_{it} \quad (4.4)$$

donde  $v$  constituye el término de error del modelo. Sin embargo, considerar los coeficientes  $\alpha_i$  constantes y estimar regresiones separadas para cada país  $i$  puede reducir considerablemente los grados de libertad y aumentar la varianza del modelo, es decir, se perdería eficiencia. Ante esto, Swamy (1970) propuso el siguiente modelo con coeficientes individuales para cada unidad de análisis:

$$y_{it} = \gamma_i^\top z_{it} + v_{it}$$

donde  $\gamma^\top$  es una matriz que contiene los coeficiente específicos de cada país,  $z_{it}$  es una matriz que contiene las variables explicativas del modelo en logaritmos ( $e, k, l$ ), no se asume que  $v$  sea homocedástico y  $\gamma_i \sim N(\gamma, \Delta)$  o  $\delta_i = \gamma_i - \gamma \sim N(0, \Delta)$  (Croissant y Millo, 2018). Así, el modelo se puede reescribir de la siguiente manera:

$$y_{it} = \gamma^\top z_{it} + \epsilon_{it} \quad (4.5)$$

donde  $\epsilon_{it} = v_{it} + \delta_i^\top z_{it}$ . El modelo permite que los errores sean heterocedásticos (particularmente porque no se impuso la condición de homocedasticidad a  $v$ ) y los errores de cada país se pueden correlacionar pues contienen el mismo vector de parámetros  $\delta_i$  (Swamy, 1970). Además, como los coeficientes se estiman a través de Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG), debido a las autocorrelaciones entre errores, no se asume que la variable dependiente siga una distribución normal. Por estas razones, las pruebas de normalidad, heterocedasticidad y autocorrelación no son relevantes para determinar el sesgo de los parámetros estimados, debido a que, según Swamy (1970), si el modelo cointegra los parámetros estimados convergen a los poblacionales asintóticamente. La prueba de raíz unitaria de Levin, Lin, y Chu (2002) sirve para este propósito, pues probar que los errores del modelo no presentan raíz unitaria es análogo a probar que el modelo cointegra. Los resultados de la estimación y las pruebas de raíz unitaria se presentan en el capítulo 6.

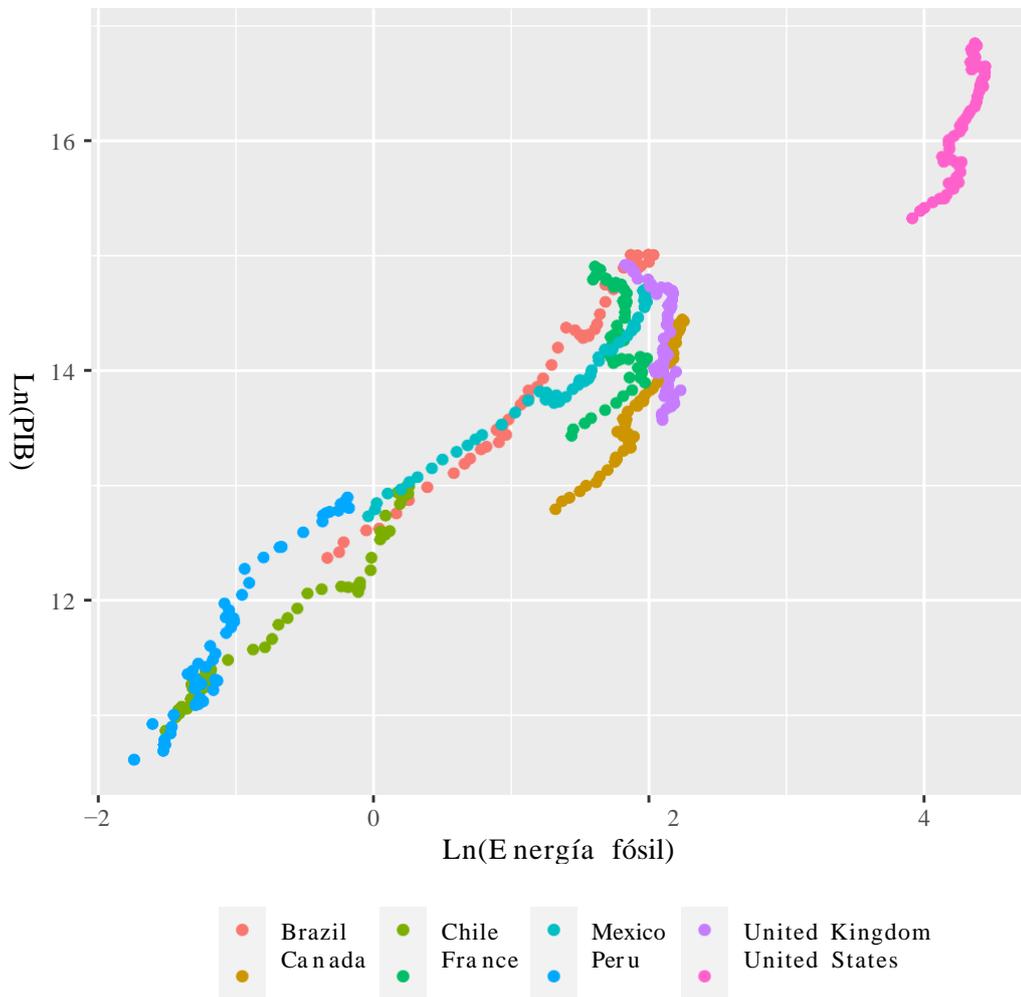
#### 4.5 Análisis de datos

A la luz de la evidencia se espera que los datos confirmen la existencia de una relación causal directa entre el consumo primario de energía y el producto interno de bruto (PIB) de los países en evaluación: Brasil, Canadá, Chile, Francia, México, Perú, Reino Unido y EE.UU.

En la Figura 4.1, efectivamente se puede observar una relación directa entre consumo primario de energía y producción económica. En la esquina inferior izquierda se observa el conjunto de puntos correspondientes a Perú (color azul oscuro), el país con menor PIB y consumo primario de energía fósil de la muestra, y en la esquina superior derecha se aprecia a EE.UU., el país con mayor PIB y consumo primario de energía.

Asimismo, pareciera que Francia, Reino Unido y EE.UU. han empezado a reducir su consumo primario de energía fósil mientras que su producción económica siguió aumentando. El Cuadro 4.1 muestra que, de los países mencionados, Francia es el que menos energía fósil consume, 51 % de su consumo de energía primaria total al 2019, y efectivamente su consumo de energía fósil se ha disminuido términos absolutos y relativos dentro de su matriz energética, pasando de representar el 90 % en 1965 a solo 51 % en 2019. Como se ve en Cuadro 4.1, esto se debe a que Francia ha experimentado un crecimiento de 620 % en su consumo de energía nuclear, mientras que el consumo de energía fósil no creció tan rápidamente. Las políticas de fomento nuclear del gobierno francés son, principalmente, las responsables de esta dinámica (Smil, 2010).

Figura 4.1: Relación PIB ~ energía fósil



Elaboración propia. Fuente: Penn World Table (2021)

Es particularmente interesante lo que sucedió en Reino Unido: el consumo primario total de energía se ha reducido en el lapso de 1965 – 2019. En cuanto al consumo de energía fósil, igual que lo sucedido en Francia, se ha reducido en términos absolutos y relativos dentro de la matriz energética del Reino Unido, pasando de representar el 98 % en 1965 a 80 % en 2019. Esto también se debe a un aumento del consumo de energía nuclear, pero la dinámica de reducción absoluta de consumo energético se debe quizá a incrementos de eficiencia o, lo más probable, a la tendencia denominada *overseas outsourcing*, que implica trasladar las actividades intensivas en uso de recursos primarios a países pobres con abundante fuerza laboral y risibles remuneraciones (Arrow et al.,

1995).

En contraste, en EEUU el consumo primario de energía fósil ha disminuido en términos relativos dentro de su matriz energética, pero no en términos absolutos. De hecho, la entrada de energía fósil al sistema productivo estadounidense ha crecido un 45 % desde 1965 hasta 2019. Este país representa el 81.9 % del consumo de energía primaria en Norte América.

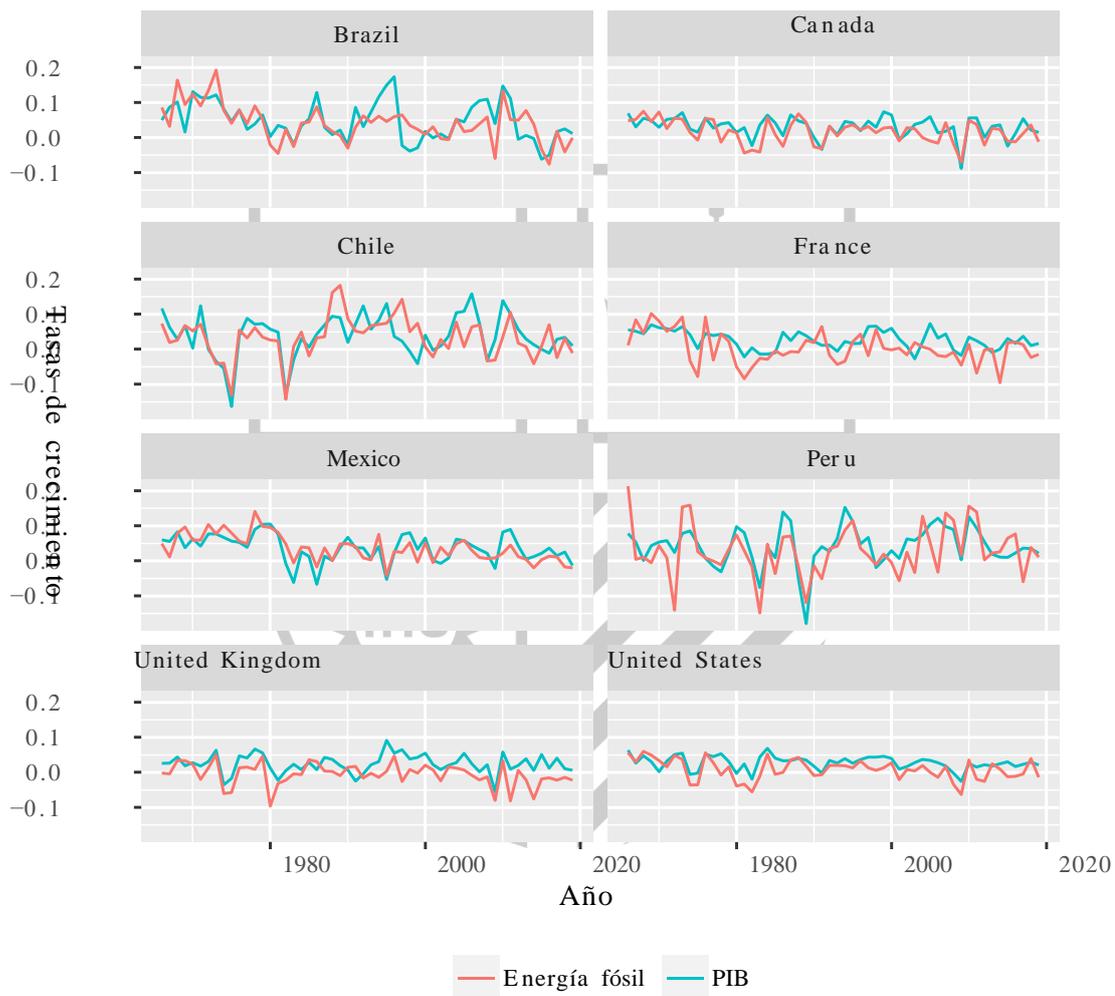
Cuadro 4.1: Consumo primario de energía: Francia, Reino Unido y EE.UU. 1965 | 2019 (TWh)

<b>Fuente</b>	<b>Francia 1965</b>	<b>Francia 2019</b>	<b>R.U. 1965</b>	<b>R.U. 2019</b>	<b>EE.UU. 1965</b>	<b>EE.UU. 2019</b>
Petróleo	637	875	886	863	6,581	10,274
Gas	50	434	9	788	4,159	8,466
Carbón	481	75	1,365	73	3,224	3,150
Biomasa	0	57	0	110	37	600
Hidroeléctrica	130	145	13	15	553	671
Nuclear	2	989	42	139	11	2,110
Solar	0	29	0	31	0	268
Eólica	0	85	0	159	0	751
<b>Total</b>	<b>1,301</b>	<b>2,689</b>	<b>2,314</b>	<b>2,178</b>	<b>14,565</b>	<b>26,291</b>

Elaboración propia. Fuente: IEA (2019)

En todo caso, la Figura 4.1 logra mostrar que aquellos países que producen más bienes y servicios en un año (eso es el PIB) necesariamente sustraen más energía de su entorno para lograrlo. Eso está relacionado con la primera ley de la Termodinámica: la energía no se crea ni se destruye, se transforma. Es decir, el incremento de aquello que sale del sistema (*output*), bienes y servicios en el caso del sistema productivo humano, solo puede ocurrir por dos factores: aumento de la eficiencia en el aprovechamiento de los recursos que entran al sistema (*input*) o simplemente incremento de la entrada de recursos. En este sentido, la Figura 4.2 muestra que las tasas de crecimiento del PIB están altamente correlacionadas con las tasas de crecimiento de consumo primario de energía fósil (a más *input* más *output*).

Figura 4.2: Tasas de crecimiento de PIB y energía fósil



Elaboración propia. Fuente: Penn World Table (2021)

## CAPÍTULO V: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A la luz del análisis de datos previo y aplicando el modelo propuesto por Swamy (1970) a las series de los ocho países en estudio, se obtuvieron los siguientes coeficientes para las variables en logaritmos de consumo primario de energía fósil (carbón, gas, petróleo), stock de capital y fuerza laboral empleada:

Cuadro 5.1: Modelo de coeficientes aleatorios

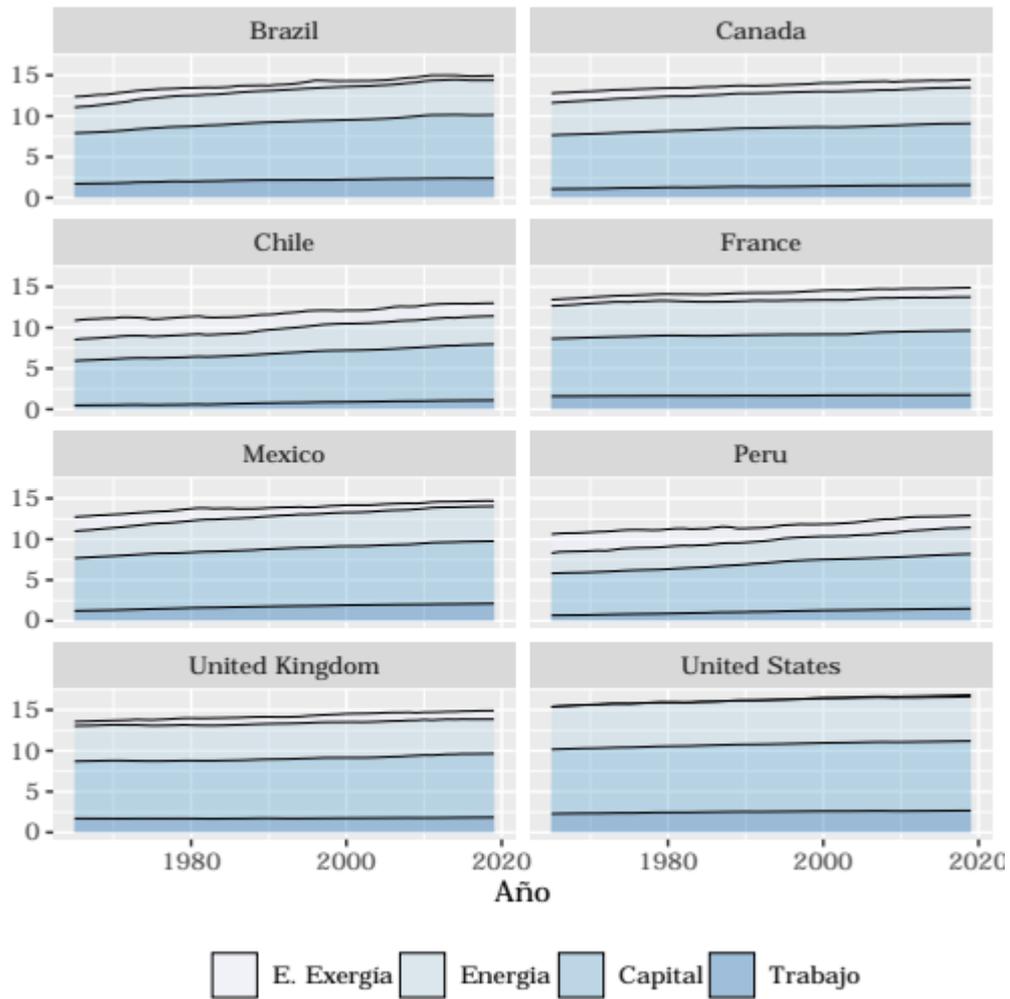
	<i>Variable dependiente:</i>
$\ln(E_k)$	$\ln(Y)$ 0.482*** (0.092)
$\ln(K)$	0.472*** (0.136)
$\ln(L)$	0.527 (0.456)
$\ln(C)$	4.532** (1.781)
Observaciones	440
SCE	175
R <sup>2</sup> Múltiple	0.997
Chi-cuadrado	141.892*** (df = 3)
<i>Nota:</i> *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01	

Se observa, a juzgar por el R<sup>2</sup> múltiple, que el modelo logra explicar el 99.7 % de la varianza de PIB en logaritmo, lo cual denota una bondad de ajuste significativa. La prueba de raíz unitaria para modelos de datos panel Levin-Lin-Chu, cuya hipótesis alternativa implica estacionariedad, dio como p-valor **6e-05** para los residuos del modelo, lo cual implica que son estacionarios y que cointegra. Es importante notar que el coeficiente del

factor trabajo no es estadísticamente diferente de cero dado que la varianza del coeficiente estimado es alta. Esto implicaría, si se comprueba en un estudio posterior, que la contribución del trabajo a la producción sería negligible y que el proceso productivo estaría explicado casi en su totalidad por el consumo primario de energía fósil y el capital. Una explicación de ello se encuentra en la alta variabilidad que la inclusión de países disímiles (países ricos como EE.UU. y países no ricos como Perú) aportan a la muestra, especialmente con relación al empleo del factor trabajo. Asimismo, dado que los exponentes del consumo primario de energía fósil y el capital suman casi 1, se podría a futuro buscar probar que la existencia de retornos crecientes a escala para modelar crecimiento a largo plazo de forma endógena solo requeriría incluir el factor energía (Maddala, 1987). Con relación a las hipótesis, después de realizar todos los cálculos detallados en la sección de método, se ha encontrado que el consumo primario de energía fósil representa el **83 %** de aquello que se conoce como productividad total de factores (*PTF*) en la literatura neoclásica (véase Figura 5.1); por consiguiente, la hipótesis general del estudio queda comprobada. Este resultado concuerda con los hallazgos que Kümmel et al. (2002) hicieron sobre los determinantes del avance tecnológico. Según aquellos, la *PTF* está dada por (i) aumento acelerado de la proporción de capital automatizado con energía (i.e., mayor entrada de energía al sistema para subvenir la demanda) y (ii) mejoras en la eficiencia energética gracias a innovaciones. De estos dos determinantes, los autores mencionan que las tendencias muestran una predominancia del primero sobre el segundo, por lo cual se constata un crecimiento continuo del consumo primario de energía. Esto último concuerda con la paradoja que encontrara Jevons (1865) sobre el efecto rebote que se producía cuando innovaciones energéticas en los motores que facilitan la extracción de carbón, en vez de disminuir el consumo total, lo aumentaban. Jevons planteó que esto se debía a que las ganancias en eficiencia actúan como aumentos de ingreso; por consiguiente, la demanda de todas las amenidades aumenta, incluidas aquellas que requieren energía en su proceso de elaboración.

Asimismo, desde una perspectiva epistemológica, el hecho de que el “avance tecnológico” esté representado en 83 % por consumo de energía fósil, para las economías estudiadas y a lo largo de 1965-2019, y la evidencia de complementariedad entre energía

Figura 5.1: Distribución factorial de la producción, función en base a energía



Elaboración propia. Fuente: Penn World Table (2021)

y capital que aportaron Kümmel et al. (2002), contribuye a llamar la atención sobre la incompletitud de la ficción analítica fundamental del corpus neoclásico: el “flujo circular de bienes y servicios”; este no es otra cosa que el proceso de producción económico (Georgescu-Roegen, 1972). Sin embargo, solo concentra su atención en la compra-venta de fuerza laboral y bienes, sin reparar en la base material y energética que sostiene dicho sistema (Ayres et al., 2013; Georgescu-Roegen, 1977). De hecho, se puede constatar en los libros de microeconomía que en los modelos de maximización de ganancias de la firma no existen restricciones sobre la cantidad de insumos que puede utilizar. Un economista neoclásico podría replicar que la firma tiene una restricción presupuestaria para gastar en insumos, por lo tanto, sí tiene restricciones sobre la cantidad de insumos

que puede usar. Sin embargo, si la firma no tuviera restricción financiera alguna, no existe impedimento lógico dentro de este corpus teórico para que la firma compre el equivalente a todo el planeta Tierra en insumos.

Por lo tanto, si el proceso económico solo está determinado por la reproducción de la compra-venta de fuerza laboral y bienes, y la respectiva acumulación de capital, entonces las únicas restricciones al crecimiento económico solo pueden estar dadas por una insuficiente acumulación de capital o una insuficiente fuerza laboral para subvenir los requerimientos del proceso productivo. Así, en 1956, cuando Solow trabajaba en su modelo de crecimiento a largo plazo encontró que, después de la Primera Guerra Mundial, los factores capital y trabajo no podían explicar la totalidad del producto de EE.UU. En vez de buscar la explicación de ese residuo de producto en una variable física, lo consideró como “avance tecnológico”, “mannah que cae del cielo” porque Solow no explicó cómo se generaba ese avance. Romer (1994) propuso una explicación con base en externalidades de capital e inversión en conocimiento. Así, la teoría moderna de crecimiento asume que la acumulación de *stocks*, sean estos de capital o conocimiento, es prácticamente la única fuerza que empuja el aumento de la producción de un país (Aghion et al., 1998; Ayres et al., 2013; Barro y Sala-i Martín, 2004; Romer, 1994).

A la luz de la evidencia, esta observación de la teoría moderna de crecimiento no es del todo incorrecta, pero sí incompleta. La restricción fundamental al crecimiento es el continuo flujo de energía al proceso económico, especialmente aquella en forma fósil, al menos por el momento. El círculo causal empezaría, entonces, con entradas de energía fósil, cuyo contenido exergético se utiliza en disponer los átomos de ciertos materiales en un orden que los seres humanos perciben como útil o deseable, mover objetos y seres humanos de posición, elevar la temperatura de ambientes y líquidos, etc. Es esta primera entrada de energía la que posibilita la obtención de excedencias que se transforman en capital (máquinas y conocimiento) y que también contribuyen a incrementar la producción, pero son resultado del consumo de energía, no causa. Ahora bien, cuando las sociedades se industrializan y adquieren más conocimiento de su entorno logran apropiarse de mayores y distintas reservas de energía y, por lo tanto, crecen materialmente y demográficamente (Cook, 1971). Sin embargo, a juzgar por el consumo primario de energía de todos los países de la muestra, no parece que las matrices energéticas hallan

variado considerablemente desde 1870, cuando inició la segunda revolución industrial y el petróleo se convirtió en el vector de energía principal de todas las economías (Smil, 2019; Stern y Kander, 2012). Incluso, algunos autores sugieren que no sería posible abandonar los combustibles fósiles, debido a que no existiría algún vector de energía comparable en términos de portabilidad y alto contenido energético (Zehner, 2012).

Con relación a la hipótesis específica 1, se constata que efectivamente el exponente del factor capital, considerando su aporte exergético a la producción, es mayor al del factor trabajo, pues se obtuvo  $(E_K K)^{\alpha+\alpha} = (E_K K)^{0,954}$ , donde  $E_K$  actúa como *proxy* de  $E_X^K$ . En cuanto a la hipótesis específica 2, se comprueba que la función Keen et al. (2019) predice con mayor precisión las tasas de crecimiento per cápita del producto de los países y, por consiguiente, también las diferencias de tasas entre aquellos desarrollados y en desarrollo (Véase Cuadro 5.2).

Cuadro 5.2: Tasas de crecimiento de PIB observadas y predichas (2019)

País	Observadas	Cobb-Douglas	Keen et al.
Brazil	-0.84	-1.57	-0.84
Canada	-0.27	-0.91	-0.27
Chile	-0.30	-0.79	-0.30
France	0.43	-0.02	0.43
Mexico	-3.67	-4.53	-3.67
Peru	0.73	0.21	0.73
United Kingdom	-0.40	-0.79	-0.40
United States	1.12	0.74	1.12

Elaboración propia.

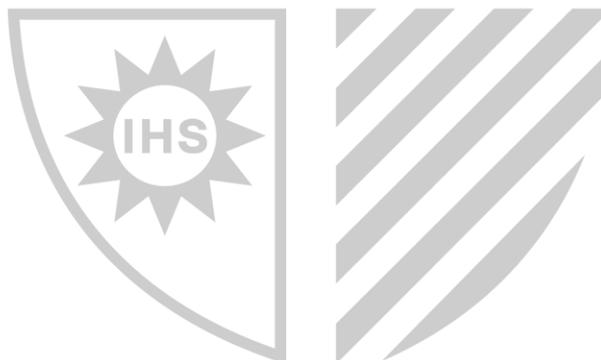
## CONCLUSIONES

La verificación empírica de las hipótesis planteadas por Keen et al. (2019) ha servido para elucidar la importancia fundamental de la energía en el proceso de producción y señalar ciertos vacíos epistemológicos en el corpus neoclásico. En primer lugar, se ha encontrado que el consumo primario de energía fósil representa el 83 % de aquello que se conoce como “productividad total de factores” en la literatura neoclásica, para los países de la muestra durante 1965 – 2019. Esto se debe a que existe cierta complementariedad entre el capital y la energía, lo cual se ha podido constatar por el aumento acelerado de la proporción de capital automatizado con energía (i.e., mayor entrada de energía al sistema para subvenir la demanda), especialmente a partir de 1870. Así, la restricción fundamental al crecimiento está dada por el flujo incesante de energía al proceso económico, especialmente aquella en forma fósil. Aunque el discurso de los países a favor de la transición hacia fuentes primarias de energía no fósiles es generalizado, a juzgar por las matrices energéticas no parece que esto suceda a mediano plazo pues la mayoría depende en un 80 %, aproximadamente, de energía fósil. Además, hay quienes sugieren que no sería posible abandonar los combustibles fósiles, porque no existe vector energético comparable en términos de portabilidad y contenido energético (Zehner, 2012).

En segundo lugar, se ha cotejado que al considerar el aporte exergético/energético del capital el exponente que le corresponde en la función de producción es mayor que aquel del trabajo:  $(E_K K)^{\alpha+\alpha} = (E_K K)^{0.954}$ , donde  $E_K$  actúa como *proxy* de exergía ejercida por una unidad de capital representativa de la economía  $E_X^K$ . En tercer lugar, se ha comprobado que la función Keen et al. (2019) predice con mayor precisión las tasas de crecimiento per cápita del producto de los países y, por consiguiente, también las diferencias de tasas entre aquellos desarrollados y en desarrollo.

## RECOMENDACIONES

Por último, dada la relación lineal que existe entre el consumo de energía fósil y la emisión de gases efecto invernadero (GEI) (Keen, 2020) y entre estas y el cambio climático (Manabe y Wetherald, 1975), dos líneas de investigación futura pueden desarrollarse a partir de los hallazgos aquí presentados: 1) desarrollar un modelo matemático integrador de la dinámica economía – circulación atmosférica, que no parta de creencias preconcebidas como Nordhaus (1991), y 2) realizar una contabilidad de los recursos naturales que se necesitarían para transitar a una economía sin combustibles fósiles, considerando que la manufactura de paneles solares, turbinas eólicas y baterías consume altas cantidades de combustibles fósiles, especialmente carbón, y minerales (Zehner, 2012).



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

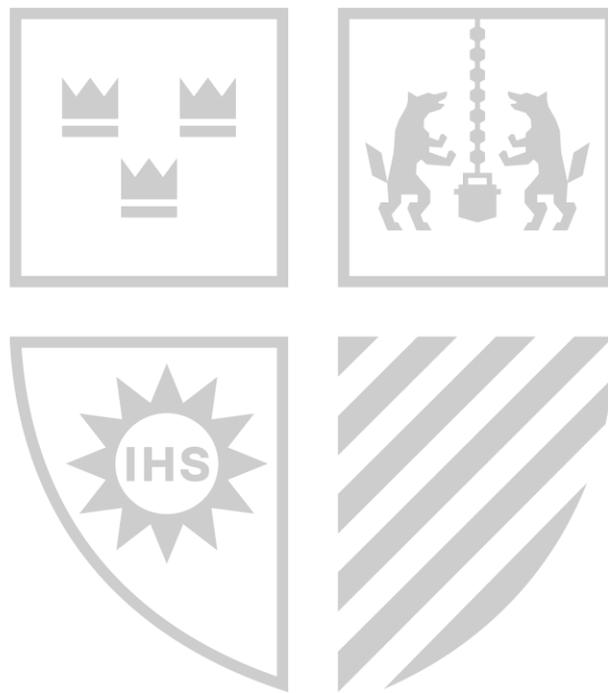
- Aghion, P., Howitt, P., Howitt, P. W., Brant-Collett, M., García-Peñalosa, C., y cols. (1998). *Endogenous growth theory*. MIT press.
- Arrow, K., Bolin, B., Costanza, R., Dasgupta, P., Folke, C., Holling, C. S., . . . others (1995). Economic growth, carrying capacity, and the environment. *Ecological economics*, 15(2), 91–95.
- Ayres, R. U., Van den Bergh, J. C., Lindenberger, D., y Warr, B. (2013). The underestimated contribution of energy to economic growth. *Structural Change and Economic Dynamics*, 27, 79–88.
- Ayres, R. U., y Warr, B. (2005). Accounting for growth: the role of physical work. *Structural Change and Economic Dynamics*, 16(2), 181–209.
- Barro, R., y Sala-i Martin, X. (2004). *Economic growth, 2 edition*. MIT Press, Cambridge.
- Behar, D. (2008). Metodología de la investigación. editorial shalom. *Recuperado de <https://bit.ly/2mmdL0L>*.
- Cobb, C. W., y Douglas, P. H. (1928). A theory of production. *The American Economic Review*, 18(1), 139–165.
- Cook, E. (1971). The flow of energy in an industrial society. *Scientific American*, 225(3), 134–147.
- Croissant, Y., y Millo, G. (2018). *Panel data econometrics with r*. John Wiley & Sons.
- Georgescu-Roegen, N. (1972). Process analysis and the neoclassical theory of production. *American Journal of Agricultural Economics*, 54(2), 279–294.
- Georgescu-Roegen, N. (1977). The steady state and ecological salvation: a thermodynamic analysis. *BioScience*, 27(4), 266–270.
- Georgescu-Roegen, N. (1986). The entropy law and the economic process in retrospect. *Eastern Economic Journal*, 12(1), 3–25.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2014). Metodología de la investigación. *Editorial McGraw Hill*.
- Hotelling, H. (1931). The economics of exhaustible resources. *Journal of political*

- Economy*, 39(2), 137–175.
- IEA. (2019). *World energy outlook 2019*. International Energy Agency.
- Jevons, W. S. (1865). The coal question: Can Britain survive. *First published in*, 165.
- Jorgenson, D. W. (1982). Energy prices and productivity growth. En *The impact of rising oil prices on the world economy* (pp. 25–39). Springer.
- Keen, S. (2020). The appallingly bad neoclassical economics of climate change. *Globalizations*, 1–29.
- Keen, S., Ayres, R. U., y Standish, R. (2019). A note on the role of energy in production. *Ecological economics*, 157, 40–46.
- Kümmel, R. (1980). *Growth dynamics of the energy dependent economy* (Vol. 54). Hain.
- Kümmel, R. (1982). The impact of energy on industrial growth. *Energy*, 7(2), 189–203.
- Kümmel, R. (1989). Energy as a factor of production and entropy as a pollution indicator in macroeconomic modelling. *Ecological Economics*, 1(2), 161–180.
- Kümmel, R., Henn, J., y Lindenberger, D. (2002). Capital, labor, energy and creativity: modeling innovation diffusion. *Structural Change and Economic Dynamics*, 13(4), 415–433.
- Kümmel, R., Lindenberger, D., y Weiser, F. (2015). The economic power of energy and the need to integrate it with energy policy. *Energy Policy*, 86, 833–843.
- Kümmel, R., Strassl, W., Gossner, A., y Eichhorn, W. (1985). Technical progress and energy dependent production functions. *Zeitschrift für Nationalökonomie/Journal of Economics*, 45(3), 285–311.
- Levin, A., Lin, C.-F., y Chu, C.-S. J. (2002). Unit root tests in panel data: asymptotic and finite-sample properties. *Journal of econometrics*, 108(1), 1–24.
- Maddala, G. S. (1987). Recent developments in the econometrics of panel data analysis. *Transportation Research Part A: General*, 21(4-5), 303–326.
- Manabe, S., y Wetherald, R. T. (1975). The effects of doubling the CO<sub>2</sub> concentration on the climate of a general circulation model. *Journal of Atmospheric Sciences*, 32(1), 3–15.
- Mankiw, N. G., Phelps, E. S., y Romer, P. M. (1995). The growth of nations. *Brookings papers on economic activity*, 1995(1), 275–326.
- Nordhaus, W. D. (1991). To slow or not to slow: the economics of the greenhouse effect. *The economic journal*, 101(407), 920–937.

- Phillips, P. C., y Moon, H. R. (1999). Linear regression limit theory for nonstationary panel data. *Econometrica*, 67(5), 1057–1111.
- Romer, P. M. (1994). The origins of endogenous growth. *Journal of Economic perspectives*, 8(1), 3–22.
- Shaikh, A. (1974). Laws of production and laws of algebra: the humbug production function. *The review of economics and statistics*, 115–120.
- Smil, V. (2006). *Energy: a beginner's guide, oneworld*. Oxford.
- Smil, V. (2010). *Energy transitions: history, requirements, prospects*. ABC-CLIO.
- Smil, V. (2019). *Growth: from microorganisms to megacities*. Mit Press.
- Solow, R. M. (1956). A contribution to the theory of economic growth. *The quarterly journal of economics*, 70(1), 65–94.
- Solow, R. M. (1974). Intergenerational equity and exhaustible resources. *The review of economic studies*, 41, 29–45.
- Stern, D. I. (2015). The role of energy in economic growth. *International energy and poverty*, 35–47.
- Stern, D. I. (2019). Energy and economic growth. En *Routledge handbook of energy economics* (pp. 28–46). Routledge.
- Stern, D. I., y Kander, A. (2012). The role of energy in the industrial revolution and modern economic growth. *The Energy Journal*, 33(3).
- Stiglitz, J. (1974). Growth with exhaustible natural resources: efficient and optimal growth paths. *The review of economic studies*, 41, 123–137.
- Swamy, P. A. (1970). Efficient inference in a random coefficient regression model. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 311–323.
- Tintner, G., Deutsch, E., Rieder, R., y Rosner, P. (1977). A production function for Austria emphasizing energy. *De Economist*, 125(1), 75–94.
- Wall, G. (1977). *Exergy-a useful concept within resource accounting*. Chalmers tekniska högskola, Göteborgs universitet.
- Wrigley, E. A. (2013). Energy and the english industrial revolution. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 371(1986), 20110568.
- Wrigley, T. (2011). Opening pandoras box: a new look at the industrial revolution. Retrieved from VOXEU. Descargado de <https://voxeu.org/article/>

industrial-revolution-energy-revolution

Zehner, O. (2012). *Green illusions: the dirty secrets of clean energy and the future of environmentalism*. U of Nebraska Press.



## ANEXOS

### Script de R

```
library(plm
)
library(ope
nxlsx)
load("../data/thesis_data1.Rdata")
p1 <-pdata.frame(d1, index = c("country", "year"))
# Estimador de Swamy: coeficientes aleatorios
rcml <-pvcml(log(cgdpo) ~ log(fe) + log(cn) + log(emp),
            data =p1, model = "random")
summary(rcml)
# coeficiente y desviación estándar
cbind(coef(rcml), stdev = sqrt(diag(rcml$Delta)))

# Test de raíz unitaria para los residuos (cointegración)
purtest(rcml$residuals) # El modelo cointegra

# Estimador de Swamy para función Cobb-Douglas
rcobb <-pvcml(log(cgdpo) ~ log(cn) + log(emp),
            data = p1, model = "random")
summary(rcobb)

# Comprobación de objetivo 1 (general)
ptf <-p1$cgdpo / (p1$cn^rcobb$coefficients[2]
                *
                p1$emp^rcobb$coefficients[3])
```

```

en <- p1$cgdpo / (rcm1$coefficients[1] *
                p1$cn^rcm1$coefficients[3] *
                p1$emp^rcm1$coefficients[4])

ob1 <- en / ptf
# energy represent 83% of ptf
mean(ob1)

# objetivo 3
# solución algebraica

efi <- p1$cgdpo / (p1$fe^rcm1$coefficients[2] *
                 p1$cn^rcm1$coefficients[3] *
                 p1$emp^rcm1$coefficients[4])

p1 <- cbind(p1, ptf, efi) p1$cgdpo <-
p1$cgdpo / p1$emp
p1$cn <- p1$cn / p1$emp

ob3 <- log(p1[p1$year == 2019, c(3:5,7,8)] /
           p1[p1$year == 2018, c(3:5,7,8)])
ob3

cobbpr <- rcobb$coefficients[2] * ob3$cn + ob3$ptf
cobbpr

keenpr <- rcm1$coefficients[2]ob3$fe + *
        rcm1$coefficients[3]ob3$cn *ob3$efi
keenpr

tb <- data.frame(c("Brazil", "Canada", "Chile",
                  "France", "Mexico", "Peru",

```

```
"United Kingdom", "United States"),ob3$cgdpo, cobbpr, keenpr)
colnames(tb)[1:2] <- c("country", "gdp_pc")
tb
```

```
tb[, 2:4] <- 100 * tb[, 2:4]
```

```
library(openxlsx)
```

```
write.xlsx(tb, file = "tabla_resultados.xlsx", overwrite = TRUE)
```

