

UNIVERSIDAD ANTONIO RUIZ DE MONTOYA

Facultad de Filosofía, Educación y Ciencias Humanas



DIFICULTADES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA EN EL TRÁNSITO ENTRE LOS REGISTROS ALGEBRAICO Y GRÁFICO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA. UNA MIRADA DESDE LA TEORÍA DE REGISTROS DE LA REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

Tesis para optar al Título Profesional de Licenciado en Educación Secundaria con especialidad en Matemática

Presenta el Bachiller

WILTER YOMER CARRASCO ALTAMIRANO

Presidente: Oscar Heerbert Marin Garcia

Asesor: José Miguel Tiburcio Rivas

Lectora: Daysi Julissa García Cuéllar

Lima – Perú

Noviembre de 2023



UARM

Universidad
Antonio Ruiz
de Montoya

Anexo N.º 3 - Reglamento General de Grados y Títulos de Pregrado y Posgrado
Aprobado por Resolución Rectoral N° 194-2022-UARM-R y modificado
por Resolución Rectoral N° 040-2023-UARM-R

INFORME DE ORIGINALIDAD

Sres.

CONSEJEROS

Pte.

De nuestra consideración:

Por la presente nos dirigimos a Ustedes para saludarlos e informar al Consejo Universitario sobre el producto académico elaborado por CARRASCO ALTAMIRANO, Wilter Yomer, quien solicita la obtención de su título profesional a través de la sustentación de una tesis.

El producto académico elaborado tiene como título “Dificultades que presentan los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria en el tránsito entre los registros algebraico y gráfico de la función cuadrática. Una mirada desde la Teoría de Registros de la Representación Semiótica”.

Por tanto, en nuestra condición de Asesor de producto académico y de integrante de la Comisión de Grados y Títulos de la Facultad de Filosofía, Educación y Ciencias Humanas, respectivamente, declaramos que el producto académico de CARRASCO ALTAMIRANO, Wilter Yomer ha sido examinado con el programa antiplagio *Turnitin* para identificar su nivel de coincidencias.

El resultado que arroja el programa es de 19% de similitud, el cual proviene de fuentes de información que han sido debidamente citadas o reconocidas utilizando las normas del sistema APA.

Sin otro particular, quedo de ustedes.

Firmado en Lima, el 15 del mes de octubre de 2023

Atentamente,

José Miguel Tiburcio Rivas
Asesor

Oscar Heerbert Marin Garcia
Secretario de la Comisión

*Conforme a lo establecido en el documento de identidad

DEDICATORIA

A Dios por las dádivas de cada día.

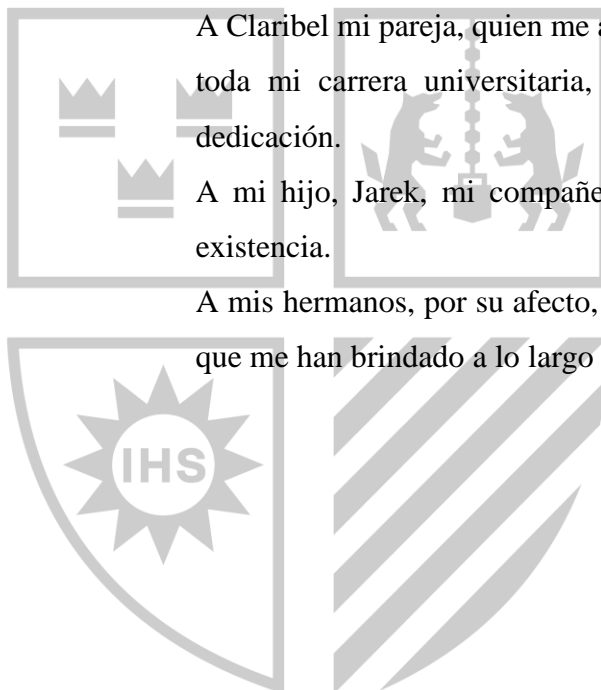
A Humberdino, mi padre, por su apoyo al iniciar mi carrera y que desde el cielo se alegra por mis logros.

A mi madre María Magdalena, por brindarme su afecto.

A Claribel mi pareja, quien me acompañó y apoyó en toda mi carrera universitaria, con mucho amor y dedicación.

A mi hijo, Jarek, mi compañero y la razón de mi existencia.

A mis hermanos, por su afecto, confianza y consejos que me han brindado a lo largo de la carrera.



RESUMEN

La presente investigación tiene por objetivo analizar las dificultades que presentan los estudiantes de cuarto de educación secundaria en el aprendizaje de la función cuadrática al transitar por los registros algebraico y gráfico. Para ello, se usó la Teoría de Registros de la representación semiótica, creada por R. Duval entre finales de la década del 90 e inicios de los 2000. Esta teoría radica en el enfoque cognitivo que se da a la actividad matemática en búsqueda de principios asociados al aprendizaje de objetos matemáticos. Esta investigación, se desarrolló con estudiantes del cuarto grado de educación secundaria en un colegio estatal rural en la región de Amazonas en Perú. La metodología seguida para desarrollar esta investigación, es un enfoque cualitativo de nivel descriptivo, ya que se aplicó un cuestionario al grupo de estudio, y se describieron y analizaron los resultados encontrados. Como resultado, se encontró que los escolares presentan mayor dificultad al momento de hacer cálculos e identifican mal las coordenadas cartesianas, pues se halló serias dificultades en la conversión de una representación en el registro algebraico a su registro gráfico. Ello se debe, principalmente, a la poca comprensión de conceptos previos asociados al objeto matemático función cuadrática.

Palabras clave: Registros semióticos, transformaciones semióticas, función cuadrática.

ABSTRACT

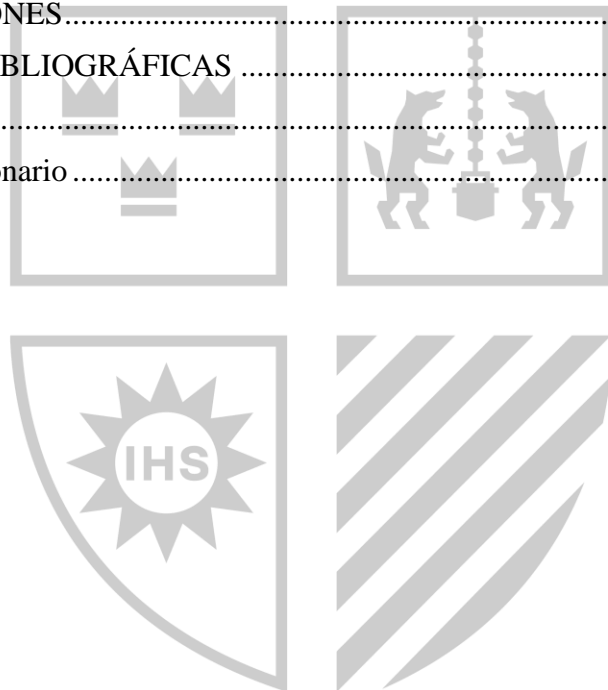
The present research aims to analyze the difficulties that fourth grade secondary education students have in learning the quadratic function when moving between the algebraic and graphic registers. For this, the Theory of Registers of semiotic representation, created by R. Duval between the end of the 90s and the beginning of the 2000s, was used. This theory is based on the cognitive approach that is given to mathematical activity in search of principles associated with the learning of mathematical objects. This research was carried out with fourth grade secondary education students in a rural state school in the Amazonas region of Peru. The methodology followed to develop this research is a qualitative approach of descriptive level, since a questionnaire was applied to the study group, and the results obtained were described and analyzed. As a result, it was found that students have more difficulty when making calculations and identify Cartesian coordinates poorly, as serious difficulties were found in converting a representation in the algebraic register to its graphic register. This is mainly due to the poor understanding of previous concepts associated with the mathematical object quadratic function.

Keywords: Semiotic Registers, Semiotic Transformations, Quadratic Function.

TABLA DE CONTENIDOS

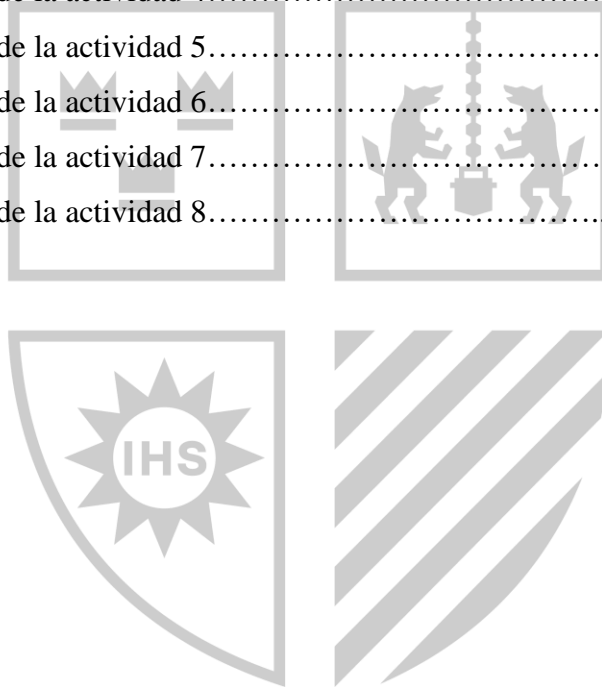
INTRODUCCIÓN	12
CAPÍTULO I: PROBLEMA DE LA INVESTIGACIÓN	14
1.1. Antecedentes	15
1.2. Justificación de estudio	18
1.3. Formulación del problema	19
1.4. Objetivos de investigación	19
1.4.1. Objetivo general	19
1.4.2. Objetivos específicos	19
CAPITULO II: MARCO TEÓRICO	21
2.1. Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS)	21
2.1.1. El trabajo matemático desde el punto de vista cognitivo	22
2.1.2 Representaciones semióticas	24
2.1.3. Registros de representación de la función cuadrática	26
2.2. Análisis del objeto matemático función cuadrática	28
2.2.1. Estudio histórico sobre el concepto de función	28
2.2.2. Concepto de función cuadrática	30
2.3. La enseñanza de la función cuadrática en las matemáticas de la educación básica según la propuesta del MINEDU	33
2.4. Dificultades en el Aprendizaje de Funciones	35
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA	37
3.1. Tipo de investigación	37
3.2. Nivel de investigación	38
3.3. Muestra	38
3.4. Procedimientos de investigación	39
3.5. Técnicas e instrumentos	40
3.6. Matriz de variables/dimensiones, categorías e indicadores	40
3.7. Aplicación del instrumento	41
3.8. Análisis de los datos recolectados	42
CAPITULO IV: ANÁLISIS	43

4.1. Análisis de las actividades	43
4.1.1. Análisis de la primera actividad propuesta	43
4.1.2. Análisis de la segunda actividad propuesta	46
4.1.3. Análisis de la tercera actividad propuesta.....	50
4.1.4. Análisis de la cuarta actividad propuesta.....	52
4.1.5. Análisis de la quinta actividad propuesta	55
4.1.6. Análisis de la sexta actividad propuesta	58
4.1.7. Análisis de la séptima actividad propuesta	61
4.1.8. Análisis de la octava actividad propuesta	64
CAPITULO V. RESULTADOS.....	68
CONCLUSIONES	71
RECOMENDACIONES.....	72
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73
ANEXOS	76
Anexo N°1: Cuestionario	77



ÍNDICE DE TABLAS

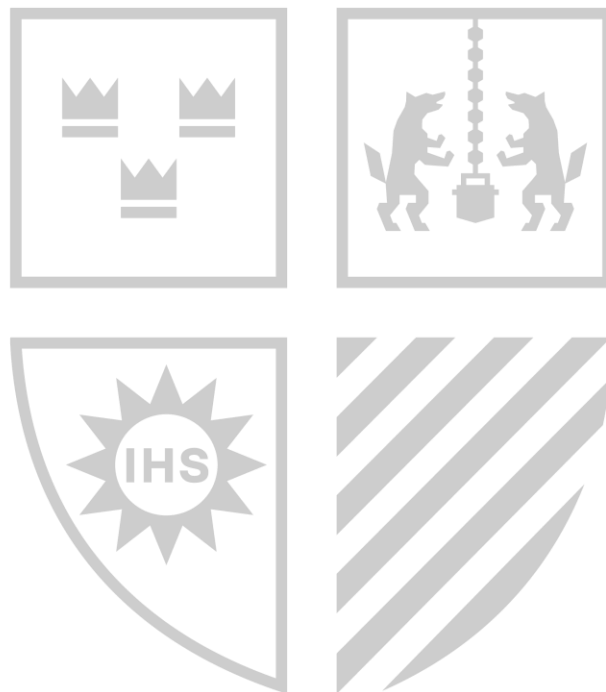
Tabla 1 Matriz de variables/dimensiones, categorías e indicadores.....	41
Tabla 2 Resultados de la actividad 1.....	44
Tabla 3 Resultados de la actividad 2.....	47
Tabla 4 Resultados de la actividad 3.....	51
Tabla 5 Resultados de la actividad 4.....	53
Tabla 6 Resultados de la actividad 5.....	56
Tabla 7 Resultados de la actividad 6.....	59
Tabla 8 Resultados de la actividad 7.....	62
Tabla 9 Resultados de la actividad 8.....	64

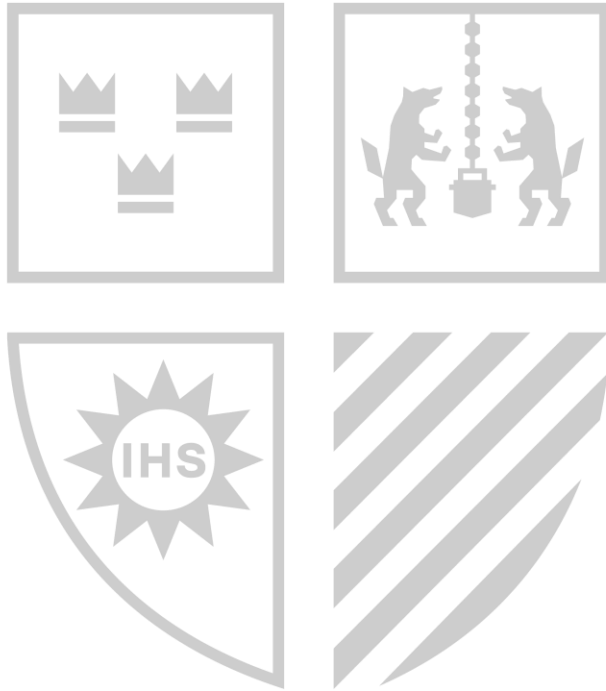


ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Registro tabular de la función cuadrática.....	28
Figura 2 Registro gráfico del objeto matemático función cuadrática.....	28
Figura 3 Representaciones semióticas de una función cuadrática.....	33
Figura 4 Situación problemática sobre función cuadrática	35
Figura 5 Actividad 1.....	44
Figura 6 Respuesta del estudiante E1 a la actividad 1.....	45
Figura 7 Respuesta del estudiante E2 a la actividad 1.....	46
Figura 8 Actividad 2.....	47
Figura 9 Respuesta del estudiante E3 a la actividad 2.....	48
Figura 10 Respuesta del estudiante E4 a la actividad 2.....	48
Figura 11 Respuesta del estudiante E5 a la actividad 2.....	49
Figura 12 Respuesta del estudiante E6 a la actividad 2.....	49
Figura 13 Actividad 3.....	50
Figura 14 Respuesta del estudiante E7 a la actividad 3.....	51
Figura 15 Respuesta del estudiante E3 a la actividad 3.....	52
Figura 16 Actividad 4.....	53
Figura 17 Respuesta del estudiante E8 a la actividad 4	54
Figura 18 Respuesta del estudiante E9 a la actividad 4	55
Figura 19 Actividad 5.....	56
Figura 20 Respuesta del estudiante E3 a la actividad 5.....	57
Figura 21 Respuesta del estudiante E10 a la actividad 5	58
Figura 22 Actividad 6	59
Figura 23 Respuesta del estudiante E5 a la actividad 6	60
Figura 24 Respuesta del estudiante E7 a la actividad 6.....	60
Figura 25 Actividad 7.....	61
Figura 26 Respuesta del estudiante E10 a la actividad 7	62
Figura 27 Desarrollo del estudiante E1 la actividad 7.....	63

Figura 28 Actividad 8.....64
Figura 29 Desarrollo del estudiante E10 a la actividad 865
Figura 30 Desarrollo del estudiante E8 a la actividad 866
Figura 31 Desarrollo del estudiante E2 a la actividad 867





INTRODUCCIÓN

El presente trabajo es una investigación que se enfoca en analizar las dificultades que manifiestan los estudiantes de cuarto de secundaria en su aprendizaje de la función cuadrática. En particular, se centra en las conversiones de las representaciones dadas en el registro algebraico hacia el gráfico y viceversa.

De acuerdo con Guzmán (2006), la función cuadrática es un objeto matemático que puede ser representado en varias formas, como la expresión algebraica, la representación gráfica, la representación tabular y el lenguaje verbal. Estudios han demostrado que comprender este objeto matemático implica la interconexión entre estas diferentes formas de representación. Estas tienen un lugar crucial en su aprendizaje, pues esenciales para realizar el tratamiento y la conversión entre las diversas representaciones de la función cuadrática.

Por esta razón, con el objetivo de conocer con mayor exactitud los problemas que manifiestan los alumnos al trabajar con las representaciones de la función cuadrática, se elaboró un cuestionario de ocho actividades. En dicho cuestionario, se pide al estudiante que realice conversiones de las representaciones de la función cuadrática en los registros algebraicos y gráficos. Los resultados encontrados muestran deficiencias conceptuales y procedimentales en los estudiantes de cuarto grado de educación secundaria en cuanto a la comprensión y manejo de funciones cuadráticas. En particular, se evidencia una falta de coordinación entre la representación algebraica y gráfica que tienen los estudiantes.

Para tal motivo, se organizó esta investigación en cinco capítulos. En el primer capítulo, se expone el problema de investigación y se muestran algunas investigaciones que abordan nuestro tema, como antecedentes de esta investigación. En este apartado, también se explica la justificación, se presenta la pregunta que orienta dicha investigación y los objetivos.

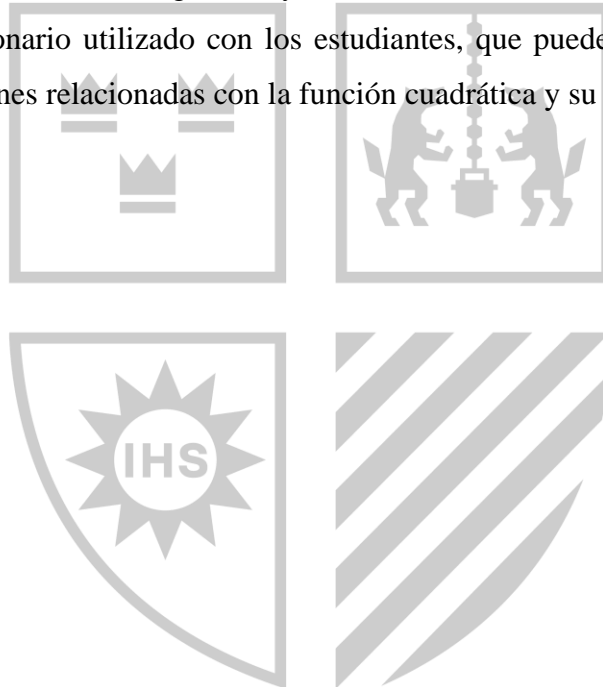
En el segundo capítulo, se presentan aspectos principales del marco teórico, la teoría de registros de la representación semiótica (TRRS) y el análisis de nuestro objeto

matemático en estudio, la función cuadrática. Este apartado brinda elementos que permitirán analizar las dificultades en el aprendizaje de la función cuadrática.

En el tercer capítulo se presenta la descripción de la metodología seguida, aquí se describe el tipo de investigación, el nivel de investigación, el instrumento aplicado y las tareas que se han realizado en él, en el transcurso de investigación.

En el cuarto capítulo se presenta el análisis, donde se describen las actividades llevadas a cabo y los resultados obtenidos. Para este análisis, se parte de las respuestas de los estudiantes a cada actividad planteada en el cuestionario, comentando las dificultades que presentan los estudiantes.

En el quinto capítulo, se exponen las conclusiones y algunas recomendaciones para futuros trabajos de investigación, y, finalmente, en la sección de Anexos, se encuentra el cuestionario utilizado con los estudiantes, que puede ser de utilidad para futuras investigaciones relacionadas con la función cuadrática y su enseñanza.



CAPÍTULO I: PROBLEMA DE LA INVESTIGACIÓN

Las investigaciones realizadas en los últimos años en el ámbito educativo peruano evidencian la brecha educativa que existe en el aprendizaje de matemática, especialmente, en temas que implican una mayor demanda cognitiva por parte de los estudiantes. Esto se puede evidenciar en los resultados de las evaluaciones nacionales e internacionales, ECE y PISA, respectivamente, de los últimos siete años, donde se puede apreciar las dificultades de los estudiantes peruanos para la comprensión de campos temáticos matemáticos, relacionados a ecuaciones, inecuaciones, funciones lineales, funciones cuadráticas, probabilidad, etc. (Tocto, 2015).

Lo dicho anteriormente se refleja en las estadísticas de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) del 2019, difundidos por la Oficina de Medición de la Calidad de los aprendizajes (UMC), que señalan que solo el 17.7% de los estudiantes de segundo grado de secundaria tienen *un nivel satisfactorio* en matemática, mientras que el 17.3% están *en proceso* y el 65.1% de los estudiantes se encuentra en el nivel de inicio o previo al inicio. Estos resultados demuestran un gran déficit en el aprendizaje de la matemática en la educación básica peruana, ubicándonos entre los países con los peores niveles en matemáticas.

En este sentido, es evidente que el aprendizaje de las matemáticas es aún un problema que enfrenta el sistema educativo peruano, a pesar de las reformas curriculares que se han implementado en los últimos años (cambio a un currículo por competencias). Por ejemplo, con respecto al tema de funciones, la nueva propuesta curricular, implementada por el MINEDU en el 2016-2017, propone que los estudiantes del cuarto grado resuelvan problemas referidos a expresiones algebraicas contengan la regla general de funciones cuadráticas, y las evalúen de acuerdo a las condiciones del problema y las expresen en patrones gráficos, seleccionando, combinando y adaptando estrategias y procedimientos matemáticos. Ello implica, necesariamente, que el alumno tenga la capacidad de resolver funciones con el uso de estrategias, procedimientos y propiedades,

además de poder graficar y/o manipular expresiones simbólicas, y, por último, argumentar respecto a relaciones de cambio y equivalencia (MINEDU, 2016).

Esta nueva mirada, propuesta en el Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB) sobre la enseñanza de las funciones, implica una mayor demanda cognitiva al pedir que, al aprender funciones, los alumnos conviertan y traten los diferentes registros de representación semiótica. Ello se debe a que las transformaciones de los registros semióticos fundamentan la actividad matemática (Morales, 2013). Por esta razón, tratar el problema de las dificultades que presentan los alumnos de cuarto grado de educación secundaria en el tránsito entre los registros algebraico y gráfico desde una teoría que se cimienta en como aprende el estudiante, ayudará a explicar a qué se deben estas dificultades de aprendizaje que, al no ser subsanadas en la educación básica, acompañan al estudiante en su formación educativa y, en muchos casos, terminan ocasionando frustración y miedo hacia las matemáticas.

1.1. Antecedentes

Se han realizado múltiples estudios sobre el aprendizaje, el entendimiento y las dificultades del objeto matemático función utilizando como marco teórico la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) en los distintos niveles de educación en distintos países.

En el ámbito internacional, Díaz et al (2013) realizaron un estudio titulado *Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas*, en Argentina con el propósito de identificar elementos que permitan evaluar los posibles logros y obstáculos de los estudiantes al articular el sistema algebraico con el sistema gráfico. En este, se utilizó una muestra de 109 alumnos, entre las edades de 17 y 20 años, recién matriculados en diferentes carreras de ingeniería, que estaban tomando su primera clase de matemáticas. Los estudiantes respondieron a 12 ejercicios relacionados con conceptos de conjuntos del plano y de la recta: intervalos, rectas, parábolas, figuras y regiones. Los resultados revelaron que, al respecto de las funciones lineales y cuadráticas, una proporción mayoritaria de los estudiantes no pudo elaborar una articulación correcta de sus representaciones. En cuanto a los resultados, los autores concluyeron que deben continuar con el análisis de los diferentes errores cometidos al realizar conversiones.

En un estudio similar titulado *La resolución de problemas para el aprendizaje de funciones*, Acevedo (2017) se propuso examinar el aprendizaje conceptual de estudiantes colombianos respecto a las funciones al usar la estrategia de resolución de problemas como método de enseñanza. La investigación cualitativa se realizó con una muestra compuesta por 30 estudiantes de undécimo grado de la Institución Educativa San Gonzaga. Uno de los hallazgos más destacados fue que la resolución de problemas como estrategia didáctica beneficia el aprendizaje del concepto de función al permitir a los estudiantes abordar distintos tipos de funciones y relacionarlos con situaciones cotidianas a través de diferentes situaciones problema. Además, el estudio reveló las dificultades que los estudiantes enfrentan al realizar el cambio entre representaciones. Esto supone que los estudiantes no lograron interpretar acertadamente las diferentes variables de los problemas, lo que indica que no poseen una clara idea de la función en su representación gráfica ni en su representación matemática.

Por su parte, Zúniga (2009) realizó una investigación sobre de las construcciones mentales del concepto de función, y su visualización, en alumnos del curso de cálculo I. Por medio de un estudio de diseño cualitativo y con una muestra de 15 alumnos del curso Cálculo I de la Universidad Católica de Honduras. Los resultados encontrados sugirieron que existe la necesidad de promover los diferentes tipos de registros para analizar los procesos de adquisición de conocimientos matemáticos sobre la función, debido a que los estudiantes tienen dificultades de interpretación, conversión y representación en sus diferentes registros. Las respuestas encontradas demuestran que los estudiantes conciben la representación algebraica como la única forma de representar una función, y las formas tabulares y gráfica, son para ellos solamente herramientas utilizadas.

Por otro lado, en el ámbito local, Manotupa (2016) realizó un estudio titulado *Identificación de conflictos semióticos en un texto universitario en relación a la función cuadrática. Un estudio desde la teoría de registros de representación semiótica*, en Perú, con el fin de analizar los posibles conflictos semióticos generados en el desarrollo de problemas de función cuadrática de un texto universitario. Por medio de un estudio de diseño cualitativo, basado en el análisis de contenido, que posibilita una descripción más deseable de la información presentada textualmente. El estudio permitió identificar, a partir de las respuestas de los estudiantes, los conflictos semióticos que se generan en la resolución de problemas de función cuadrática. Los resultados indicaron que el texto no facilita la realización espontánea de tratamientos y conversiones, sino que los declara como parte de la pregunta.

Tocto (2015), en la investigación *Comprensión de la noción de función cuadrática por medio del tránsito de Registros de Representación Semiótica en estudiantes de quinto año de secundaria*, buscó analizar la forma de mejorar la comprensión del concepto de función cuadrática en estudiantes de último año de secundaria mediante el uso de diferentes formas de representación semiótica. El estudio se llevó a cabo en Perú utilizando elementos de la ingeniería didáctica de Artigue como metodología. La muestra consistió en siete estudiantes de quinto grado de educación secundaria en la Institución Educativa Tito Cusi Yupanqui, en la región de Cajamarca. A partir de sus resultados, se observó que un gran porcentaje de los estudiantes pudieron avanzar en diferentes registros de representación semiótica: lengua natural, tabular, algebraica y gráfica. No obstante, los alumnos encontraron dificultades en la explicación y justificación de los elementos y propiedades de la función cuadrática.

Por su parte, Aragón et al. (2014) realizaron un estudio titulado *Relación entre las estructuras cognitivas y el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los alumnos del 3er grado del colegio experimental de aplicación de la UNE en el periodo académico 2014*, realizada en Perú con el objetivo principal de establecer el vínculo de las estructuras cognitivas con el aprendizaje de las funciones cuadráticas para alumnos del Colegio Experimental de Aplicación de la UNE de tercer grado de educación secundaria, en el periodo académico 2014. El diseño del estudio fue cuantitativo y la muestra, determinada probabilísticamente a través del muestreo aleatorio simple, consistió en 30 estudiantes de una sección. Los resultados reafirmaron la existencia del vínculo mencionado en los estudiantes.

De igual forma, Huapaya (2012) en su investigación titulada *Modelación usando función cuadrática: experimentos de enseñanza con estudiantes De 5to de secundaria*, en Perú en la que se buscó diseñar una propuesta que posibilite a los alumnos utilizar distintas representaciones para modelar situaciones-problema y mejorar su comprensión del concepto de función cuadrática. El método empleado fue cualitativo y se basó en experimentos de enseñanza propuestos por Cobb y Steffe, aplicados a una muestra de seis estudiantes de quinto de secundaria seleccionados aleatoriamente de la Institución Educativa Estatal “Scipión Llona” en el distrito de Miraflores. Los resultados muestran que, al utilizar Excel y el graficador Funcionswin32, los estudiantes pueden modelar las situaciones problemáticas. Esto tiene un efecto positivo en el aprendizaje y la comprensión del concepto. Además, el uso de recursos como Excel y Funcionswin32, mejora la comprensión y el aprendizaje del concepto de función. En resumen, el uso

adecuado de los recursos tecnológicos permite la integración de registros en el sentido de Duval, a partir de situaciones contextualizadas.

En 2013, Morales realizó una investigación en Perú sobre la función logarítmica en la educación escolar, titulada "Análisis de las transformaciones de las representaciones semióticas". El objetivo principal del estudio fue "identificar los procesos involucrados en la enseñanza y aprendizaje de la función logarítmica" (2013, p. 29). Participaron alumnos de quinto año de educación secundaria, de 16 y 17 años, y la investigación se realizó en el EBR. Los resultados señalaron que los alumnos tienen dificultades al realizar conversiones entre registros debido a la falta de congruencia y sentido en la conversión, así como la falta de coordinación entre los registros. Asimismo, se concluyó que en este tipo de aprendizaje se utilizan registros multifuncionales existentes en disciplinas científicas.

Aunque ya se han desarrollado muchos estudios nacionales e internacionales sobre las implicancias de la teoría de registros de la representación en el aprendizaje de las funciones, en el Perú se han hecho pocos estudios en la educación pública donde se analice las dificultades en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en alumnos del cuarto grado. En este sentido, identificar y mostrar estas dificultades contribuirá a la mejora pedagógica en la enseñanza de la función cuadrática.

1.2. Justificación de estudio

Tratar este tema de investigación se debe al deseo, como docente de matemática, de conocer las dificultades que tienen los estudiantes del cuarto grado de secundaria cuando realizan actividades de aprendizaje sobre la función cuadrática, concepto esencial en la educación básica, es clave para el logro de las competencias que propone el Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB) y es vital para poder desempeñarse en actividades cotidianas, que involucran la utilización de expresiones simbólicas, demanda cognitiva y el pensamiento analítico desarrollados a partir del estudio de álgebra; como la extracción de información de cuadros, tablas y gráficas, pues la mayoría de actividades actualmente requieren de individuos con capacidades matemáticas de abstracción.

También, conocer estas dificultades contribuirá a la mejora de la praxis docente, pues, si se quiere que los alumnos superen estas dificultades, se debe mejorar el ejercicio pedagógico en el área de matemática; y así superar los resultados de las pruebas PISA y ECE de los últimos siete años, en los que se evidencia el bajo nivel logrado en las

competencias matemáticas. Esto se debe a que los estudiantes no interiorizan los conceptos matemáticos como parte de su vida cotidiana, es así como una mejora en la aprensión de este concepto matemático puede contribuir en gran medida a mejorar en el rendimiento en estas evaluaciones y mejorar nuestras competencias matemáticas de resolución de problemas. Así como, también, mejorar nuestro desenvolvimiento en nuestra vida cotidiana, en situaciones como las finanzas y el razonamiento cuantitativo.

Además, hoy en día aprender matemática es de gran importancia para el desarrollo y, más aún en los tiempos actuales, no saber matemática supone dejar de lado oportunidades, tomar decisiones erróneas, no poder analizar la realidad, apoyar opciones falsas, etc. (Martínez, 2008). Por ello, con este trabajo de investigación se pretende analizar las dificultades en el aprendizaje de la función cuadrática, sobre la base de las dificultades que poseen los alumnos para representar este objeto matemático al realizar tratamientos y conversiones en los registros algebraico y gráfico. Para ello, se tomará como base teórica la Teoría de Registros de las Representaciones Semióticas propuesta por Duval en el año 1995, sobre la actividad matemática en búsqueda de las dificultades en el estudio de las matemáticas.

1.3. Formulación del problema

El problema de investigación consiste en conocer *¿cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria al transitar entre las representaciones dadas en registro algebraico y gráfico de la función cuadrática?*

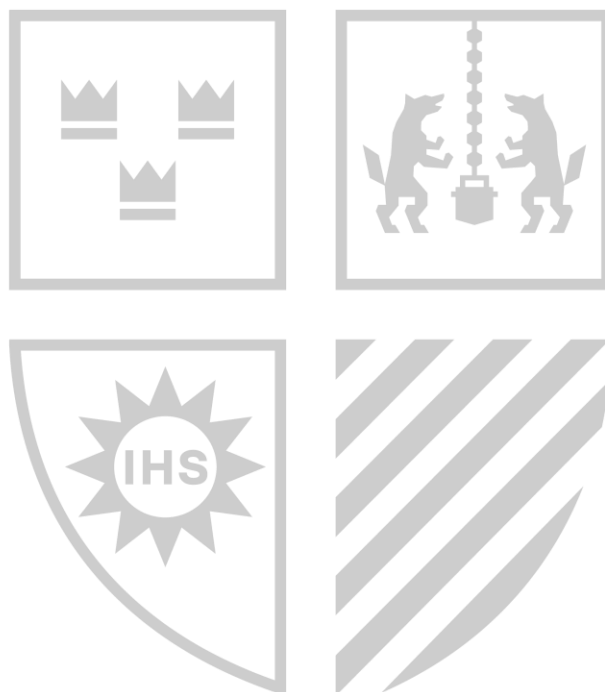
1.4. Objetivos de investigación

1.4.1. Objetivo general

Analizar las dificultades que presentan los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria al transitar entre las representaciones dadas en registro algebraico y gráfico de la función cuadrática.

1.4.2. Objetivos específicos

- Identificar las dificultades que enfrentan los estudiantes del cuarto grado de secundaria al hacer la conversión entre los registros algebraico y gráfico de la función cuadrática.
- Identificar cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes del cuarto grado al realizar el tratamiento de la función cuadrática en el registro algebraico.



CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

Teniendo en cuenta que el objetivo del trabajo es analizar las dificultades que presentan los estudiantes de cuarto de secundaria en el aprendizaje de la función cuadrática al transitar por los registros algebraico y gráfico, en este apartado se analizan las dificultades que enfrentan los estudiantes de cuarto de secundaria al aprender la función cuadrática por medio de sus representaciones en los registros algebraico y gráfico. Se realiza una revisión de los aspectos conceptuales y teóricos de la investigación, incluyendo teorías y autores relevantes. El apartado se enfoca, en primer lugar, en la teoría de registros de representación semiótica, mientras que, en segundo lugar, se centra en la función cuadrática como objeto matemático, incluyendo su concepción, aprendizaje y dificultades relacionadas.

2.1. Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS)

En el ámbito de las matemáticas, existen diferentes teorías e investigaciones orientadas a perfeccionar el aprendizaje de la matemática, una de ellas es la Teoría de los Registros de las Representaciones Semióticas propuesta por Duval (1995). Esta teoría aparece por la necesidad de dar un fundamento cognitivo al aprendizaje de las abstractas matemáticas, parte de un enfoque cognitivo, centrándose en “la identificación de los registros semióticos involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función logarítmica” (Morales, 2013, p. 31). Además, busca comprender el tipo de funcionamiento cognitivo que se requiere para la actividad del pensamiento matemático, lo que permite explicar los problemas de falta de comprensión en esta materia (Morales, 2013).

Esta teoría fue desarrollada entre el fin de la década de los 90 y el inicio de los años 2000 a partir de la observación de las actividades de docentes y estudiantes en el curso de matemática (Chacón, 2017), y se fundamenta en la descripción de las funciones cognitivas de un estudiante al estudiar objetos matemáticos abstractos en las sesiones de

aprendizaje. De este modo, “las representaciones semióticas, incluidas cualquier lenguaje, aparecen como herramientas para producir nuevos conocimientos y no sólo para la comunicación de cualquier representación mental en particular” (Duval, 2006, citado en Morales 2013, p. 31).

En este sentido, para lograr un aprendizaje efectivo en matemáticas, es importante tener en cuenta que no se puede comprender un concepto matemático sin hacer uso de las representaciones simbólicas de los objetos matemáticos. Debido a que estos objetos son abstractos, es necesario utilizar ciertos sistemas de representación para su entendimiento, conocidos como registros en determinadas circunstancias (Duval, citado en Manotupa, 2016). Al respecto, Días et al. (2013) afirmaron que, desde un punto de vista ontológico, la característica singular de los objetos matemáticos es que no tienen una existencia física o material, lo que implica que sólo se pueden conceptualizar y manipular a través de sus representaciones semióticas y las conversiones que se realizan entre ellas (p.3).

En este sentido, el papel de los sistemas semióticos de representación incluye tanto la designación de objetos matemáticos como el trabajo con los mismos (Morales, 2013). Así, de los aportes de Duval, se pueden destacar como los más resaltantes la importancia del trabajo con los distintos registros de representación semiótica, así como la coordinación de los mismos, como elementos fundamentales en la actividad matemática. Al respecto, y de acuerdo con Guzmán (2006), el entendimiento de los conceptos matemáticos implica entender su naturaleza conceptual y su relación con las representaciones semióticas. En otras palabras, la actividad matemática se realiza a partir de diferentes formas de representación, y cada una de estas proporciona información específica que fortalece la comprensión del concepto.

De esta manera, para que un alumno tenga un aprendizaje significativo del concepto de función cuadrática debe utilizar necesariamente varios registros de representación semiótica del objeto matemático.

2.1.1. El trabajo matemático desde el punto de vista cognitivo

Según los más recientes estudios, en matemática sobre los problemas que enfrentan los estudiantes al aprender funciones. Estos, de acuerdo con Duval, supone tres atributos necesarios para analizar la actividad matemática en el aspecto cognitivo (citado en Morales, 2013). La primera de ellas refiere a la importancia de las representaciones semióticas, ya que estas representaciones semióticas posibilitan la realización de

transformaciones entre objetos matemáticos y, así, los signos y la transformación de la representación semiótica son el eje de la actividad matemática (Morales, 2013).

La segunda característica para el análisis cognitivo la actividad matemática es la paradoja cognitiva del acceso a los objetos de conocimiento. Ella establece que solo puede accederse a los objetos matemáticos a través del uso de signos y representaciones semióticas, que son distintos al objeto matemático que representan. Al respecto, Morales (2013) señaló, que, según Duval (2006), el problema en el entendimiento de las matemáticas proviene de un conflicto cognitivo al intentar diferenciar los objetos matemáticos de las representaciones semióticas utilizadas. De acuerdo a lo señalado por Duval, no es posible lograr un entendimiento de la matemática si no se distinguen ambos elementos, pues el objeto puede ser representado de diversas maneras (Morales, 2013).

De este modo, para que un alumno aprenda un objeto matemático, tiene que saber diferenciar claramente entre un objeto matemático y sus diversas representaciones semióticas. Por esto, el saber diferenciar que al realizar conversiones entre registros de representación solo supone un cambio en el contenido de representación, mas no en las propiedades matemáticas representadas (Duval, 2006).

La tercera característica que permite analizar la actividad matemática desde la perspectiva cognitiva es la amplia diversidad de representaciones simbólicas empleadas en esta disciplina. Estas muestran que la actividad matemática requiere de diversas formas de representación semiótica para lograr todas las acciones que involucra una actividad matemática, lo que implica que el estudiante interactúe entre sistemas de representación buscando una solución más simple, o pueda resolver la actividad en un solo sistema. Respecto de este punto, Duval (2006), señaló que las matemáticas se diferencian de otras áreas, ya que sus objetos de conocimiento no son perceptibles directamente de manera sensorial o en el uso de herramientas (citado en Morales, 2013). Se puede acceder y trabajar con los objetos matemáticos exclusivamente a través de signos y representaciones semióticas. No obstante, el uso de signos se extiende más allá de la simple representación de objetos, ya que su principal función es también trabajar con ellos, sustituyendo unos signos por otros.

Ante esta afirmación es de suma importancia plantearse la pregunta ¿cómo pueden los estudiantes reconocer el mismo objeto matemático representado a través de diferentes representaciones semióticas que se generan dentro de sistemas de representación diferentes? (Morales, 2013). La respuesta a esta interrogante sería la

clave para entender los factores que pueden dificultar el aprendizaje de los objetos matemáticos.

2.1.2 Representaciones semióticas

Cuando se habla de representaciones semióticas desde la posición de Duval, se dice que son representaciones conscientes y externas de un objeto matemático, en el que se hace uso de signos (el lenguaje, la escritura algebraica o gráficas cartesianas). Estas son las que posibilitan el acercamiento a los objetos matemáticos, teniendo en consideración que las matemáticas, a diferencia de otras ciencias, están basadas en objetos no tangibles (Ospina, 2012). En esta misma línea, Guzmán (2006), señaló que son creaciones hechas mediante el uso de signos que reflejan un sistema de representación con sus propios alcances significativos y funcionamiento, y que pueden expresarse a través de distintas maneras.

De lo señalado en líneas anteriores, podríamos definir las representaciones semióticas como el medio para exteriorizar representaciones mentales sobre los objetos matemáticos, es decir, para hacerlas visibles sus representaciones abstractas (Huapaya, 2012). Así, las representaciones semióticas de los objetos matemáticos no solo son necesarias para fines comunicativos, sino que posibilitan la actividad matemática, pues no se lograría hacer matemática (Duval, 2006).

Del mismo modo, Duval (2006), reconoció cuatro tipos de registros de representación semiótica: lenguaje natural, algebraico, gráfico y numérico, donde se pueden representar muchos objetos matemáticos para ayudar a su comprensión. Según la investigación de Duval, en la formación del conocimiento y transformación de representaciones se distingue tres “actividades cognitivas” concernientes a los registros de representación semióticos que son: la formación o representación, el tratamiento y la conversión, que son indispensable para lograr la conceptualización verdadera, es decir, aprendizaje real del concepto. (Duval, 2003, citado en Arce & Ortega, 2013)

a. La representación

Esta se refiere a la representación de un objeto matemático de forma identificable en un registro dado. Así, puede ser la expresión de una frase en un idioma natural, el dibujo de una figura geométrica, la creación de un esquema, la escritura de una fórmula,

entre otros. Para lograr esto, se debe seleccionar cuidadosamente los rasgos y datos que se quieren representar y seguir ciertas reglas que se consideran aceptadas, sin embargo, estas reglas no son necesariamente efectivas para producir el resultado final. Por lo tanto, la tarea del individuo es reconocerlas y aplicarlas de manera adecuada. Por esto, es esencial que se consideren las representaciones semióticas como un elemento necesario para la actividad cognitiva del pensamiento, y no solo una forma de exteriorizar representaciones mentales con objetivos comunicativos (Guzmán, 2006, p.14).

b. El tratamiento

El tratamiento de una representación refiere a los cambios una representación que se realizan dentro de un mismo registro, esta es una representación interna. Así, el tratamiento se puede entender como la conversión de una representación en el registro original donde fue creada. En términos más sencillos, el tratamiento es una transformación interna a un registro, de modo que el cálculo, la elaboración de un esquema, la escritura de una fórmula, etc. son ejemplos de este tipo de actividad cognitiva.

c. La conversión de una representación

La conversión es la transformación de una representación en otra de registro diferente. A diferencia del tratamiento, esta es externa al registro de partida. Por ejemplo, el dibujo es la conversión de una representación lingüística en una representación figural. Al respecto Guzmán (2006), señaló que una conversión es el proceso de transformar una representación a otro registro, manteniendo todo o parte del contenido inicial. Así, a modo de ejemplo, se realiza una conversión al resolver un problema matemático utilizando una ecuación algebraica para la representación de una función y luego se expresa la misma función con un gráfico cartesiano, o cuando se transforma una ecuación a un enunciado escrito (o viceversa).

Otro aspecto central que se rescata de la teoría desarrollada por Duval es que el entendimiento de un contenido conceptual, que se realiza a partir de la coordinación de al menos dos registros de representación, es la actividad cognitiva que permite interiorizar un concepto matemático (Ospina, 2012). Por esta razón, no será suficiente la exposición literal del profesor para que el alumno comprenda un concepto matemático. El estudiante tiene que trabajar con distintos modos de representación para lograr el conocimiento. Para

ello, son fundamentales las actividades o ejercicios que los alumnos proponen. Al mismo tiempo, ofrecer y proponer actividades que tengan como objetivo la comprensión o el tratamiento de los registros no será suficiente, sino que es necesario que estos incluyan la conversión, pues la comprensión no será posible si no se maneja al menos dos registros semióticos diferentes del mismo concepto (Ospina, 2012).

2.1.3. Registros de representación de la función cuadrática

Para el aprendizaje de los objetos matemáticos, se habilitan diferentes lenguajes matemáticos, como:

El algebraico, analítico, el geométrico, el gráfico y el verbal, y cada lenguaje utiliza ciertos registros de representación semiótica que pueden ser del tipo lingüístico (lenguaje natural, escritura algebraica, lenguaje formal) o de otro tipo (figuras geométricas, gráficos cartesianos, esquema, etc.) (Guzmán, 2006, p.15).

El estudiante puede realizar diferentes manipulaciones y conversiones entre las tres formas de representación de la función cuadrática: algebraica, tabular y gráfica. Por ejemplo, puede traducir cualquiera de las formas a otra de las mencionadas. De esta manera, el diálogo entre ellas y su correcta conversión posibilita al alumno la exploración de nociones sobre la función cuadrática como objeto matemático.

Así, según los aportes de Duval, el trabajo con los diferentes registros de representación semiótica y su coordinación son fundamentales en la actividad matemática. Dado que la percepción humana no puede acceder directamente a los objetos matemáticos, es necesario poder representarlos. En relación al aprendizaje de la función cuadrática, diversas investigaciones señalan que existen varios registros de representación semiótica en los que se puede representar la misma, tales como el registro verbal, tabular, algebraico y gráfico, cada uno con un papel específico en dicho aprendizaje (Tocto, 2015).

a. Registro de verbal

El registro verbal de una función cuadrática supone la descripción de la misma en lenguaje natural. Es decir, esta forma de representación está conectada con la capacidad lingüística de los individuos y es fundamental para la interpretación de situaciones

contextualizadas. Este tipo de registro permite transformar y expresar la función cuadrática matemática en otras formas de registro. (Tocto, 2015). Por ejemplo, una función cuadrática puede ser la regla de formación que cumpla la expresión “el cuadrado de un número más tres”.

b. Registro algebraico

En este registro, la función cuadrática se presenta en una fórmula, como la siguiente $f(x) = ax^2 \pm bx \pm c$, para $a \neq 0$, que posibilita calcular la imagen de f para los elementos del dominio de la función. Este registro moviliza la capacidad simbólica y se vincula con el álgebra. Por ejemplo, las siguientes expresiones representan funciones cuadráticas: $f(x) = x^2$, $f(x) = (x + 1)^2$, $f(x) = x^2 + 2x - 4$

c. Registro tabular

En este registro, la función cuadrática se representa en la forma de tabla de valores de doble entrada donde se realiza la asignación de valores arbitrarios al dominio. Así, se relaciona con el pensamiento numérico, pues, a partir de remplazo de valores, se puede hacer inducciones generales de la función. Por ejemplo, las representaciones tabulares siguientes expresan una función cuadrática.

Figura 1

Registro tabular de la función cuadrática

X	f(x)
-2	4
-1	1
1	1
2	4

x	f(x)
-2	5
-1	2
1	2
2	5

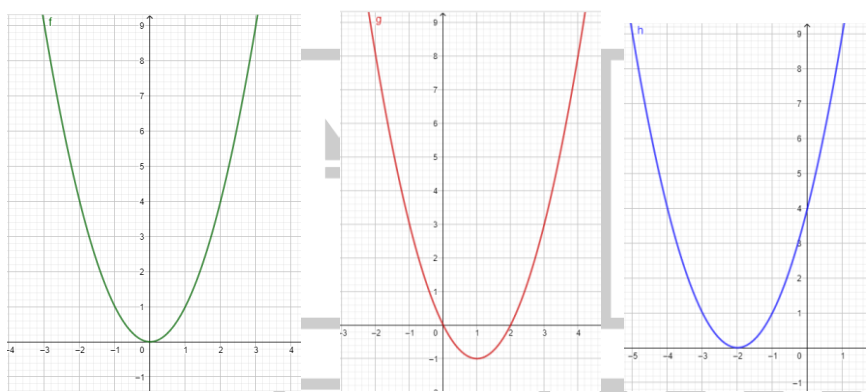
x	f(x)
-2	3
-1	0
1	0
2	3

d. Registro gráfico

En este tipo de registro, la función cuadrática se puede representar mediante una parábola. Así, para entender el concepto de gráfico de una función, se necesita poder interpretar las representaciones gráficas de dicha función. Este tipo de registro requiere de una comprensión global del concepto. Por ejemplo, las siguientes representaciones gráficas muestran una función cuadrática.

Figura 2

Registro gráfico del objeto matemático función cuadrática



2.2. Análisis del objeto matemático función cuadrática

De acuerdo con objetivo de esta investigación, en este capítulo, se desarrolla un conciso análisis sobre nuestro objeto en estudio, la función cuadrática, así como los lineamientos propuestos para su enseñanza a partir de su propuesta plasmada en el cuaderno de trabajo del cuarto grado. Para esto, se realiza un breve recorrido histórico, una definición de este concepto a partir de los libros de texto y, finalmente, se realiza una revisión de los documentos oficiales del MINEDU: el Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB 2016), el programa curricular de secundaria del 2016 y el libro de texto utilizado por los estudiantes, *Resolvamos problemas 4: manual para el docente 2018*.

2.2.1. Estudio histórico sobre el concepto de función

Las investigaciones en matemática señalan que el desarrollo histórico del concepto de función se presenta en distintas etapas: desde el periodo antiguo hasta

mediados del siglo XIX. Por ello, antes de referir el concepto de función cuadrática, se hace un pequeño recorrido histórico sobre el concepto de función. Se resaltarán los hechos más relevantes, para después adentrarse en las funciones cuadráticas.

Según Yorschkevitch (1976, citado en Acebedo, 2017), las primeras nociones sobre este concepto se remontan a la época antigua, con los babilónicos y griegos, quienes utilizaban gran variedad de correspondencia funcional en su vida cotidiana en tablas, gráficas y descripciones verbales. Al respecto, Ugalde (2013) indicó que la noción de función en la antigüedad se restringía a la creación de tablas de medidas para fenómenos observados. Sin embargo, en las matemáticas griegas, a pesar de que no se conocía el concepto de función tal como se conoce hoy, se descubrieron las proporciones y los primeros intentos de cálculo infinitesimal.

De lo anterior, se puede deducir que, en aquel entonces, no se tenía la noción abstracta de variables; sin embargo, se utilizaban representaciones gráficas, tabulares o verbales para describir las cantidades en la vida cotidiana. Del mismo modo, durante el siglo XIV, en Europa, se establecieron por primera vez de manera clara las nociones sobre el concepto de función, utilizando formas geométricas y mecánicas para expresarlas, pero, al igual que en la Antigüedad, en lugar de proporcionar una fórmula, se solía describir la dependencia entre dos cantidades utilizando una expresión verbal o una gráfica en casos específicos. (Acebedo 2017).

Siglos después, en el Periodo Moderno, a partir del siglo XVI, y, especialmente, durante el XVII, según Acebedo (2017), se empieza a hacer prevalecer las expresiones analíticas de las funciones con Bernoulli, Euler, Leibnitz. Sin embargo, el pensamiento en esta época limitaba este concepto a expresiones algebraicas, pues había una creencia de que solo las funciones que podían ser expresadas algebraicamente eran dignas de estudio.

Por otra parte, en la segunda mitad del siglo XIX, las definiciones generadas sobre la función ampliaron la posibilidad para el desarrollo de la teoría de las funciones y, a la vez, evidenciaron algunas dificultades lógicas que, en el siglo XX, generaron la reconsideración del concepto de función desde su esencia. En términos generales, el concepto de función surge al definir un vínculo entre dos conjuntos numéricos a través de pares de elementos, donde un elemento del conjunto X se asocia a un solo elemento del conjunto Y, según una regla definida. Esta definición se aplica a las funciones de variable real (Acebedo 2017).

En contraste, los estudios revelan que el concepto de función, como se concibe hoy en día, se consolida en el año 1837, con el matemático Gustav Dirichlet, aunque, para algunos autores, este concepto es introducido de manera formal en las matemáticas por Galileo, como señaló Klein (1972, citado en Ugalde, 2013), pues Galileo expresó en palabras y lenguaje proposicional las relaciones funcionales entre variables, las cuales implican el concepto de función o relación entre variables. Pero, al margen de estas discrepancias, es claro que este concepto ha sido, y sigue siendo vital en el estudio de muchas áreas de las matemáticas.

Es claro que el concepto de función, en cualquiera de sus sentidos, como una relación entre números o cantidades, se encuentra implícitamente presente en las reglas para medir las áreas de figuras simples, como rectángulos, planos, tablas y círculos, las cuales ya se conocían desde los inicios de la civilización y se utilizaban para facilitar los cálculos (Acebedo 2017). Estas ideas son esenciales en el campo de las matemáticas elementales.

Como se evidencia en párrafos anteriores, el objeto matemático funciones ha ocupado un papel esencial en el desarrollo de las matemáticas a lo largo de la historia, por lo que ha mantenido su vigencia, al ser un tema de carácter fundamental, que se estudia en la educación básica y superior (Planchart, 2002). Específicamente, el tema de funciones cuadráticas supone serias dificultades cognitivas en alumnos de la educación secundaria en el Perú, como lo evidencian los resultados de las ECE 2019, en parte debido a una enseñanza de metodología tradicional que ha resultado en un aprendizaje del concepto de una forma aislada y confusa para los estudiantes (López & Sosa, 2008).

2.2.2. Concepto de función cuadrática

Una función es la expresión matemática utilizada para señalar el vínculo o correspondencia entre dos o más cantidades. Al respecto, Aragón et al. (2014) señalan que el concepto de función cuadrática posee matices y dificultades en los distintos libros del medio. Por ello, se realizará un acercamiento a su definición.

Una visión general y muy difundida en los libros de texto que circulan en el medio sobre el concepto de función cuadrática es la que presentan Aragón et al. (2014), en su tesis. En esta investigación, los autores señalaron que la función cuadrática, conocida como función de segundo grado, es la expresión algebraica de la forma $f(x) = ax^2 +$

$bx + c$, donde los coeficientes a , b y c son números reales y $a \neq 0$. Además, refirieron que el dominio de una función cuadrática está constituido todos los números reales; tal que $D(f) = R$.

Por su parte, Rodríguez et al. (2010 citados en Acevedo 2017), en una definición más amplia del concepto, señalaron que una función de la forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$, $a, b, c, \in R$, es denominada función cuadrática, que también puede ser escrita de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, completando cuadrados, donde (h, k) son las coordenadas del vértice y $a \neq 0$ su gráfica es denominada parábola.

A su vez, el vértice de una función cuadrática de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ se ubica en el punto $v = \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ y el sentido de apertura de la misma se determina por el valor de a , de tal manera que, si $a > 0$ se tiene una apertura hacia arriba, pero si $a < 0$ se tiene una apertura hacia abajo. A su vez, si f representa una función cuadrática, su $Dom f = R$, pero su rango se determinará de acuerdo con los valores de a , de modo que:

$$\text{Si } a > 0, \quad \text{Ran } f = \left[f\left(-\frac{b}{2a}\right), +\infty\right]$$

$$\text{Si } a < 0, \quad \text{Ran } f = \left[-\infty, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right]$$

Complementando esta idea Aragón et al. (2014) manifestaron que las parábolas, que son la gráfica de una función cuadrática, en algunas partes de su dominio son crecientes y en otras son decrecientes. Pero, además, estas tienen un punto llamado vértice donde la función llega a su valor máximo, si la apertura de la parábola es hacia abajo, pero tienen un mínimo si la parábola abre hacia arriba. A su vez las investigaciones en matemática refieren que la forma algebraica de una función cuadrática tiene dos características principales:

- La primera es que normalmente hay un término que incluye la variable al cuadrado, que suele ser representado por la letra x , aunque también se pueden utilizar otras letras. Por ejemplo: $f(w) = aw^2 + bw + c$, aquí se puede observar que el término que contiene la variable elevada al cuadrado es w y no x .
- La segunda característica es que la función siempre tiene una expresión del lado derecho que es un polinomio. Este polinomio generalmente tiene tres términos, aunque también puede tener solo un factor. Por ejemplo, estas tres expresiones algebraicas son tres maneras de expresar una función cuadrática:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = ax^2 + bx$$

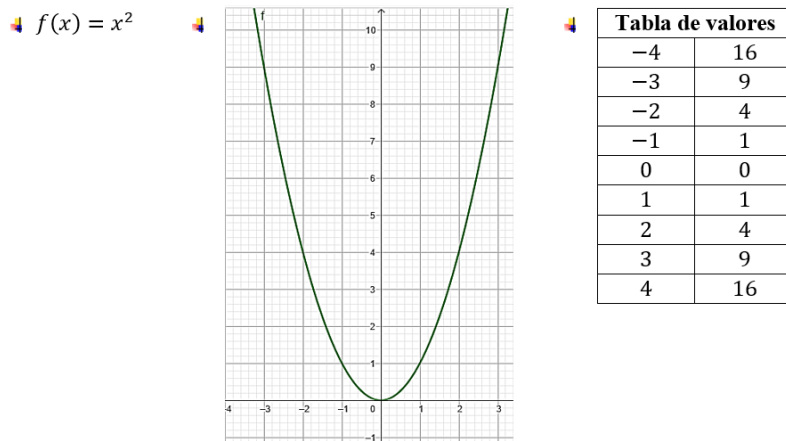
$$f(x) = ax^2$$

Para comprender mejor este concepto, es necesario explicar cuáles son los elementos que lo componen. En las funciones cuadráticas de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, las letras que lo componen a, b, c se llaman coeficientes de la función. La letra x representa la variable independiente y la expresión $f(x)$ representa el valor obtenido al reemplazar por algún valor en el lado derecho de la igualdad, es decir, es la imagen de x o variable dependiente.

Ahora bien, este concepto abstracto “función cuadrática” descrito en párrafos anteriores, puede observarse en la vida cotidiana en: la curva que describe un balón cuando se lanza, el recorrido de una moneda al lanzarla hacia arriba, las chorreras de agua, el cálculo del área de un cuadrado en función de su lado, etc. Todos estos ejemplos descritos pueden ser representados a partir de los modelos más sencillos en funciones cuadráticas que son:

Figura 3

Representaciones semióticas de una función cuadrática.



Estas tres representaciones, tratan de una curva simétrica al eje Y, tiene un vértice en el punto (0;0). Son representaciones de una función definida en todos los R y continua, pues no presenta saltos y se puede representar de un solo trazo.

2.3. La enseñanza de la función cuadrática en las matemáticas de la educación básica según la propuesta del MINEDU

El Ministerio de Educación (MINEDU) implementó planes y programas de estudios para mejorar la educación, satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje de los alumnos y garantizar una educación de calidad para todos. El Programa Curricular de Educación Secundaria del 2016, que se basa en las teorías pedagógicas y psicológicas del constructivismo, conductismo y cognitivismo, busca formar ciudadanos para una sociedad democrática en el marco de la globalización y la competitividad mundial. En este programa, es esencial que los estudiantes puedan resolver problemas cotidianos en matemáticas para fortalecer su pensamiento lógico y crítico, habilidades fundamentales en un mundo lleno de avances tecnológicos y matematizado.

En el Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB) para el área de matemática en el cuarto grado de educación secundaria se considera que el estudiante resuelva problemas de la vida cotidiana referentes a funciones cuadráticas, haciendo uso de procedimientos y propiedades. Para ello, los estudiantes tienen que establecer relaciones entre datos, transformar estas relaciones a funciones cuadráticas, evaluarlas, expresarlas con diferentes representaciones (algebraicas, tabulares y gráficas), resolverlas aplicando procedimientos y propiedades algebraicas, y plantear afirmaciones sobre las posibles soluciones. En el caso descrito sobre la función cuadrática, se está estudiando a través de todas sus representaciones.

Al respecto, Guzmán (2006) señaló que un aprendizaje significativo de las matemáticas excede el conocimiento teórico e implica aprender a plantear y resolver funciones cuadráticas en situaciones reales que le permitirán generar y comunicar nuevos conocimientos. Lo plasmado en el CNEB implementado por el MINEDU, puede apreciarse en los libros que reparte el ministerio.

a. Manual para el docente cuarto grado de secundaria 2018

El objetivo de este recurso de apoyo en el aprendizaje de las matemáticas es ampliar las herramientas a disposición del profesor para asistir a los estudiantes en su estudio de matemáticas, con el fin de fomentar el desarrollo de sus habilidades (tales como el cálculo, la inferencia, la comunicación, la medición, la estimación, la generalización y la deducción), y promover actitudes positivas (colaboración, investigación, respeto,

perseverancia y autonomía). El objetivo mencionado para trabajar con el tema de función cuadráticas es establecer relaciones entre datos, valores desconocidos entre magnitudes y transformarlos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas ($f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ y $a \notin Q$). Asimismo, combinar y emplear estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para simplificar expresiones algebraicas y solucionar funciones cuadráticas (Ministerio de Educación, 2018).

Ello sugiere que el estudiante desarrolle actividades sobre función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ y $a \notin Q$, de tal manera que haga conversiones entre el registro gráfico y algebraico usando diversas estrategias y métodos matemáticos, de tal manera que los estudiantes puedan comprender la función cuadrática haciendo sus representaciones semióticas. Los contenidos a trabajar son:

1. Relacionar datos, valores desconocidos, regularidades y condiciones de equivalencia a funciones cuadráticas ($f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ y $a \notin Q$).
2. Representar con lenguaje algebraico y de manera gráfica, tabular y simbólica su comprensión sobre el dominio y rango de una función cuadrática.
3. Proponer enunciados acerca de las correspondencias de variación que se perciben entre las variables de una función cuadrática.

Las actividades plasmadas en este material son para el trabajo en equipo como se presenta a continuación:

Figura 4

Situación problemática sobre función cuadrática

Entradas al teatro

En una institución educativa se va a realizar una función de teatro. Su auditorio tiene una capacidad para 500 asistentes y se fija el precio de la entrada en S/10. Sin embargo, debido a gastos adicionales, se ven en la necesidad de incrementar el precio, sabiendo que, por cada S/1 de incremento, desistirán 10 personas de asistir a dicha función. Entonces:



1. ¿Cuál es el mayor ingreso posible?
2. ¿Cuánto es el máximo incremento que se puede hacer, de modo tal que se obtenga el mayor ingreso posible?

Tomado de *Resolvemos problemas 4: manual para el docente 2018*, por Ministerio de Educación, p. 83, 2018.

El objetivo que persigue el texto respecto a la función cuadrática es que el estudiante conozca los diferentes medios de expresión algebraica, tales como tablas de valores, gráficas y fórmulas, y en situaciones simples sea capaz de convertir entre ellos, es decir, transformar una tabla de datos o una gráfica a partir de la expresión, desarrollando el pensamiento abstracto y sus habilidades matemáticas (calcular, inferir, visualizar, comunicar) (Ministerio de Educación, 2018).

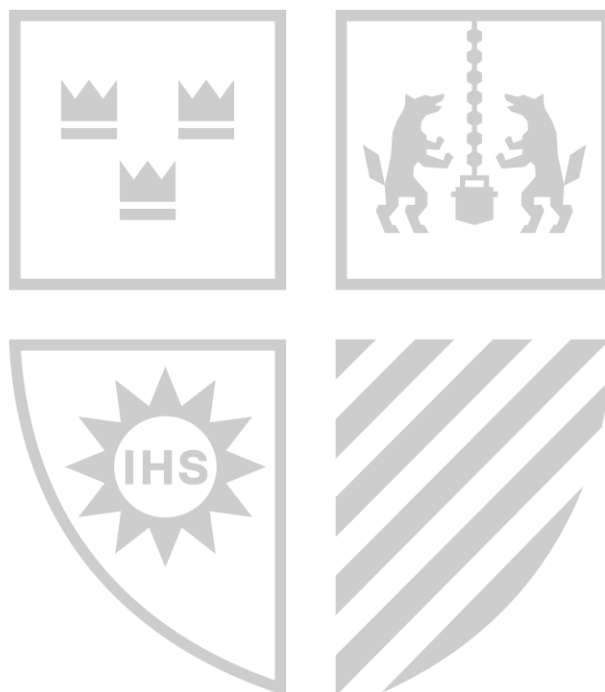
2.4. Dificultades en el Aprendizaje de Funciones

Los estudios sobre la enseñanza de las matemáticas refieren que, cuando se aprende las matemáticas, en la mayor parte de las instituciones educativas de enseñanza básica, el docente explica la materia, resuelve ejemplos y los estudiantes realizan un conjunto de ejercicios aplicando los pasos enseñados hasta lograr el resultado, sin tener claro de qué manera sus concepciones sobre la matemática pueden repercutir en el logro de aprendizajes significativos de sus estudiantes (Monge & Vallejos, 2012, citado en Díaz & Poblete, 2018).

En este sentido, el mayor obstáculo del aprendizaje de un objeto matemático como función cuadrática se basa en su carácter abstracto, donde es necesario que los estudiantes dominen el lenguaje simbólico matemático, pues para aprender un objeto matemático como el mencionado líneas anteriores es necesario que se domine la notación simbólica y de cierto vocabulario matemático (Díaz y Poblete, 2018). Este tema presenta intrínsecamente una característica de abstracción que los educadores transmiten a los estudiantes bajo ese mismo modelo clásico, donde el docente explica el contenido matemático usando únicamente una de sus representaciones semióticas y el estudiante resuelve problemas siguiendo solo estos pasos. Esto genera una barrera conductual que muy pocos estudiantes pueden superar con éxito desde el principio del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Según los estudios, una alternativa para resolver el problema de la enseñanza del tema de función cuadrática radica en establecer una conexión entre la realidad y los conceptos vistos en clase y el uso de la gráfica, como elementos de conocimiento intuitivo y de aprendizaje especialmente valorados por los estudiantes (Aragón et al., 2014). En

los estudios referidos al aprendizaje de las matemáticas, se señaló que, para lograr aprendizajes significativos, es importante que los estudiantes conecten sus conocimientos abstractos con experiencias reales, intentando relacionar los conceptos de función lineal y/o función polinómica con el concepto de función cuadrática, es decir, tener en cuenta el desarrollo de la estructura cognitiva que el alumno tiene del tema previo.



CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

En el presente capítulo, correspondiente a la metodología, se explica el proceso de investigación que se realizó, considerando que este estudio es de tipo cualitativo. En este apartado, se detallarán los criterios que se emplearon para seleccionar la muestra de los participantes. A lo largo de la investigación, se usó como instrumento el cuestionario o ficha de evaluación, por lo que se detallará su diseño y utilidad, así como la forma en que se aplicó.

3.1. Tipo de investigación

Para poder alcanzar los objetivos y llegar a la respuesta a las preguntas planteadas, esta investigación está sustentada en el enfoque cualitativo. Este tipo de investigaciones son de carácter inductivo enfocada en entender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y evitando la cuantificación de los datos recolectados (Hernández et al., 2014). Asimismo, Gómez (citado en Tolentino, 2013) mencionó que la investigación cualitativa se distingue por el uso de técnicas que posibilitan la recopilación de información a través de herramientas que faciliten una posible "reconstrucción" de una realidad, desde la perspectiva del participante en un entorno previamente establecido, sin requerir una medición numérica.

Al respecto, Tocto (2015) refirió que la investigación cualitativa en educación matemática tiene el objetivo de describir y analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos, mediante la utilización de herramientas teóricas y matemáticas. Bajo estas miradas, la presente investigación se orienta a identificar las dificultades que presentan los alumnos al resolver tareas de conversión entre los registros de representación algebraicos y gráficos relacionados con el objeto matemático función cuadrática, en una institución educativa rural de la región Amazonas.

Según lo señalado, consideramos que nuestra investigación, relacionada con las dificultades que presentan los estudiantes del cuarto grado cuando realizan conversiones

de las representaciones de la función cuadrática en el registro gráfico y algebraico, la cual consiste en describir los resultados de actividades planteadas en un cuestionario, tiene las características de un enfoque cualitativo, ya que identificamos y analizamos como los estudiantes realizan las actividades planteadas.

3.2. Nivel de investigación

Esta investigación es de nivel descriptivo, pues busca describir tendencias de un grupo o población con respecto a las dificultades comunes que presentan los estudiantes del cuarto grado en el aprendizaje de las funciones cuadráticas a nivel de comprensión y análisis entre las representaciones semióticas algebraicas y gráficas. Al respecto, Hernández et al. (2014) señalaron que el estudio descriptivo tiene como objetivo identificar las propiedades y características significativas de cualquier fenómeno analizado. Bajo esta mirada, se puede señalar que un estudio cualitativo de nivel descriptivo tiene como propósito evaluar o recolectar información independiente o conjuntamente sobre los conceptos o variables a las que hacen referencia (Sampieri, 2014). Así, este tipo de investigación pretende acceder a la comprensión de un fenómeno en particular por medio de la recopilación de datos en contextos reales y analizados a partir de la búsqueda de diversas fuentes bibliográficas.

3.3. Muestra

En toda investigación, una muestra es una fracción de la población de interés de la cual se recolectarán datos para analizarlos y/o describirlos. Por consiguiente, es necesario definirla y delimitarla con precisión de antemano, teniendo en cuenta que debe ser representativa de la población (Hernández et al., 2014). En esta misma línea, para Arias (2012), la muestra es una parte finita y representativa seleccionada de la población accesible. En este sentido, el investigador, al elegir la muestra, busca generalizar o extrapolar que los resultados encontrados a la población.

De lo anterior, se puede afirmar que la muestra es un subconjunto de elementos que pertenecen a un conjunto definido que se denomina como población. Ahora bien, cuando se habla de tipos de muestras en un estudio de investigación, se categoriza las muestras en dos grandes grupos: las muestras no probabilísticas y las muestras probabilísticas. Una muestra no aleatoria es aquella en la que la selección de los elementos dependerá de las características de la investigación, no de su probabilidad. Por otro lado,

una muestra aleatoria es un subgrupo de la población en el que todos los elementos poseen la posibilidad de ser seleccionados en la misma proporción. (Hernández et al., 2014).

Teniendo en cuenta lo señalado, esta investigación corresponde a un muestreo no probabilístico, ya que los 13 estudiantes que conforman la muestra fueron elegidos por conveniencia del investigador y los objetivos del estudio. Los estudiantes elegidos (hombres y mujeres entre 14, 15 y 16 años) pertenecen a un nivel socioeconómico bajo, y cursan el cuarto grado de secundaria en un colegio estatal y rural de la región Amazonas.

3.4. Procedimientos de investigación

Con la finalidad de analizar los factores que dificultan a los estudiantes de cuarto de secundaria en el aprendizaje de la función cuadrática al transitar por los registros algebraicos y gráficos, específicamente, la complejidad de los procedimientos llevados a cabo en los registros algebraicos y gráficos, y la complejidad cognitiva de la conversión entre los registros, se planteó el método de investigación que presenta los siguientes pasos a seguir:

- Análisis de investigaciones anteriores que hayan abordado las dificultades en el aprendizaje de las funciones, considerando los aportes y conclusiones obtenidos para diseñar las actividades del cuestionario que se detallan más adelante.
- Análisis del manual de docente para el cuarto grado de secundaria, con el objetivo de identificar posibles dificultades didácticas en la presentación de la definición de función cuadrática, así como en las actividades propuestas, evaluando las transformaciones presentadas. Los resultados obtenidos serán considerados en el diseño del cuestionario de investigación.
- Diseño y aplicación del cuestionario, como instrumento de investigación, para ser completado por los alumnos participantes, que permitirá responder la pregunta de investigación. En su diseño, se consideraron los aportes y conclusiones de investigaciones anteriores, así como el análisis del cuaderno de trabajo del curso.
- Análisis de los resultados obtenidos en las actividades del instrumento de investigación, a partir del cuestionario aplicado a los estudiantes de cuarto grado. Presentación de conclusiones y recomendaciones finales. Se presentarán las conclusiones obtenidas en esta investigación, junto con algunas recomendaciones para futuros estudios sobre el tema.

3.5. Técnicas e instrumentos

En el marco de esta investigación, se considerará como técnica de investigación al proceso o método para obtener información, mientras que un instrumento de recolección de datos se definirá como cualquier recurso, ya sea en formato físico o digital, utilizado para obtener información (Arias, 2012).

Así, la presente investigación abordará un recojo de información mediante el cuestionario, con el fin de obtener elementos de análisis sobre las dificultades que presentan los estudiantes en el tránsito entre los registros algebraico y gráfico de la función cuadrática.

Dado que el objetivo de la investigación es examinar las complicaciones que tienen los estudiantes al transitar entre la representación simbólica y gráfica de la función cuadrática, se adaptó un cuestionario de Tolentino (2013) y Días et al. (2013) para obtener información sobre el tema. El cuestionario contiene ocho preguntas que permitieron al investigador conocer las dificultades que presentan los estudiantes en las conversiones de la representación semiótica de la función cuadrática entre registro algebraico-gráfico y gráfico- algebraico.

Este cuestionario contendrá temas como construcción de gráficas de funciones cuadráticas a partir de una expresión algebraica y conversiones del registro gráfico al algebraico. En estas actividades, los estudiantes hicieron uso de sus conocimientos sobre el tema funciones cuadráticas; de este modo, las tareas propuestas refirieron a temas de nivel básico, alrededor de conceptos relacionados con pares ordenados, parábolas, intercepto con los ejes “x” e “y” centrados en el tratamiento y la conversión entre los registros gráficos y algebraicos de representación semiótica.

3.6. Matriz de variables/dimensiones, categorías e indicadores

Tabla 1

Matriz de variables/dimensiones, categorías e indicadores

Dimensión	Categoría	Indicador	Instrumento	Fuente
Aprendizaje de la función cuadrática	Comprensión de la Función cuadrática	Concepto Elementos Propiedades	Actividad 1, 2 y 3 del cuestionario único	Estudiantes
	Sistemas de representación de la función cuadrática	Representaciones algebraicas Representaciones gráficas		
Conversión entre los registros gráfico y algebraico	Errores en la conversión de un registro algebraico a un registro gráfico	Puntos de corte Vértices Máximos o mínimo	Actividad 4, 5, 6, 7 y 8 del cuestionario único	Estudiantes
	Errores en la conversión de un registro gráfico a un registro algebraico	Vértices Coeficientes Forma canónica		

3.7. Aplicación del instrumento

Con el fin de crear un ambiente de afinidad entre el investigador y los participantes, se habló con los actores directos que formaron parte de la investigación para la aplicación del cuestionario. Durante la conversación, se realizó una exposición general del problema abordado en el estudio, así como de la relevancia de su colaboración para el progreso de la investigación

Se aplicó el cuestionario respetando las medidas sanitarias de bioseguridad impuestas para evitar la propagación del COVID 19. Este fue aplicado al término del proceso de enseñanza – aprendizaje del concepto de función cuadrática; también se les informó que sus calificaciones oficiales no se verían afectadas negativamente, y que los resultados del trabajo serían considerados como una participación especial en la materia de Matemáticas, lo cual les sería beneficioso.

3.8. Análisis de los datos recolectados

Según Hernández et al. (2014) en el análisis de los datos cualitativos, la acción esencial consiste en la recepción de datos no estructurados, a los que se les proporciona una estructura, con el propósito de direccionar la investigación hacia los nuevos hallazgos con el fin de interpretar y profundizar más en los mismos, para lo cual el investigador se apoya del marco teórico propuesto en el estudio; de este modo y con el fin de dar una mayor fundamentación, validez y confiabilidad al análisis de los estudios realizados, se construyó una matriz que permitió observar coincidencias en las dificultades encontradas.

En este sentido, los datos recopilados a partir del cuestionario serán analizados teniendo en cuenta la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS). Una vez recolectado la información a partir de un cuestionario, se analizará objetivamente en un cuadro comparativo diseñada por categorías, dimensiones e indicadores de aprendizaje, en los que se plasmará las respuestas de los estudiantes. A partir de esto, se identificarán aciertos y errores en el aprendizaje de este objeto matemático, con la finalidad de analizar las dificultades que se presentan en las diferentes tareas de aprendizaje, y así responder a las preguntas de investigación, generar hipótesis y plantear conclusiones.

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS

En esta investigación cualitativa, relacionada con los desafíos que enfrentan los estudiantes de cuarto año de educación secundaria en el tránsito entre los registros algebraico y gráfico de la función cuadrática, para la recolección de datos, se consideró la aplicación de un cuestionario compuesto de ocho actividades que, para su solución, requieren el uso de métodos trabajados en las sesiones de clase y el texto escolar de matemática (Resuelve Problemas 4). Estas actividades se tenían que desarrollar en dos horas cronológicas.

4.1. Análisis de las actividades

En este capítulo, se muestra los resultados obtenidos en la investigación, así como algunas pruebas de manera aleatoria (dos imágenes por cada actividad), para, posteriormente, realizar un análisis de los resultados.

4.1.1. Análisis de la primera actividad propuesta

La primera actividad trata sobre articulación entre el registro algebraico y el registro gráfico. A los estudiantes, se les solicita la gráfica de una función cuadrática a partir de la expresión algebraica $f(x) = -2x^2$. El propósito de esta actividad es que el estudiante realice el tratamiento y la conversión del registro algebraico a un registro gráfico. Esta actividad puede ser desarrollada por el estudiante mediante:

- El uso de los coeficientes y la fórmula de vértice
- La tabulación y el criterio de coeficiente principal

Para desarrollar esta actividad, el estudiante debe saber la orientación de la parábola, encontrar el vértice y los intercepto, también puede hacerlo mediante la tabulación de valores o recordando las transformaciones de una función cuadrática. En la Figura 5 se muestra la actividad dada. Los resultados de la primera actividad se muestran en la Tabla 2.

Figura 5

Actividad 1

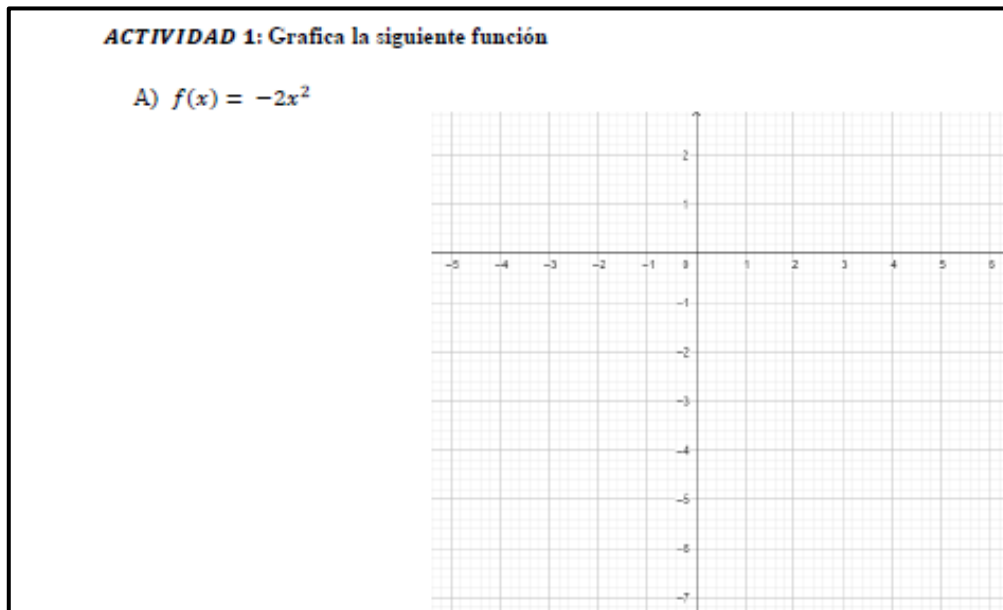


Tabla 2

Resultados de la actividad 1

Graficar la Función $f(x) = -2x^2$	Número de estudiantes que respondieron			
	Método empleado	Correcto	Incorrecto	Blanco
Usa los coeficientes y la fórmula de vértice.	2	3		
Usa tabulación y el criterio de coeficiente principal.	2	5		1
Total de estudiantes	4	8		1

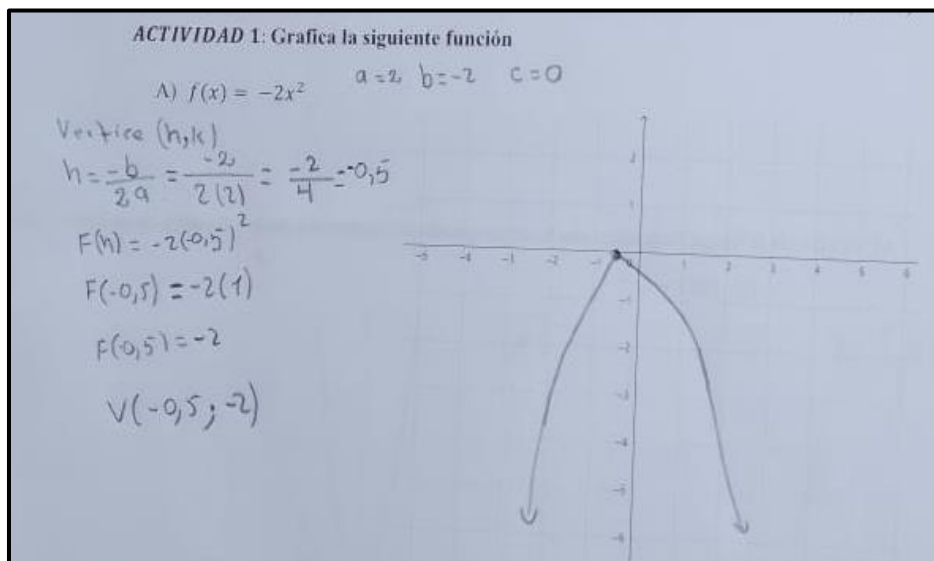
Ahora bien, teniendo en cuenta los resultados de la actividad 1 mostrados en la Tabla 2, se puede mencionar que cinco estudiantes desarrollaron la actividad 1 usando sus conocimientos sobre orientación de la parábola a partir del coeficiente y la fórmula del vértice, y siete estudiantes lo desarrollaron mediante la tabulación y el criterio del coeficiente principal.

De estos cinco estudiantes que emplearon sus conocimientos sobre orientación de la parábola a partir del coeficiente y la fórmula del vértice, dos lo realizaron correctamente y los otros tres lo graficaron de manera incorrecta. Si bien reconocieron la fórmula del

vértice, cometieron errores al reconocer los coeficientes a, b y c y al remplazar los valores, en algunos casos hicieron una mala sustitución en la fórmula e interpretaron mal la orientación de la parábola a partir del coeficiente principal. La Figura 6 evidencia lo mencionado.

Figura 6

Respuesta del estudiante E1 a la actividad 1

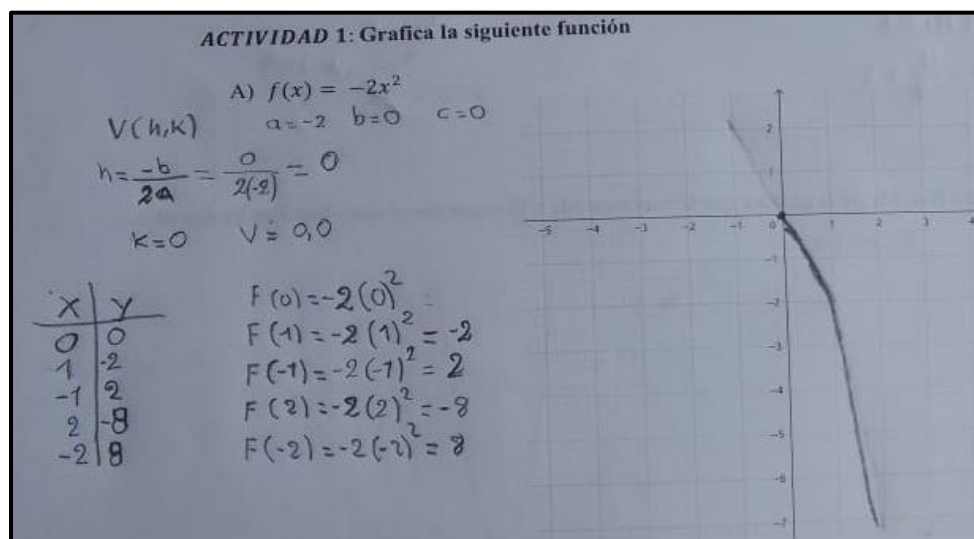


En la figura anterior, se puede observar que el estudiante E1 reconoce la fórmula del vértice (h;k), pero no reconoce correctamente los coeficientes (a, b y c), lo que lo lleva a realizar un errado cálculo del vértice, además de ello realiza cálculos errados y una interpretación equivocada del coeficiente principal.

También, de los siete estudiantes que usaron sus conocimientos sobre la tabulación y el criterio del coeficiente principal para resolver la actividad 1, solo dos estudiantes lo realizaron de manera correcta. Ellos realizaron una tabla con pares ordenados, dando valores a la variable “x” y encontrando $f(x)$, ubicaron correctamente los pares ordenados en el plano cartesiano. A su vez, cinco estudiantes fallaron al realizar la gráfica usando este método, las razones por la que fallaron fueron: dar valores muy altos a “x”, ubicar mal los puntos en el plano cartesiano, unir mal los puntos en el plano cartesiano, realizar cálculos incorrectos al reemplazar valores y no reconocer la gráfica de una función cuadrática. La Figura 7 evidencia los errores mencionados.

Figura 7

Respuesta del estudiante E2 a la actividad 1



En la Figura 7, se puede observar que el E2 logró identificar los coeficientes a, b y c y calcular el vértice, realizó una gráfica a partir de una tabulación de valores, sin embargo, los errores de cálculo no le permiten realizar la gráfica correctamente.

Estos resultados de la actividad 1, evidencian que la mayor dificultad en los estudiantes es que operan mal al realizar el remplazo de la variable “x” por un número, así también se evidencia que los estudiantes cometen errores al usar la fórmula $-b/2a$ y a su vez ubican de manera incorrecta las coordenadas en el plano cartesiano.

4.1.2. Análisis de la segunda actividad propuesta

Esta actividad, al igual que la actividad uno, trata sobre articulación entre el registro algebraico y el registro gráfico. En este caso, a los estudiantes se les solicita graficar la función cuadrática a partir de la expresión algebraica $f(x) = (x - 4)^2$ con el propósito que el estudiante realice el tratamiento y la conversión de un registro algebraico a un registro gráfico. Pero, a diferencia de la actividad uno, para realizar el gráfico de la función, el estudiante, además de saber la orientación de la parábola, encontrar el vértice y los interceptos, tiene que reconocer el producto notable (binomio) y desarrollarlo; también puede realizar la tabulación de valores o según sus conocimientos previos, puede aplicar el desplazamiento horizontal en la gráfica de una función cuadrática a partir de los

valores dentro del paréntesis. En la Figura 8, se muestra la actividad dada. Los resultados de la resolución de la actividad 2 se muestran en la Tabla 3.

Figura 8

Actividad 2

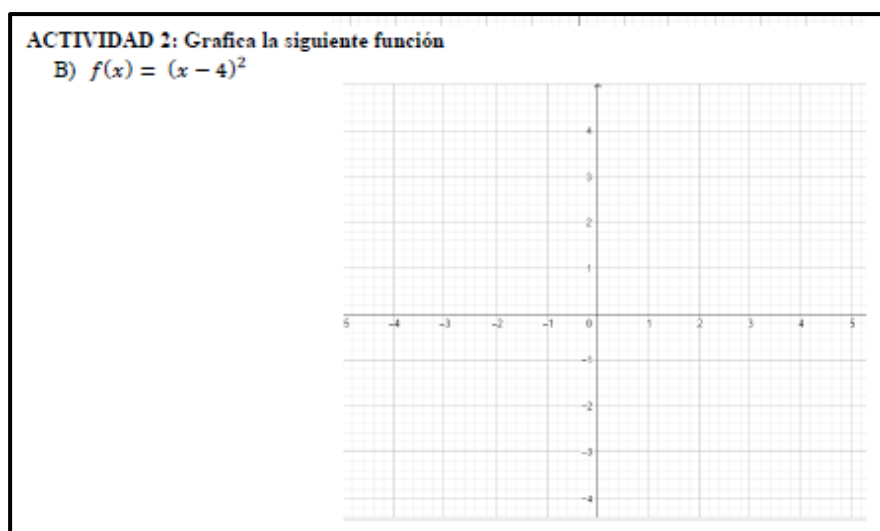


Tabla 3

Resultados de la actividad 2

Grafica la función: $f(x) = (x - 4)^2$	Número de estudiantes que respondieron			
	Método empleado	Correcto	Incorrecto	Blanco
Desarrolla el binomio, usa los coeficientes y la fórmula de vértice		4	0	
Desarrolla el binomio, usa tabulación y el criterio de coeficiente principal		0	3	3
Usa el criterio de traslación según el valor dentro del paréntesis		1	2	
Total de estudiantes		5	5	3

Teniendo en cuenta los resultados de la actividad 2 expresados en la tabla anterior, se puede mencionar que cuatro estudiantes desarrollaron la gráfica de la función cuadrática dada usando sus conocimientos sobre el binomio, coeficiente principal y la fórmula del vértice correctamente; vale aclarar que este fue el método enseñado a los

estudiantes en clases previas siguiendo la programación del ministerio a partir de la estrategia Aprendo en Casa. A su vez, tres estudiantes desarrollaron el binomio, usaron la tabulación y criterio del coeficiente principal para realizar la gráfica. En este caso, los tres estudiantes realizaron la gráfica de manera incorrecta, pues cometieron errores en el cálculo de las coordenadas a partir del remplazo de valores en “x”. Las Figuras 9 y 10 evidencian lo mencionado.

Figura 9

Respuesta del estudiante E3 a la actividad 2

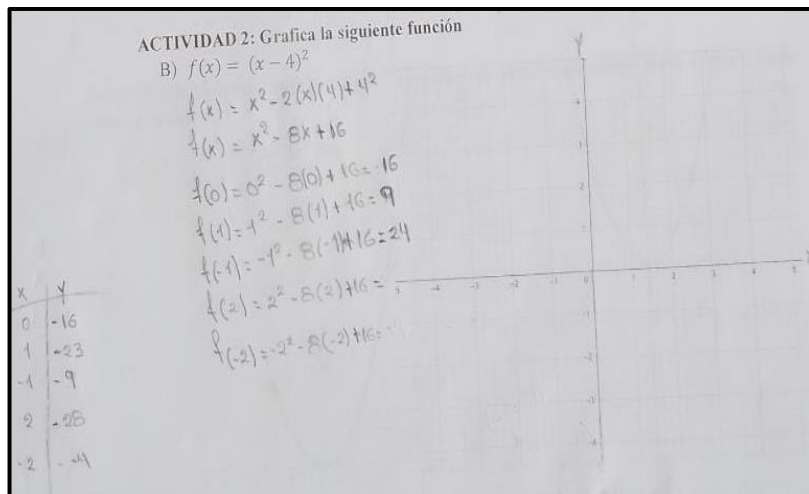
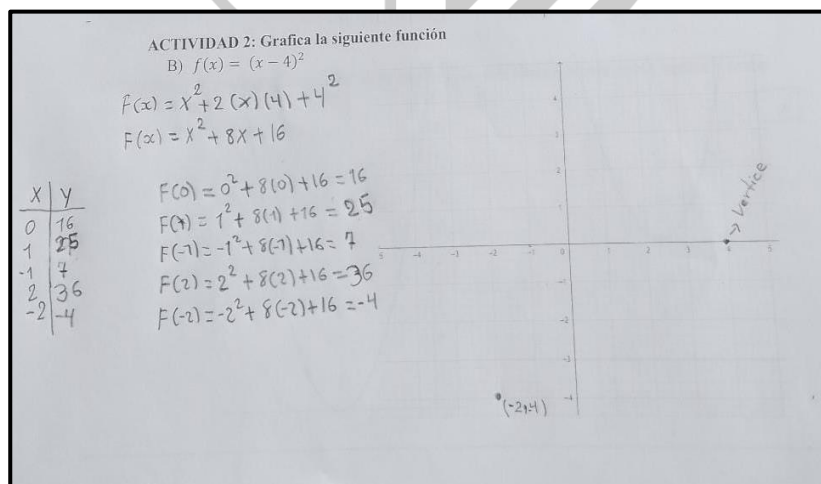


Figura 10

Respuesta del estudiante E4 a la actividad 2



En la Figura 9 se observa que el estudiante E3 realiza el binomio correctamente, sin embargo, al dar valores a “x” para encontrar “y” o f(x), realiza cálculos incorrectos.

Asimismo, en la Figura 10, se observa que el estudiante E4 realiza el binomio de manera incorrecta y, al igual que la Figura 9, realiza mal los cálculos para encontrar $f(x)$, lo que no le permite realizar la representación gráfica de la función cuadrática.

Por otro lado, cuatro estudiantes realizaron la gráfica usando el criterio de traslación según el valor dentro del paréntesis, pero solo uno realizó la gráfica de la función cuadrática correctamente, los demás no tuvieron claro si era un desplazamiento vertical u horizontal. Finalmente, tres estudiantes dejaron en blanco esta actividad, lo que evidencia que no saben cómo desarrollar este ejercicio. En la figura 11 y 12, se evidencia las respuestas de dos estudiantes.

Figura 11

Respuesta del estudiante E5 a la actividad 2

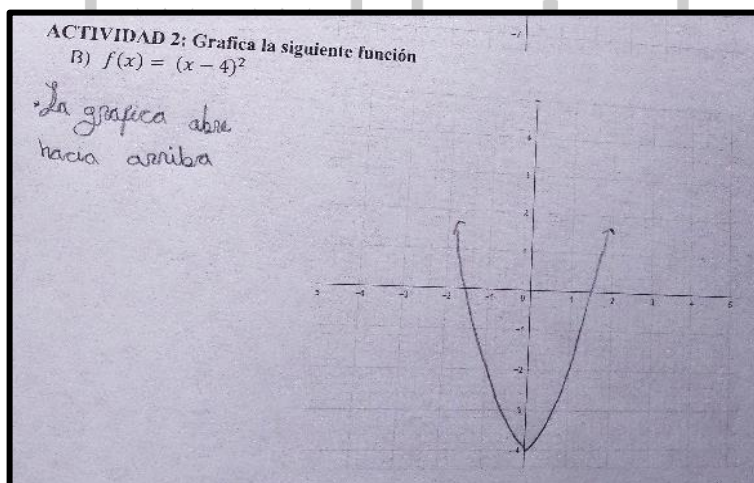
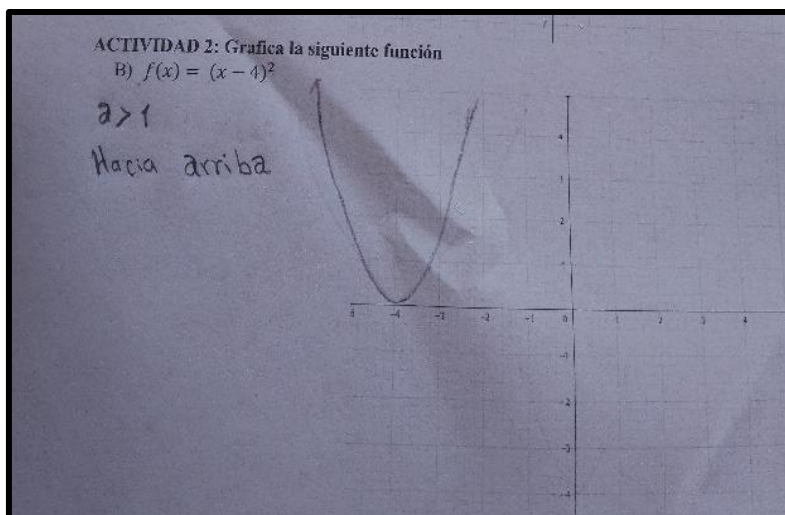


Figura 12

Respuesta del estudiante E6 a la actividad 2



En las Figura 11 y 12, se puede observar que los estudiantes E5 y E6 quienes realizaron esta actividad aplicando el criterio de la traslación de una parábola, no tuvieron claro si se trataba de un desplazamiento horizontal o vertical.

Estos resultados de la actividad 2 evidencian que los estudiantes tienen mayor dificultad cuando realizan el cálculo para encontrar la ordenada “Y” a partir del reemplazo de la variable “x” por un número. Asimismo, se evidencia que los estudiantes tienen mucha dificultad al saber si se trata de una traslación horizontal o vertical. Al respecto, Hitt (1996) señaló que, al no tener claro un concepto matemático, esta dificultad provoca que emerjan durante el proceso de resolución de un problema ideas intuitivas (erróneas) sin que el estudiante tenga conciencia de ello.

4.1.3. Análisis de la tercera actividad propuesta

Esta actividad, al igual que la actividad 1, trata sobre articulación entre el registro algebraico y el registro gráfico. A los estudiantes, se les solicita la gráfica de la función cuadrática $f(x) = x^2 - 4x + 2$. El propósito de esta actividad, al igual que las anteriores, es que el estudiante realice el tratamiento y la conversión de un registro algebraico a un registro gráfico. Para lo cual el estudiante tiene que saber la orientación de la parábola a partir del coeficiente principal, encontrar el vértice y los interceptos. Puede resolverlo realizando una tabla de valores. En la Figura 12, se muestra la actividad dada. Los resultados de la resolución de la actividad 3 se muestran en la Tabla 4.

Figura 13

Actividad 3

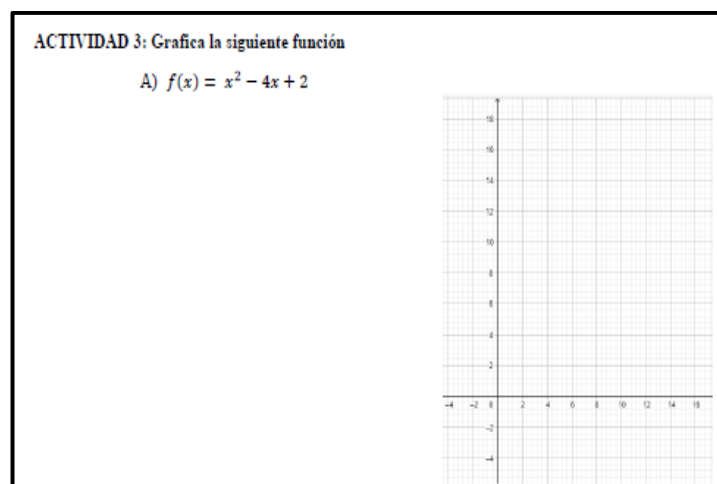


Tabla 4

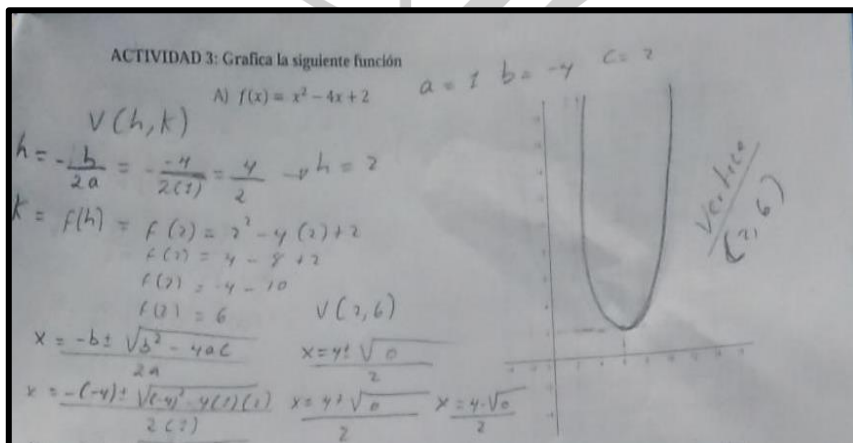
Resultados de la actividad 3

Graficar la función $f(x) = x^2 - 4x + 2$	Número de estudiantes que respondieron			
	Método empleado	Correcto	Incorrecto	Blanco
Usando los coeficientes, la fórmula de vértice y los puntos de corte con el eje "x"		1	2	2
Usando tabulación y el criterio de coeficiente principal		2	6	
Total de estudiantes		3	8	2

De los resultados de la actividad 3 mostrados en la Tabla 4, se puede mencionar que tres estudiantes desarrollaron la actividad propuesta usando sus conocimientos sobre orientación de la gráfica de una función a partir del coeficiente principal, la fórmula del vértice y los puntos de corte con el eje "x". De estos tres, solo uno lo representó correctamente, los demás, si bien reconocieron la fórmula del vértice y el valor del coeficiente principal, cometieron errores de cálculo, y ubicaron mal los puntos en el plano cartesiano. La Figura 14 muestra la respuesta de un estudiante que usó estos criterios.

Figura 14

Respuesta del estudiante E7 a la actividad 3

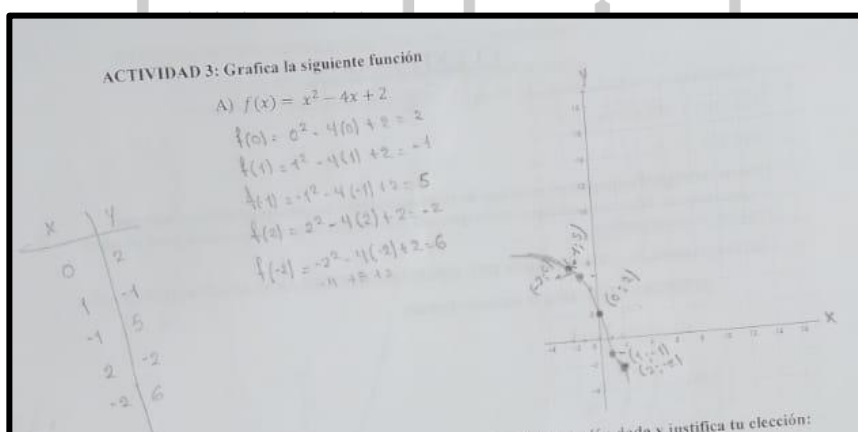


En la Figura 14, se puede observar que el estudiante E7 identifica correctamente los coeficientes a, b y c y la fórmula del vértice; sin embargo, realiza mal los cálculos para encontrar el vértice y ubica mal los puntos en el plano cartesiano.

También de la Tabla 4, se puede señalar que ocho estudiantes usaron la tabulación y el criterio del coeficiente principal para realizar la gráfica, pero solo dos estudiantes lo realizaron de manera correcta. Ellos realizaron una tabla a partir del reemplazo de valores. A su vez, seis estudiantes fallaron al realizar la gráfica usando este método, la razón principal fue que operaron mal los valores sustituidos. Esto se puede evidenciar en la Figura 15. Además, dos estudiantes dejaron en blanco esta actividad.

Figura 15

Respuesta del estudiante E3 a la actividad 3



En la Figura 15, se puede observar que, para dar respuesta a esta actividad, el estudiante E3 realiza una tabulación; sin embargo, los errores de cálculo al reemplazar -1 y -2 no le permiten bosquejar la representación gráfica de una función cuadrática; además, no tiene claro donde se encuentra el vértice y la orientación de ésta.

Estos resultados evidencian que la mayor dificultad en los estudiantes es que operan mal al realizar el reemplazo de la variable “x” por un número, ya sea al momento de usar la fórmula $-b/2a$ o al hacer sustituciones en la función dada; además, ubican mal los puntos en el plano cartesiano. Las Figuras 14 y 15 evidencian este fenómeno.

4.1.4. Análisis de la cuarta actividad propuesta

La actividad 4 trata sobre articulación entre el registro algebraico y el registro gráfico, pero la diferencia con las actividades 1, 2 y 3 es la poca complejidad. En esta

actividad, se les solicita que identifiquen la gráfica que corresponda a la expresión algebraica $f(x) = 3x^2$ con el propósito de que el estudiante realice el tratamiento y la conversión de un registro algebraico a un registro gráfico. Los posibles métodos que puede usar el estudiante para desarrollar esta actividad son:

- Usando el valor el coeficiente principal y la fórmula del vértice
- Usando tabulación y el criterio de coeficiente principal

En ambos casos, el estudiante tiene que saber la orientación de la parábola, encontrar el vértice y algunos puntos por los que pase la gráfica de la función cuadrática, además de ello el estudiante tiene que justificar su respuesta. En la Figura 16, se muestra la actividad. Los resultados de la resolución de la actividad 4 se muestran en la Tabla 5.

Figura 16
Actividad 4

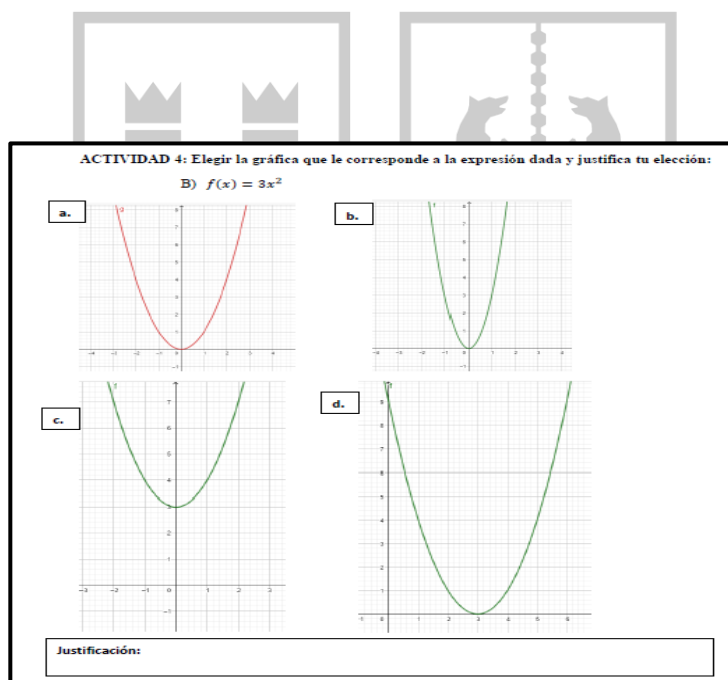


Tabla 5

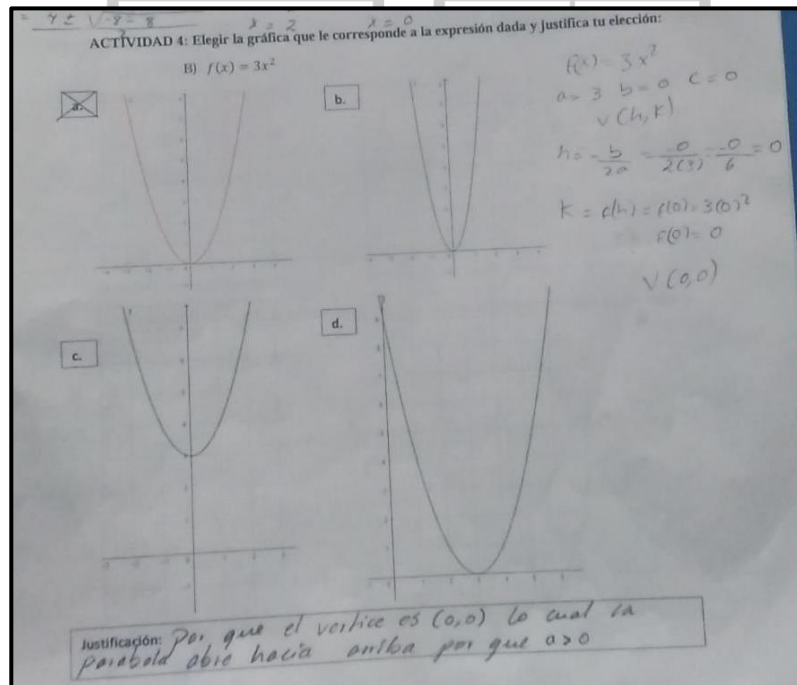
Resultados de la actividad 4

Elige la gráfica de $f(x) = 3x^2$	Número de estudiantes que respondieron			
	Método empleado	Correcto	Incorrecto	Blanco
Usando el coeficiente principal y la fórmula de vértice		1	1	3
Usando tabulación y el criterio de coeficiente principal		5	3	
Total de estudiantes		6	4	3

Los resultados expresados en la Tabla 5, muestran que diez estudiantes respondieron a esta actividad, de los que dos usaron el método de coeficiente principal y la fórmula del vértice, pero solo uno acertó su respuesta; ocho de los estudiantes usaron tabulación y el criterio del coeficiente principal, solo cinco lo hicieron correctamente. También se puede señalar que de los diez que respondieron esta pregunta solo dos lo justificaron. Las respuestas que dieron dos estudiantes a esta actividad se muestran en la Figura 17 y la Figura 18.

Figura 17

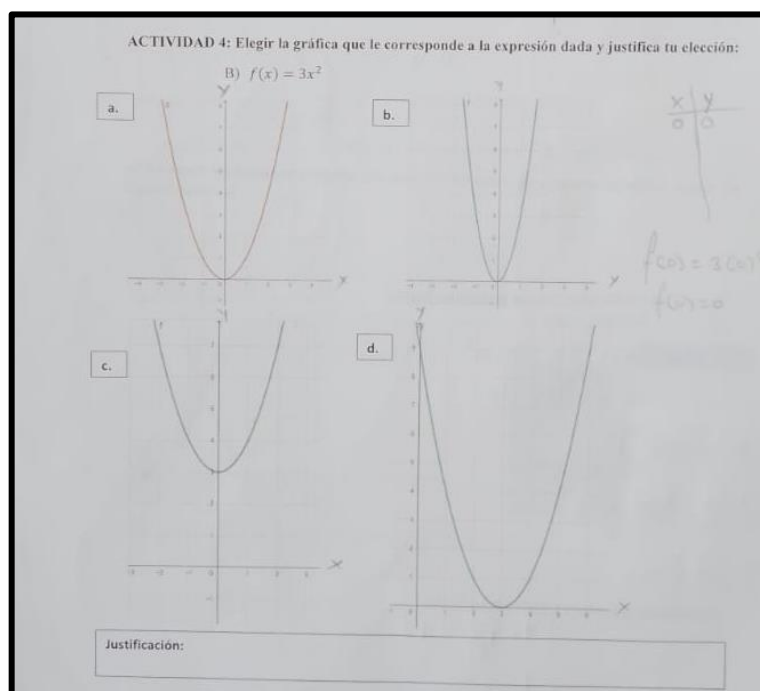
Respuesta del estudiante E8 a la actividad 4



La Figura 17 muestra que el estudiante E8 realizó correctamente la interpretación del valor del coeficiente principal, encontró el vértice; pero no encontró parejas ordenados (x; y) por los que pasa la gráfica que lo ayuden a elegir la gráfica correcta para la función $f(x) = 3x^2$.

Figura 18

Respuesta del estudiante E9 a la actividad 4



La Figura 18, evidencia las dificultades que presenta el estudiante E9 cuando enfrenta un problema como este y no tiene claro este tema, si bien se puede notar que el estudiante intenta responder esta pregunta realizando una tabulación este no logra concluir este proceso y menos justificar una respuesta.

Estos resultados demuestran que existen muchas dificultades al realizar tratamientos y conversiones de las representaciones en los registros algebraico y gráfico, a pesar que son actividades que se realizan en las sesiones de clases.

4.1.5. Análisis de la quinta actividad propuesta

La actividad 5, al igual que la actividad 4, trata sobre articulación entre los registros algebraico y gráfico. En esta actividad, a los estudiantes se les solicita que identifiquen la gráfica que corresponda a la expresión algebraica $f(x) = x^2 - 6x + 5$. El fin de esta actividad es que el estudiante realice el tratamiento y la conversión de un registro algebraico a un registro gráfico y a la vez justifique su respuesta. Para desarrollar este ejercicio, el estudiante tiene que saber la orientación de la parábola a partir del coeficiente principal, encontrar el vértice y algunos puntos por los que pase la gráfica de

la función cuadrática. En la Figura 19, se muestra la actividad dada. Los resultados de la resolución de la actividad 5 se muestran en la Tabla 6.

Figura 19

Actividad 5

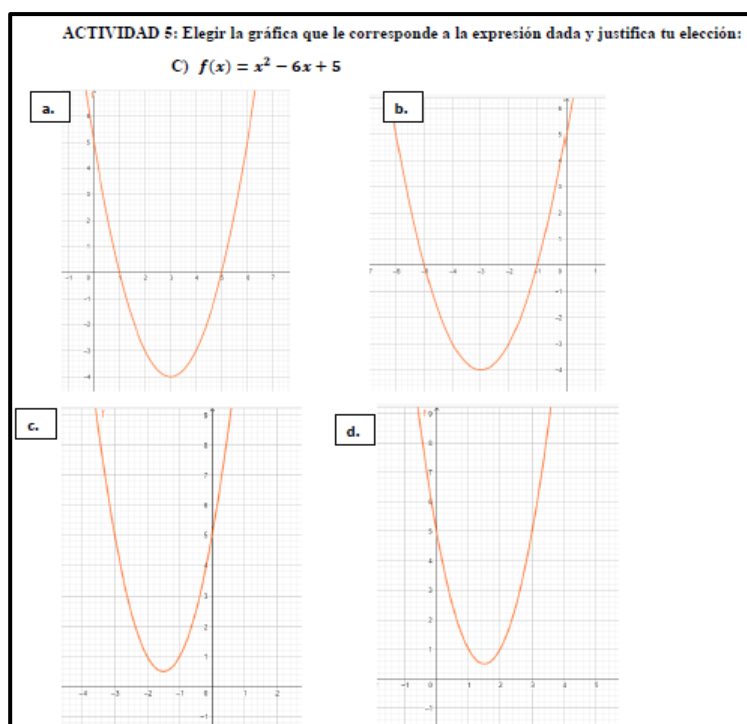


Tabla 6

Resultados de la actividad 5

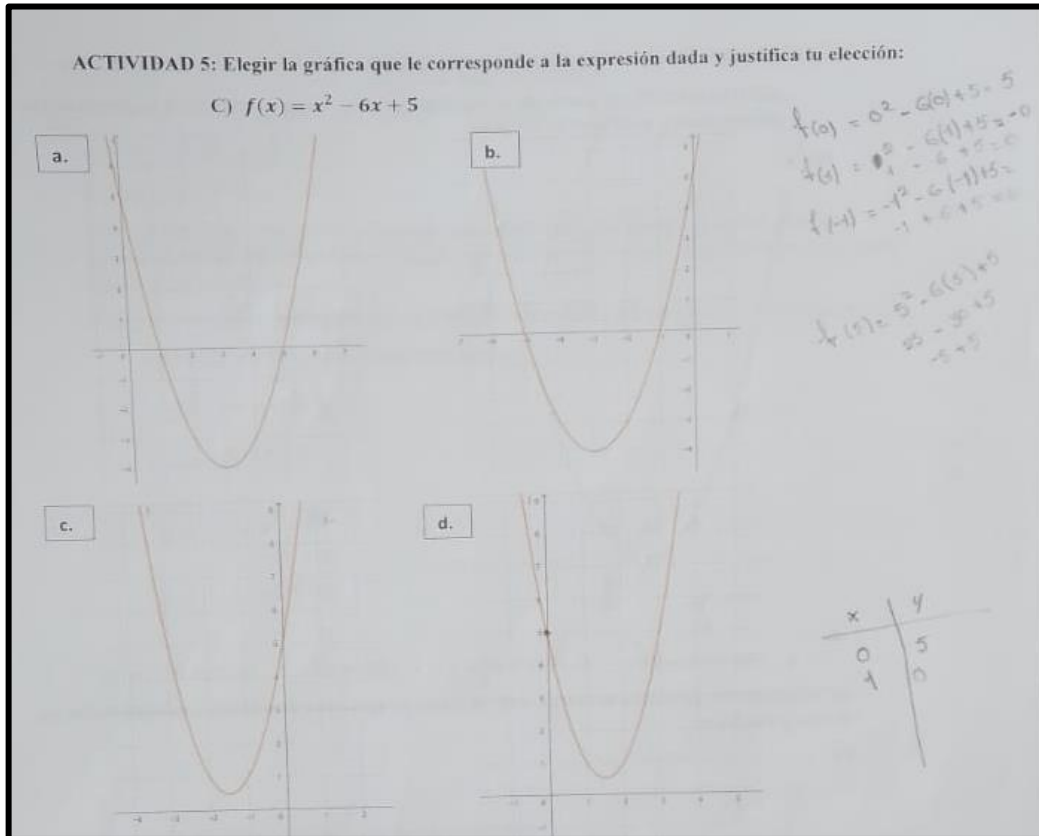
Elige la gráfica de $f(x) = x^2 - 6x + 5$	Número de estudiantes que respondieron		
Método empleado	Correcto	Incorrecto	Blanco
Usando el coeficiente principal, la fórmula de vértice y la tabulación.	2	7	4
Total de estudiantes	13		

Teniendo en cuenta los resultados de la actividad 5 expuestos en la Tabla 6, se puede mencionar que nueve estudiantes resolvieron esta actividad usando el criterio de coeficiente principal para saber la orientación de la parábola, usaron la fórmula del vértice y usaron una tabla para identificar algunos puntos de corte. Sin embargo, solo dos

estudiantes lo hicieron correctamente, los demás cometieron errores de cálculo al hacer el tratamiento de la función planteada. Además, solo dos estudiantes justificaron brevemente sus respuestas, los siete restantes que marcaron una respuesta no la justificaron, las Figuras 20 y 21 muestran la respuesta de dos estudiantes.

Figura 20

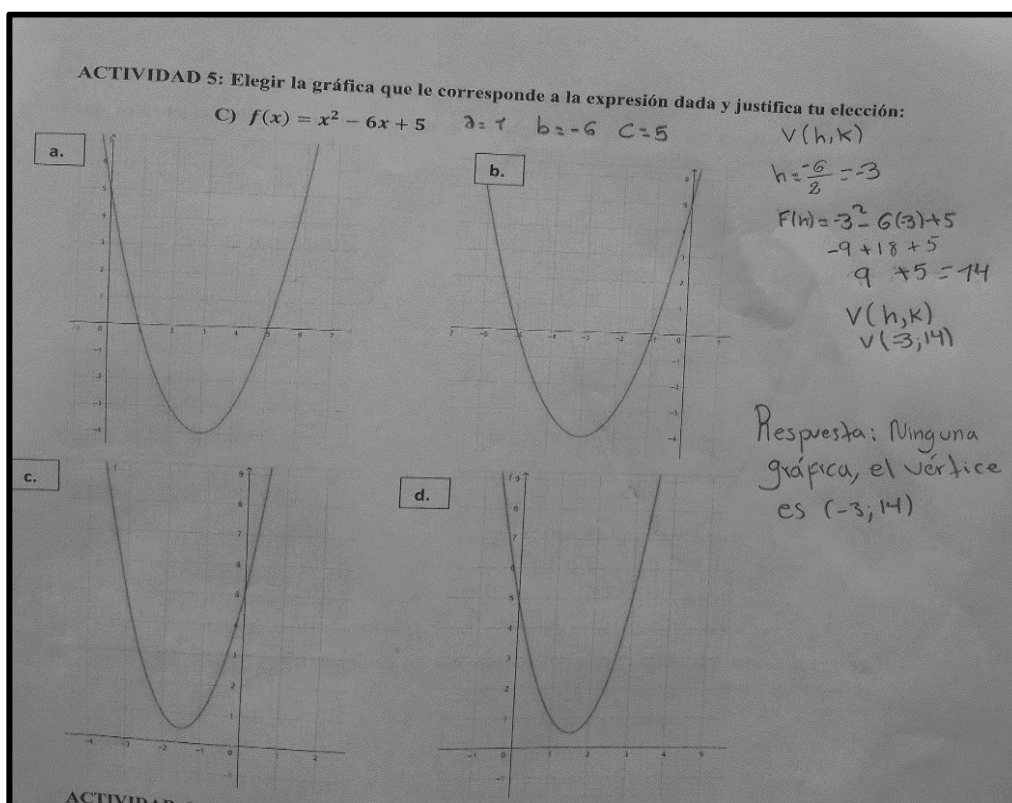
Respuesta del estudiante E3 a la actividad 5



En la Figura 20, se puede observar que, para resolver esta actividad, el estudiante E3 intentó realizar una tabulación, pero no marcó ninguna respuesta, a su vez se puede observar errores de cálculo en la tabulación con los valores -1 y 5. Ello evidencia la dificultad que tiene el estudiante cuando realiza operaciones con números enteros negativos. Este alumno no justificó su respuesta. A continuación, se muestra la siguiente respuesta a esta actividad.

Figura 21

Respuesta del estudiante E10 a la actividad 5



En la Figura 21, se puede observar que el estudiante E10 realiza el cálculo del vértice y, sobre la base de esto, responde a la actividad. Sin embargo, como realizó cálculos errados, su respuesta es incorrecta.

De acuerdo al cuadro de resultados y las Figuras 20 y 21, se puede señalar que la mayor dificultad se encuentra cuando el estudiante realiza los cálculos para encontrar puntos de corte o el vértice, y a su vez se evidencia un déficit en la capacidad argumentativa, pues solo dos estudiantes encuestados justifican sus respuestas.

4.1.6. Análisis de la sexta actividad propuesta

La actividad 6, al igual que las actividades anteriores, trata sobre articulación entre el registro algebraico y el registro gráfico. En esta actividad, a los estudiantes se les solicita que identifiquen la orientación de la gráfica de la función cuadrática $f(x) = 3x^2 - 4$ y justifiquen su respuesta. El objetivo de esta actividad es que el alumno realice el tratamiento y la conversión de un registro algebraico a un registro gráfico usando sus conocimientos sobre este tema. Para desarrollar este ejercicio, el estudiante tiene que

saber la orientación de la parábola a partir del coeficiente principal, encontrar el vértice y algunos puntos para poder graficarla. La Figura 22 muestra la actividad dada. Las respuestas de la actividad 6 se encuentran organizadas en la Tabla 7.

Figura 22

Actividad 6

ACTIVIDAD 6: Indicar si la gráfica de la función, se abre infinitamente hacia arriba o hacia abajo, justifique:

D) $f(x) = 3x^2 - 4$

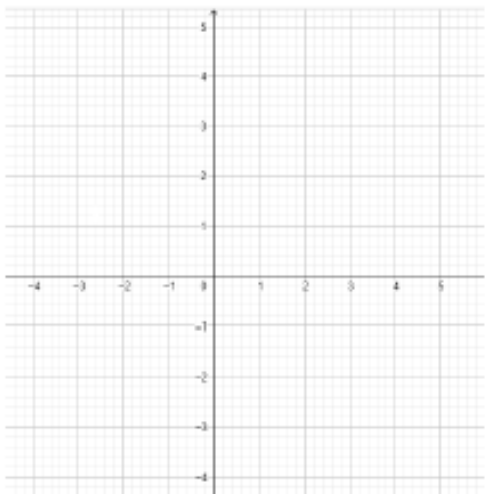


Tabla 7

Resultados de la actividad 6

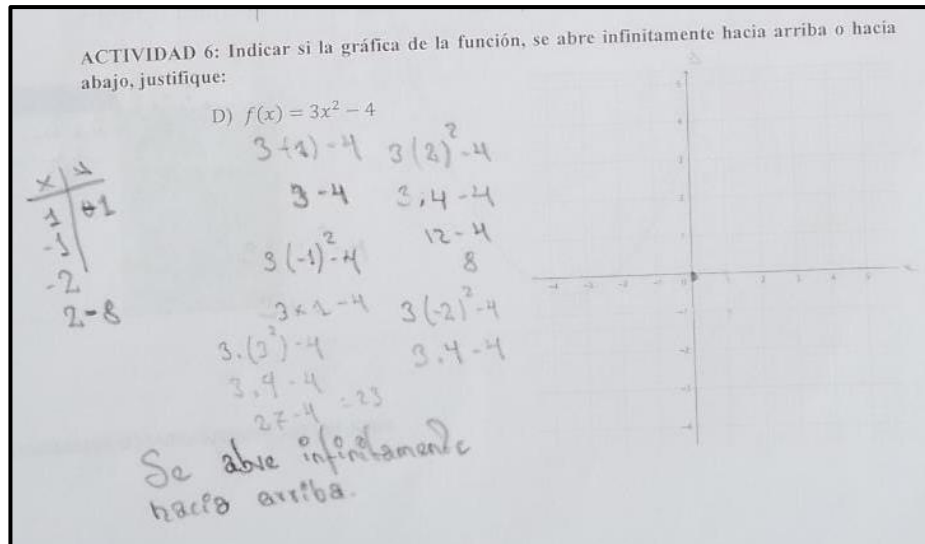
Identifica si la gráfica de $f(x) = 3x^2 - 4$ se abre hacia arriba o hacia abajo	Número de estudiantes que respondieron		
Método empleado	Correcto	Incorrecto	Blanco
Usando el criterio del coeficiente principal, la fórmula de vértice y la tabulación.	1	1	11
Total de estudiantes	13		

Los resultados que se muestran en la Tabla 7 revelan que solo dos estudiantes respondieron a esta actividad y solo uno lo hizo correctamente y justificó su respuesta. Ello demuestra que solo el 15% logró entender esta actividad a pesar de ser un ejercicio

común resuelto en las clases de matemática. Las Figuras 23 y 24 muestran las respuestas de los dos alumnos.

Figura 23

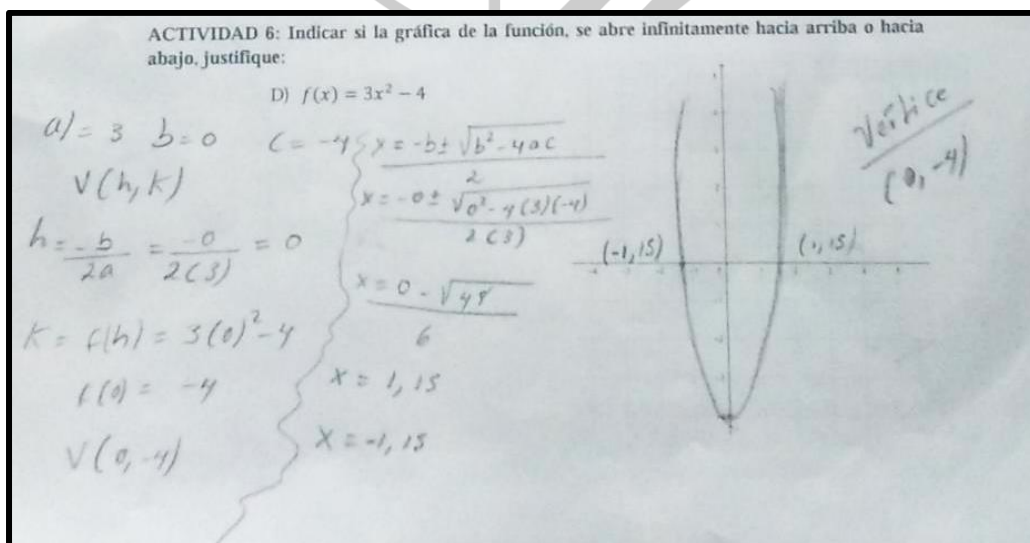
Respuesta del estudiante E5 a la actividad 6



En la Figura 23, se puede observar que el estudiante E5 realiza una tabla de valores y usa sus conocimientos sobre el coeficiente principal para responder esta actividad. Sin embargo, el estudiante no realizó un bosquejo de cómo podía quedar la gráfica.

Figura 24

Respuesta del estudiante E7 a la actividad 6



En la Figura 24, se puede observar que el estudiante encontró el vértice y encontró los puntos de corte con el eje X para poder graficar la función. Sin embargo, no justificó su respuesta de manera argumentativa.

Respecto a los resultados expuestos sobre esta actividad, se puede señalar que los estudiantes presentan muchas dificultades al desarrollar problemas como estos, ya que once estudiantes dejaron en blanco esta actividad. También revela que los estudiantes no justifican sus respuestas.

4.1.7. Análisis de la séptima actividad propuesta

La actividad 7 se enfoca en la transformación de las representaciones de la función cuadrática de una representación gráfica a una representación algebraica. En esta actividad, se requiere que los estudiantes identifiquen la ecuación algebraica que se corresponde con una gráfica dada. El objetivo de esta actividad es que el alumno realice el tratamiento y la conversión de una representación en registro gráfico a un registro algebraico usando sus conocimientos sobre este tema. Para desarrollar este ejercicio, el estudiante tiene que identificar el vértice y puntos de corte en la gráfica dada, también tienen que saber la forma canónica de una función cuadrática. El estudiante puede resolver esta actividad usando el criterio de traslación según el valor dentro del paréntesis. La Figura 25 muestra la actividad dada. Los resultados de la resolución de la actividad 7 se muestran en la Tabla 8.

Figura 25

Actividad 7

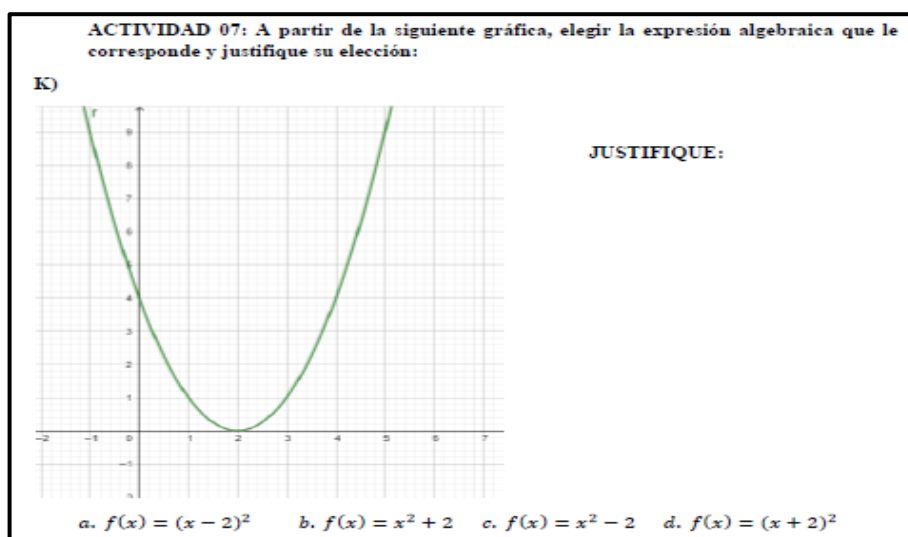


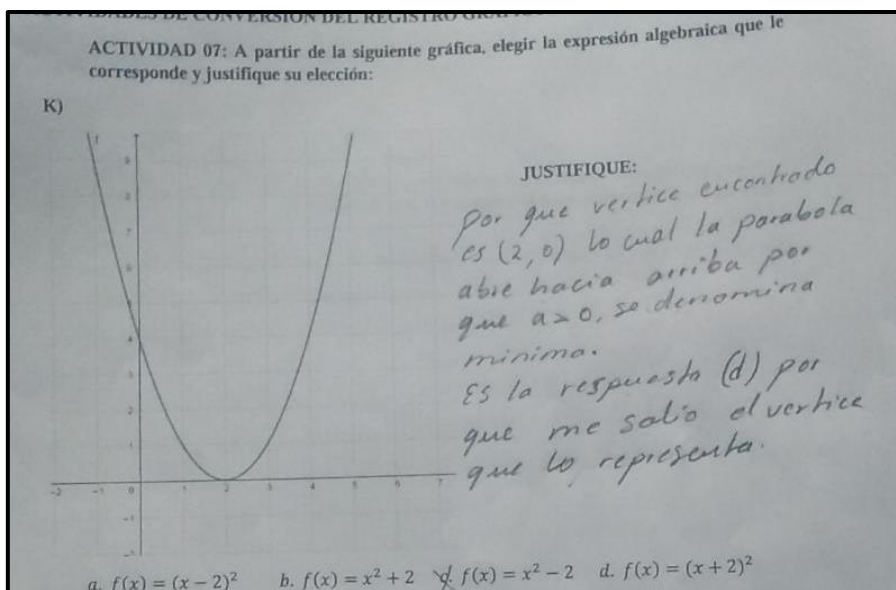
Tabla 8*Resultados de la actividad 7*

Elige la expresión algebraica que corresponde a la gráfica	Número de estudiantes que respondieron			
	Método empleado	Correcto	Incorrecto	Blanco
Realiza una tabulación e identifica el vértice		2	1	
Identifica el vértice, puntos de corte y usa la forma canónica de una función cuadrática.		0	0	5
Usando el criterio de traslación según el valor dentro del paréntesis		1	4	
Total de estudiantes		3	5	5

Los resultados expuestos en la Tabla 8, revelan que tres estudiantes realizaron una tabulación para conocer los puntos por los que pasa la parábola e identificaron el vértice, pero solo dos dieron con la respuesta correcta. A su vez, cinco estudiantes realizaron esta actividad usando el criterio de traslación, sin embargo, solo uno dio con la respuesta. También, revela que ningún estudiante realizó esta actividad usando la forma canónica y el vértice, además de los ochos estudiantes que respondieron esta actividad solo tres estudiantes justificaron sus respuestas. La Figura 26 y la Figura 27 muestran las respuestas de dos estudiantes.

Figura 26

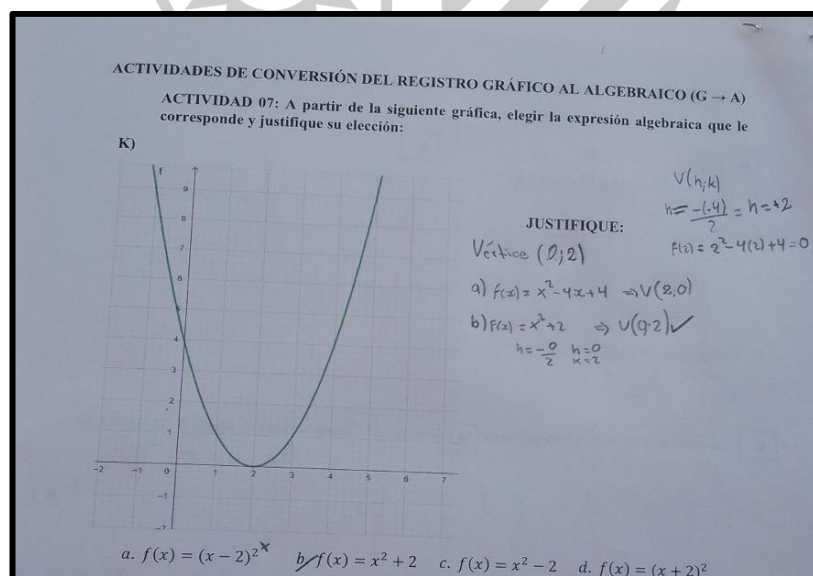
Respuesta del estudiante E10 a la actividad 7



En la Figura 26, se puede evidenciar que el estudiante E10 encuentra el vértice en la gráfica dada, reconoce que el valor del coeficiente principal es positivo y también reconoce que la parábola tiene un valor mínimo; sin embargo, este estudiante no logra dar con la respuesta correcta, pues solo realiza su inferencia a partir del vértice, dejando de lado los puntos por los que pasa la representación gráfica de la función, lo que evidencia una falta de coordinación entre los registros gráficos y algebraicos.

Figura 27

Desarrollo del estudiante E1 la actividad 7



En la Figura 27, se evidencia que el estudiante E1 identifica mal el vértice, lo cual lo lleva a dar una respuesta incorrecta, se observa que el estudiante encuentra el vértice

de cada expresión algebraica dada como alternativa, lo que indica que el estudiante reconoce la fórmula del vértice, pero al no identificar correctamente la coordenada del vértice en el plano cartesiano, marcando así una respuesta incorrecta. A su vez, se observa que el estudiante no justifica argumentativamente su elección.

Sobre la base de los resultados mostrados sobre esta actividad, se puede señalar que los estudiantes no reconocen la forma canónica de una función cuadrática, tampoco tienen claro el desplazamiento horizontal o vertical de una función cuadrática en el plano cartesiano, y, a su vez, no saben identificar correctamente coordenadas cartesianas. Todas estas dificultades hacen que el estudiante no comprenda este objeto matemático y tenga dificultades al resolver problemas que involucren el uso de este objeto matemático. Ahora bien, los resultados encontrados sobre esta actividad demuestran que los estudiantes no lograron satisfactoriamente la coordinación de los registros gráficos y algebraicos.

4.1.8. Análisis de la octava actividad propuesta

La actividad 8 trata sobre el tratamiento que se debe realizar de la representación en el registro gráfico de una función cuadrática. En esta actividad, se les solicita a los estudiantes que identifiquen el vértice, los puntos de corte con los ejes X y Y, que reconozcan si el vértice es un valor máximo o mínimo y que justifiquen su respuesta. El objetivo de esta actividad es que el alumno realice el tratamiento de una función cuadrática en su mismo registro, es decir, reconozca los conceptos claves cuando se estudia este objeto matemático. La Figura 28 muestra la actividad dada. Los resultados de la resolución de la actividad 8 se muestran en la Tabla 9.

Figura 28

Actividad 8

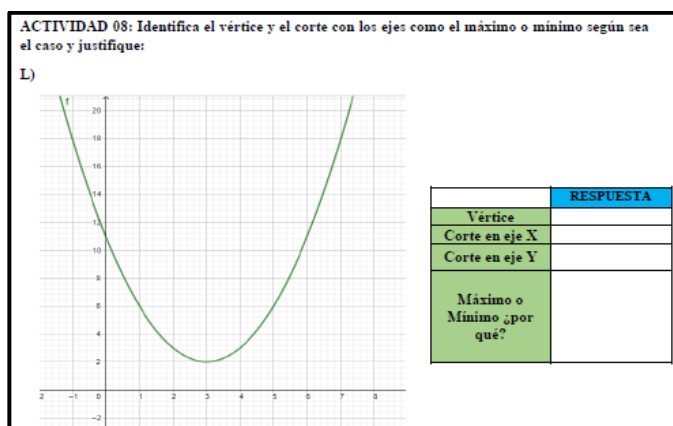


Tabla 9

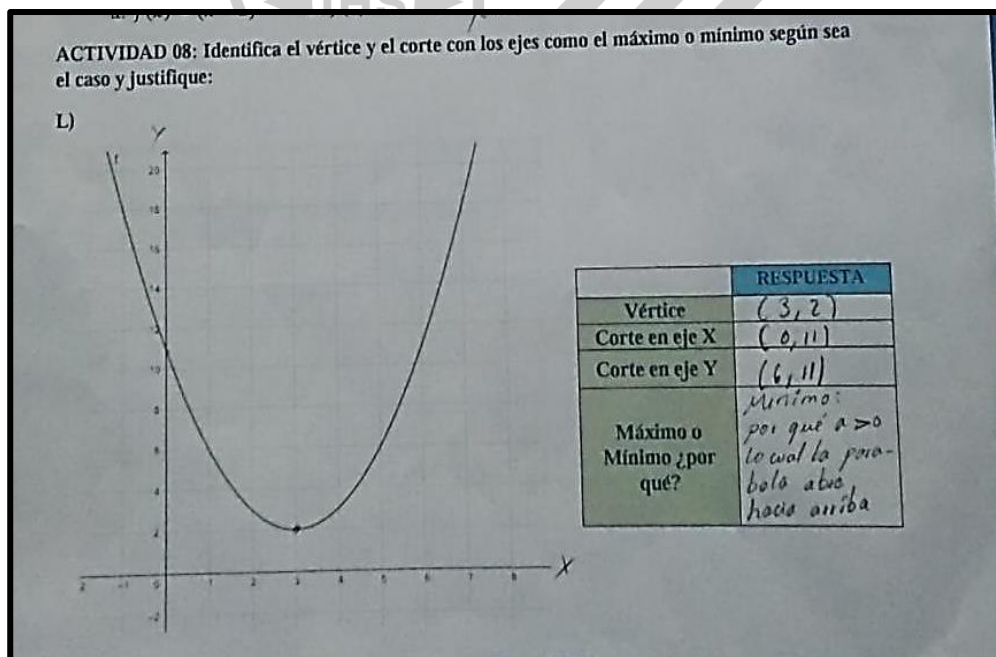
Resultados de la actividad 8

Actividad 8	Estudiantes que respondieron			
	correcto	incorrecto	Blanco	Total
Identifica el vértice	6	5	2	13
Identifica los puntos de corte con los ejes.	4	7	2	13
Justifica si es máximo o mínimo	6	3	4	13

Los resultados de esta actividad muestran que once estudiantes respondieron esta pregunta, de los que solo seis identificaron correctamente el vértice, cuatro identificaron correctamente los puntos de corte con los ejes X y Y, y nueve estudiantes justificaron sus respuestas. Se observa también que dos estudiantes entregaron esta respuesta en blanco. Realizando el análisis a sus respuestas se encontró que la principal dificultad es que los estudiantes no saben reconocer las coordenadas cartesianas y no saben cuándo la representación de una función cuadrática tiene como valor máximo o mínimo. Las figuras 29, 30 y 31 muestran las respuestas de tres estudiantes.

Figura 29

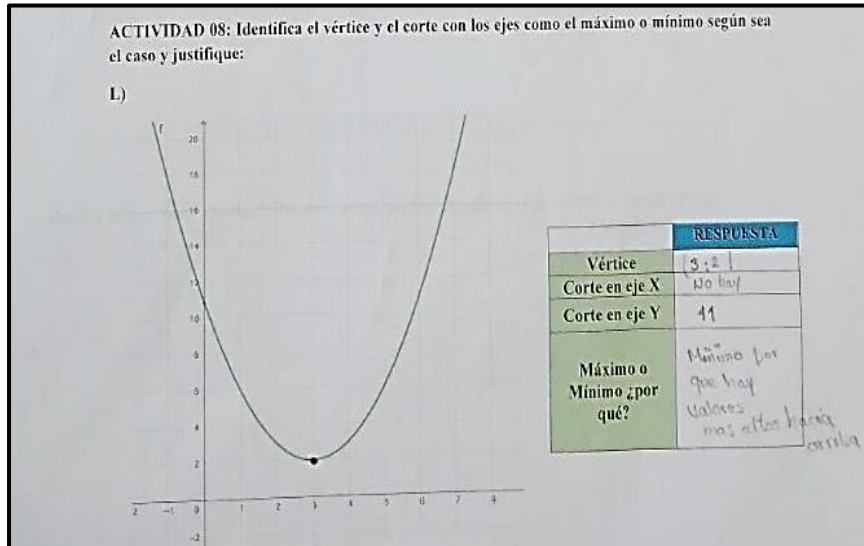
Desarrollo del estudiante E10 a la actividad 8



En la Figura 29, se puede evidenciar que el estudiante E10 identifica correctamente el vértice de la parábola, y justifica correctamente si es máximo o mínimo; sin embargo, no reconoce los puntos de corte con los ejes X y Y. Ello evidencia que los estudiantes no saben identificar coordenadas cartesianas.

Figura 30

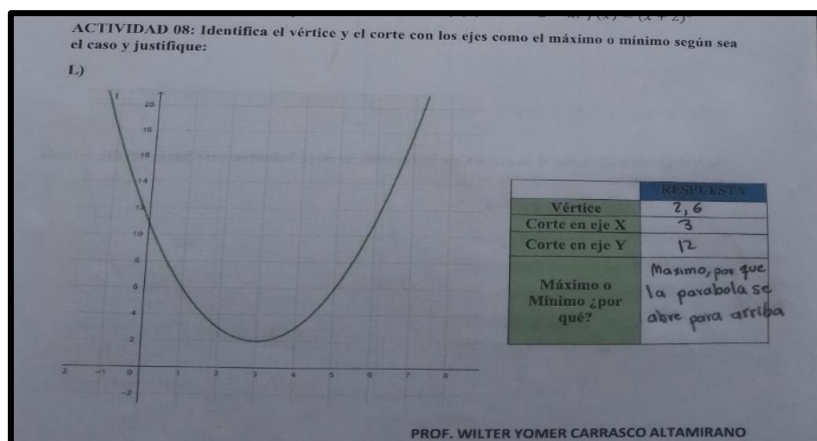
Desarrollo del estudiante E8 a la actividad 8



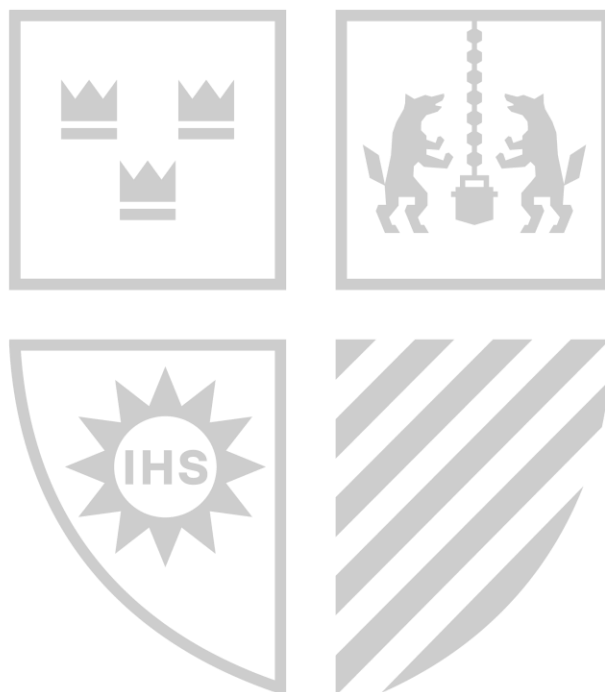
En la Figura 30, se observa que el estudiante E8, al igual que en la figura anterior, identifica correctamente el vértice de la parábola; sin embargo, no justifica correctamente si es máximo o mínimo; y as u vez no reconoce la coordenada del punto de corte con el eje Y. Ello evidencia que el estudiante no tiene claro el tema de coordenadas cartesianas.

Figura 31

Desarrollo del estudiante E2 a la actividad 8



En la Figura 31, se observa que el estudiante E2 tiene serias dificultades en este tema, ya que no identifica correctamente el vértice, no reconoce los puntos de corte con el eje X y Y, y, además, no sabe reconocer cuando el vértice representa un valor, máximo o mínimo. Ahora bien, en base a los resultados encontrados sobre esta actividad, los estudiantes no lograron satisfactoriamente expresar conceptos básicos (vértice, puntos de corte, valor máximo o mínimo) referentes a funciones cuadráticas.



CAPÍTULO V. RESULTADOS

A continuación, se muestra una síntesis de los resultados obtenidos en cada actividad.

Actividad 1

En esta actividad, se presentó un mayor porcentaje de errores, pues el 61% del total de estudiantes encuestados respondieron mal esta actividad. Se pudo observar que la mayor dificultad en los estudiantes está en que operan mal al realizar el reemplazo de la variable “x” por un número. Asimismo, se evidencia que los estudiantes cometen errores al usar la fórmula del vértice $-b/2a$, lo que determinó que los estudiantes no llegaran a responder favorablemente en esta actividad.

Actividad 2

En esta actividad, se observó una mayor inclinación en el uso del binomio, coeficiente principal y la fórmula del vértice, pues el 40% del total de estudiantes que respondieron esta pregunta usaron este método. La principal dificultad que se pudo detectar en los estudiantes respecto a esta actividad es que cometen errores de cálculo al reemplazar la variable “x” por un valor numérico, pues solo uno de los estudiantes que uso un método diferente al expuesto líneas anteriores logró responder correctamente esta actividad. Esto indica que los estudiantes no tienen idea clara del tema.

Actividad 3

Esta actividad fue respondida por el 83% de los encuestados y se pudo observar que las principales dificultades fueron los errores de cálculo y la ubicación de coordenadas cartesianas, estos errores fueron cometidos por el 73% de los estudiantes que

realizaron esta actividad, mostrando, principalmente, que los estudiantes operan mal al realizar las sustituciones en la función dada y en la fórmula del vértice, y además no tienen noción clara sobre la ubicación de puntos en el plano cartesiano.

Actividad 4

En esta actividad, se solicita que el estudiante traduzca un registro algebraico a un registro gráfico. Sin embargo, el 70% de los estudiantes no respondió correctamente. Se pudo determinar que la principal dificultad radicó en que no reconocieron los puntos por los que pasa la función en el plano cartesiano. Esto indica que los estudiantes tienen serias dificultades para reconocer y ubicar puntos o pares ordenados en el plano cartesiano, a pesar de que este es un tema que se enseña desde el primer grado de secundaria.

Actividad 5

En esta actividad, se pudo notar las mismas dificultades que se observan en las actividades anteriores, por ejemplo, que los estudiantes tienen dificultades al momento de realizar los cálculos para encontrar puntos de corte o el vértice. Además, se observó que los estudiantes en su mayoría no justifican sus respuestas, el 77 %, lo que muestra la poca capacidad argumentativa de los estudiantes frente a este tema.

Actividad 6

En esta actividad, analizando las respuestas de los estudiantes se pudo notar el poco dominio de conceptos claves referente a funciones cuadráticas, coeficientes, vértice, puntos de corte, máximo y mínimo, por parte de los estudiantes, ya que solo el 15 % de los estudiantes encuestados respondió y solo el 7.7% justificaron su respuesta.

Actividad 7

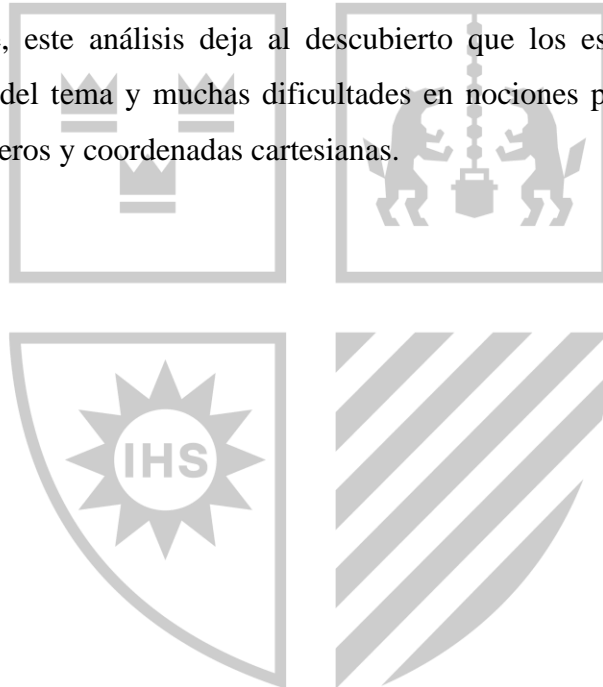
En esta actividad, a diferencia de las actividades anteriores, el estudiante tuvo que realizar una conversión de un registro gráfico a un registro algebraico, aquí se observó que el 39% de los estudiantes encuestados no respondieron a esta pregunta y que el 39%

respondieron de manera incorrecta, debido principalmente a que los estudiantes no reconocen la forma canónica de una función cuadrática, no tienen claro el desplazamiento horizontal o vertical de una función cuadrática en el plano cartesiano, y no saben identificar correctamente coordenadas cartesianas.

Actividad 8

Analizando las respuestas de los estudiantes, se puede observar que los estudiantes confrontan las mismas dificultades observadas en actividades anteriores, que revelan que los estudiantes no tienen claro conceptos básicos (vértice, puntos de corte, valor máximo o mínimo) referentes a funciones cuadráticas.

Finalmente, este análisis deja al descubierto que los estudiantes tienen una concepción parcial del tema y muchas dificultades en nociones previas, como son las operaciones con enteros y coordenadas cartesianas.



CONCLUSIONES

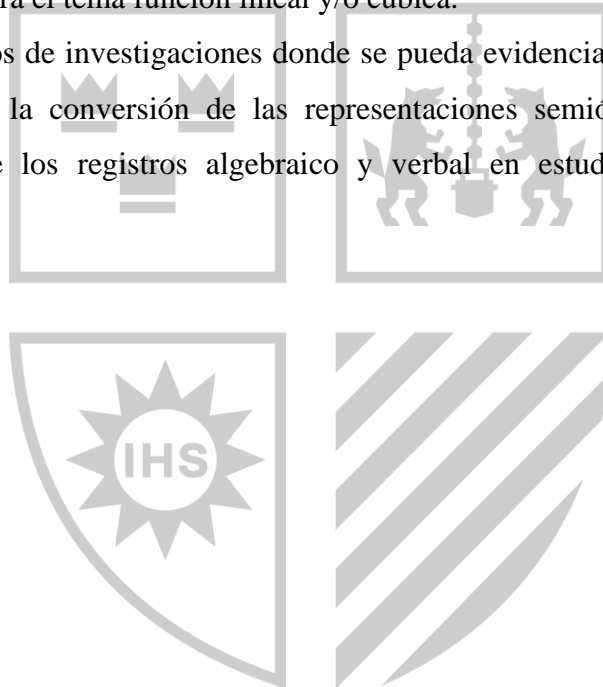
A partir de lo expuesto se concluye lo siguiente:

- Este estudio muestra que los estudiantes tienen problemas para comprender conceptos e interpretarlos, así como para coordinar los registros algebraicos y gráficos. Además, tienen dificultades para pasar de la expresión algebraica a la gráfica. Un ejemplo de esto es la confusión entre los coeficientes a , b y c , la representación de los puntos de forma incorrecta y la falta de justificación de sus respuestas. Estos hallazgos sugieren que los estudiantes tienen dificultades tanto conceptuales como procedimentales. También se evidencia que los estudiantes no tienen práctica en la comunicación de sus resultados, ya que la mayoría de ellos no justificó sus respuestas.
- Además, no se favorece ningún tipo de representación en los estudiantes, ya que no se tiene una idea clara sobre las representaciones semióticas del concepto de función. Esto podría ser producto de la enseñanza recibida. Sobre esto, Guzmán (2006) señaló que el cometer muchos errores en procedimientos simples puede ser indicativo de un aprendizaje deficiente o de un estudiante que simplemente repite lo que el profesor enseña.
- Las dificultades observadas en este estudio indican una falta de atención en las actividades de conversión y demuestran que los estudiantes confían demasiado en los procedimientos mecánicos, a pesar de no tener una comprensión clara de ellos.
- Las dificultades para transformar una representación en otra pueden ser producto de no comprender adecuadamente el objeto en estudio, de tener una preparación insuficiente para este tipo de tareas, o de no haber practicado lo suficiente con las actividades del cuaderno de trabajo. En estas condiciones, es difícil que los estudiantes puedan realizar correctamente los tratamientos y las conversiones necesarias para resolver problemas.

RECOMENDACIONES

A partir de la siguiente investigación proponemos las siguientes recomendaciones:

- Realizar investigaciones futuras sobre las dificultades que presentan los estudiantes de educación secundaria al momento de convertir una representación semiótica de un registro a otro para el tema función lineal y/o cúbica.
- Diseñar proyectos de investigaciones donde se pueda evidenciar las dificultades que se presentan en la conversión de las representaciones semióticas, de la función cuadrática, entre los registros algebraico y verbal en estudiantes de educación secundaria.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acevedo, G. (2017). *La resolución de problemas para el aprendizaje de funciones* [Tesis de licenciatura, Universidad de Antioquía]. Repositorio de la Universidad de Antioquía.
http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/2850/3/JC01102_glenisf_acevedo.pdf
- Aragón, W., Paucar C., & Villa, D. (2014). *Relación entre las estructuras cognitivas y el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los alumnos del 3er grado del colegio experimental de aplicación de la UNE en el periodo académico 2014* [Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle]. Repositorio Institucional de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.
http://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/UNE/716/T025_43614573_T.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Arce, M. y Ortega, T. (2013). Deficiencias en el trazado de gráficas de funciones en estudiantes de bachillerato. *PNA*, 8(2), 61-73.
<https://core.ac.uk/download/pdf/18591015.pdf>
- Días, M., Haye, E., Montenegro, F., & Córdoba, L. (2013, 8 de noviembre). *Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas*. I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe. <http://ciaem-redumate.org/memorias-icemacyc/373-401-2-DR-C.pdf>
- Díaz, V. & Poblete, A. (2018). Uso de modelos didácticos de los docentes de matemáticas en la enseñanza de funciones logarítmicas, cuadráticas y exponenciales. *Revista Paradigma*, 39, (1), 353 – 372.
<http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/659/656>
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *Revista la Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*. 9(1), 143 – 168. <http://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=546>
- Guzmán, I. (1998). Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1(1), 5 – 21. <http://www.redalyc.org/pdf/335/33510102.pdf>
- Guzmán, R. (2006). *Dificultades que presentan los estudiantes de tercer grado de educación secundaria al trabajar con los diferentes registros de representación de la función lineal* [Tesis de licenciatura inédita]. Universidad Autónoma de Guerrero.

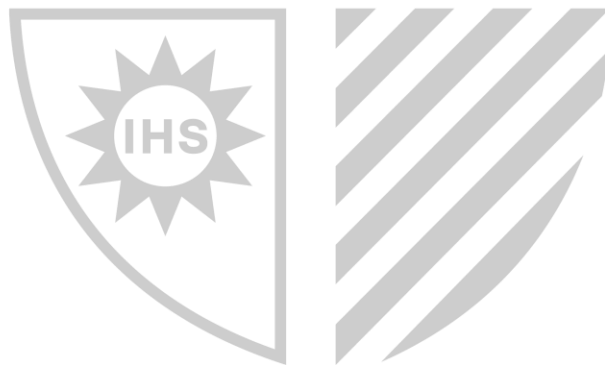
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ta ed.). Mcgraw-Hill.
<http://observatorio.epacartagena.gov.co/wpcontent/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf>
- Huapaya, E. (2012). *Modelación usando función cuadrática: experimentos de enseñanza con estudiantes De 5to de secundaria*. [Tesis de Maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio institucional de la Pontificia Universidad Católica del Perú.
http://www.etnomatematica.org/publica/trabajos_maestria/HUAPAYA_GOMEZ_ENRIQUE_MODELACION.pdf
- López, J., & Sosa, L. (2008). Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. *Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.* 308-318.
<https://core.ac.uk/download/pdf/33250893.pdf>
- Martínez, M. (2008). *Competencias básicas en matemáticas: Una nueva práctica*. Las Rozas, Wolters Kluwer.
- Manotupa, E. (2016). *Identificación de conflictos semióticos en un texto universitario en relación a la función cuadrática. Un estudio desde la teoría de registros de representación semiótica*. [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio institucional de la Pontificia Universidad Católica del Perú.
https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/9119/Manotupa_Huachaca_Identificaci%C3%B3n_conflictos_semi%C3%B3ticos.pdf?sequence=6&isAllowed=y
- Ministerio de Educación. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Ministerio de Educación. <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Ministerio de Educación. (2016). *Programa Curricular de Educación secundaria*. Ministerio de Educación. <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-curricular-educacion-secundaria.pdf>
- Ministerio de Educación. (2018). *Resolvamos problemas 4: manual para el docente 2018*. Ministerio de Educación.
<https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/5834>
- Ministerio de Educación. (2020). *¿Qué aprendizajes logran nuestros estudiantes? Resultados de las Evaluaciones Nacionales de Logros de Aprendizaje 2019*. Ministerio de Educación. <http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2020/06/Reporte-Nacional-2019.pdf>
- Morales, Z. (2013). *Análisis de las transformaciones de las Representaciones semióticas en el estudio de la función logarítmica en la educación escolar* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio institucional de la Pontificia Universidad Católica del Perú.
<http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/4639/MORAL>

[ES MARTINEZ ZENON ANALISIS ESCOLAR.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://ponce.inter.edu/cai/tesis/oplanchart/inicio.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

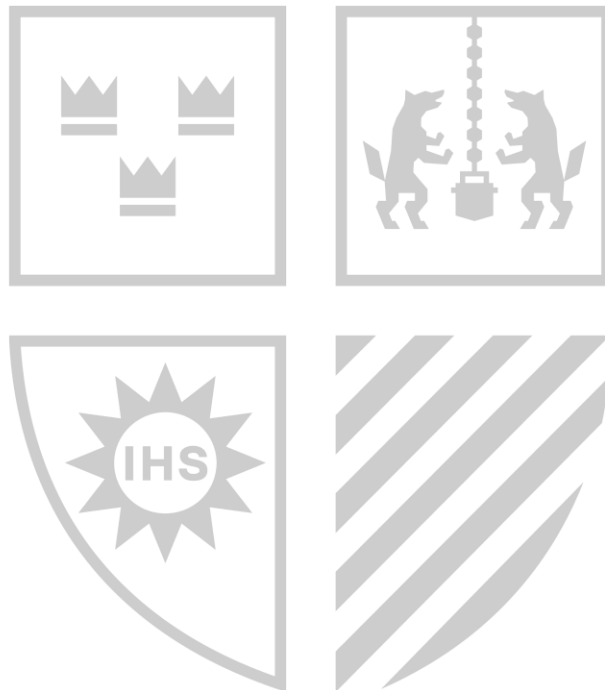
- Planchart, O. (2002). *La visualización y modelación en la adquisición del concepto de función* [Tesis doctoral, Universidad Autónoma del Estado de Morelos]. Repositorio de la Universidad Interamericana de Puerto Rico. <http://ponce.inter.edu/cai/tesis/oplanchart/inicio.pdf>
- Tocto, E. (2015). *Comprensión de la noción función cuadrática por medio del tránsito de registros de representación semiótica en estudiantes de quinto año de secundaria* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio de la Pontificia Universidad Católica del Perú. http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/6755/TOCTO_NUNEZ_ELDEN_COMPRENSION.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Tolentino, M. (2013). *Un estudio sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas en el nivel de secundaria* [Tesis de maestría, Universidad Tecvirtual]. Repositorio Institucional del Tecnológico de Monterrey <https://repositorio.tec.mx/bitstream/handle/11285/619585/TESIS%20Mar%c3%ada%20T%20Tolentino%20B.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Ugalde, W. (2013). *Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje*. Revista digital Matemática, Educación e Internet, 14 (1), 1 – 48. <https://repositoriotec.tec.ac.cr/handle/2238/12845>
- Zúñiga, M. (2009). *Un estudio acerca de las construcciones mentales del concepto de función, visualización. En alumnos de un curso de cálculo I* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán]. Biblioteca virtual Miguel de Cervantes. <http://www.cervantesvirtual.com/nd/ark:/59851/bmcww829>



ANEXOS



ANEXO N°1: CUESTIONARIO



CUESTIONARIO

NOMBRES Y APELLIDOS:

GRADO Y SECCIÓN:

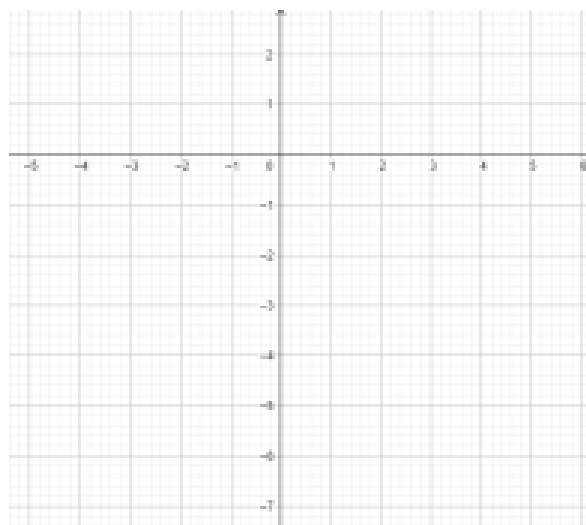
FECHA:

INDICACIÓN: Para resolver cada una de estas actividades usa cualquier método, siempre explicando sus ideas, por más que sienta que está equivocado, es muy importante para mí saber cuál es su razonamiento.

ACTIVIDADES DE CONVERSIÓN DEL REGISTRO ALGEBRAICO AL GRÁFICO (A→G)

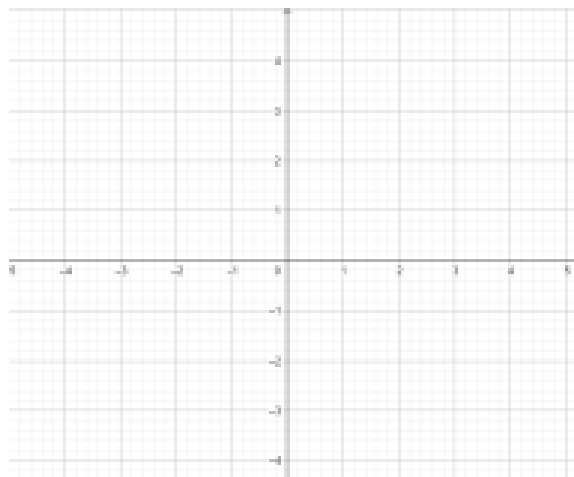
ACTIVIDAD 1: Grafica la siguiente función

A) $f(x) = -2x^2$



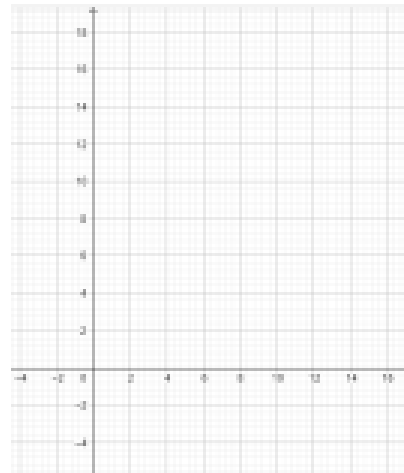
ACTIVIDAD 2: Grafica la siguiente función

B) $f(x) = (x - 4)^2$



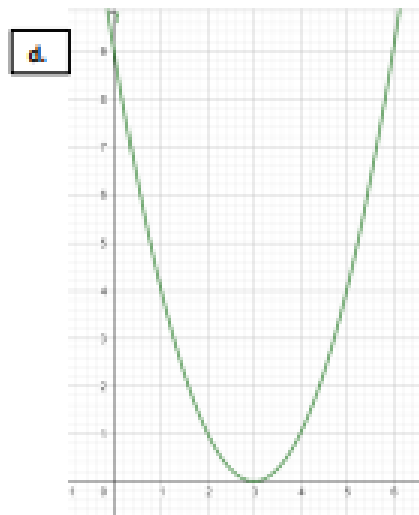
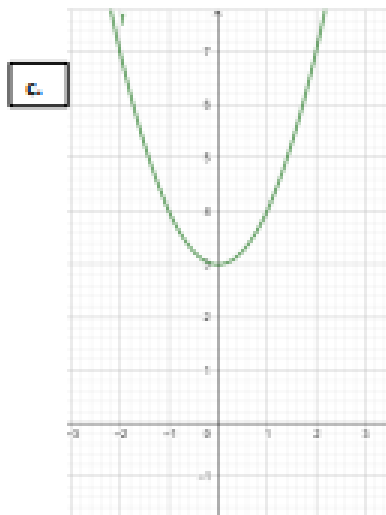
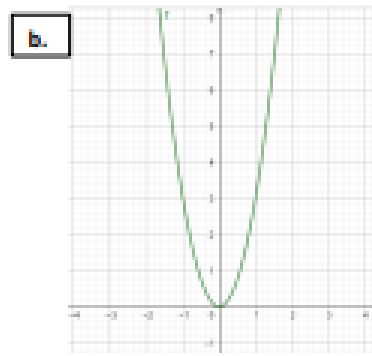
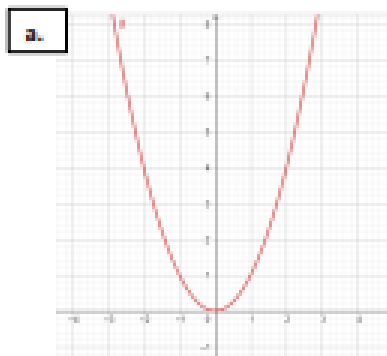
ACTIVIDAD 3: Grafica la siguiente función

A) $f(x) = x^2 - 4x + 2$



ACTIVIDAD 4: Elegir la gráfica que le corresponde a la expresión dada y justifica tu elección:

B) $f(x) = 3x^2$

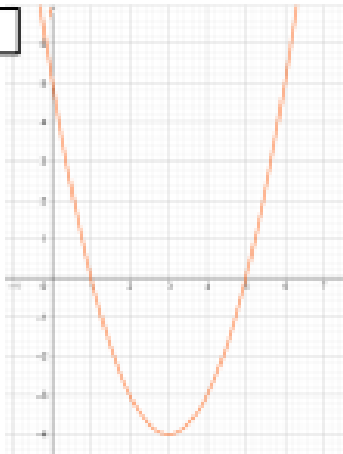


Justificación:

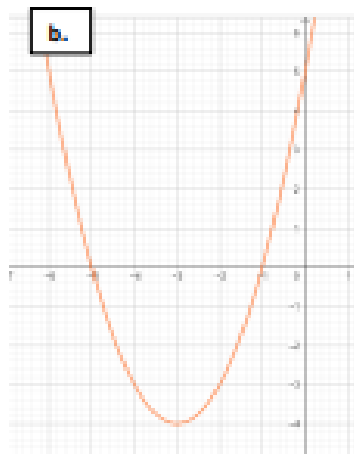
ACTIVIDAD 5: Elegir la gráfica que le corresponde a la expresión dada y justifica tu elección:

C) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

a.



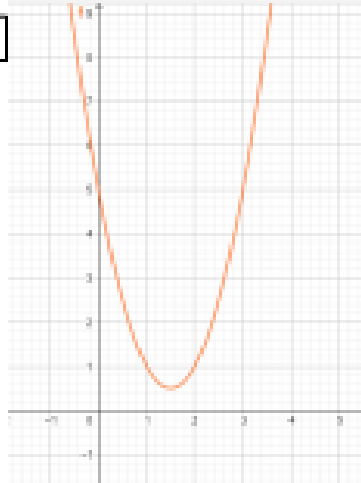
b.



c.

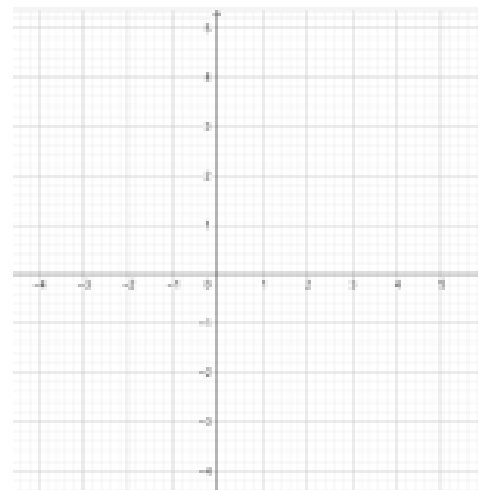


d.



ACTIVIDAD 6: Indicar si la gráfica de la función, se abre infinitamente hacia arriba o hacia abajo, justifique:

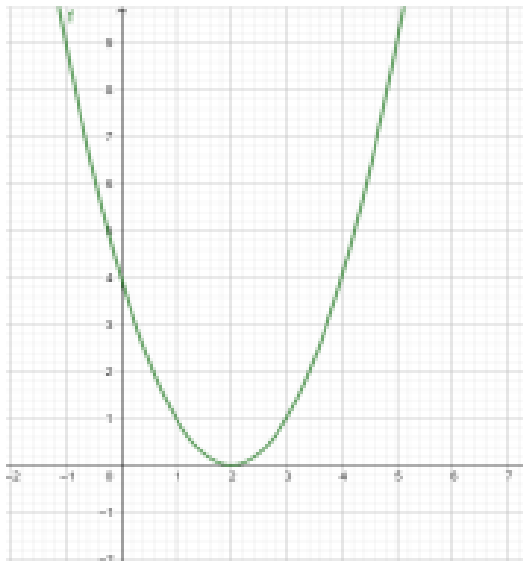
D) $f(x) = 3x^2 - 4$



ACTIVIDADES DE CONVERSIÓN DEL REGISTRO GRÁFICO AL ALGEBRAICO (G → A)

ACTIVIDAD 07: A partir de la siguiente gráfica, elegir la expresión algebraica que le corresponde y justifique su elección:

K)

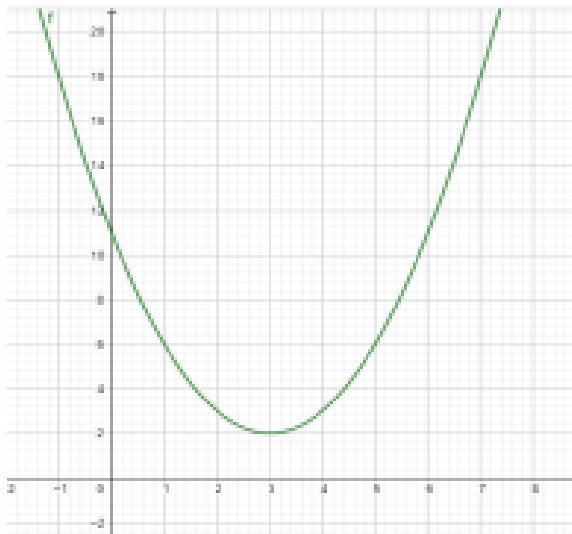


JUSTIFIQUE:

- a. $f(x) = (x - 2)^2$ b. $f(x) = x^2 + 2$ c. $f(x) = x^2 - 2$ d. $f(x) = (x + 2)^2$

ACTIVIDAD 08: Identifica el vértice y el corte con los ejes como el máximo o mínimo según sea el caso y justifique:

L)



	RESPUESTA
Vértice	
Corte en eje X	
Corte en eje Y	
Máximo o Mínimo ¿por qué?	

PROF. WILTER YOMER CARRASCO ALTAMIRANO