

**UNIVERSIDAD ANTONIO RUIZ DE MONTOYA**

Escuela de Posgrado



**UARM**



Universidad  
Antonio Ruiz  
de Montoya

**SENTIDO NUMÉRICO Y CÁLCULO EXACTO  
EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS**

Tesis para optar al Grado Académico de Maestro en  
Neurociencia y Educación

**JORGE LUIS FLORIAN ALVA**

**Presidente: Elena Roxana Saona Betetta**

**Asesor: Julia Esther Rado Triveño**

**Lector 1: Gleny Secibel Jara Llanos**

**Lector 2: Ricardo Handabaka Checa**

**Lima – Perú**

**Mayo de 2025**

## INFORME DE ORIGINALIDAD

Srs.

**CONSEJEROS**

Pte.

De nuestra consideración:

Por la presente nos dirigimos a Ustedes para saludarlos e informar al Consejo Universitario sobre el producto académico elaborado por FLORIAN ALVA Jorge Luis\*, quien solicita la obtención de su grado académico de maestro a través de la sustentación de una tesis

El producto académico elaborado tiene como título Sentido Numérico y Cálculo Exacto en Estudiantes Universitarios”

Por tanto, en nuestra condición de Asesor de producto académico y de integrante de la Comisión de Grados Académicos respectivamente, declaramos que el producto académico de Jorge Luis Florian Alva ha sido examinado con el programa antiplagio *Turnitin* para identificar su nivel de coincidencias.

El resultado que arroja el programa es de 10% de similitud, el cual proviene de fuentes de información que han sido debidamente citadas o reconocidas utilizando las normas del sistema APA.

Sin otro particular, quedo de ustedes.

Firmado en Lima, el 25. del mes de mayo del 2025

Atentamente,



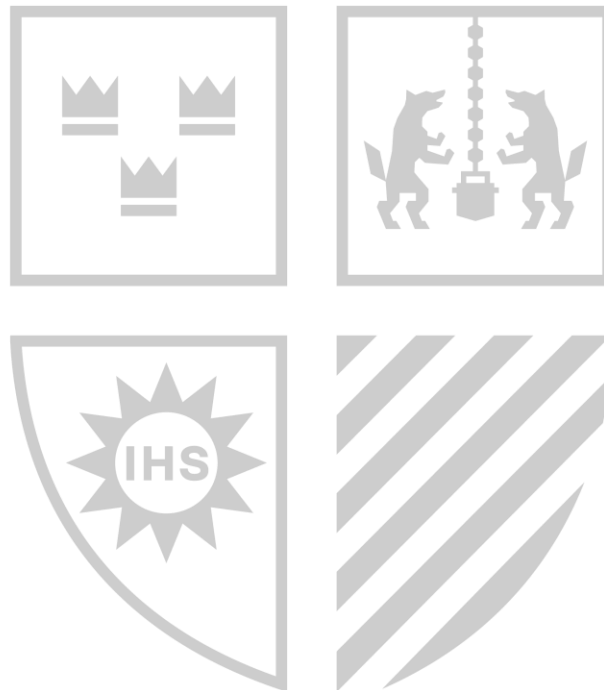
Julia Esther Rado Triveño  
Asesora



Mario Carlos Granda Rangel  
Secretario de la Comisión

Todas las personas nacen equipadas de un sentido primitivo de la aritmética y una predisposición natural para las matemáticas, que habrá que desarrollar, cultivar y enriquecer durante toda la escolaridad.

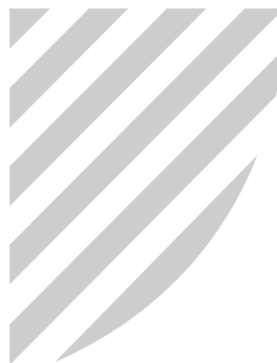
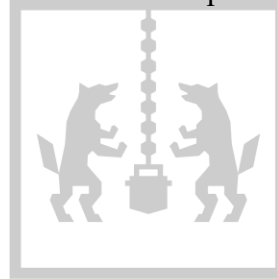
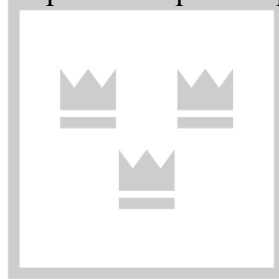
Stanislas Dehaene, *Number Sense: How the Mind Creates Mathematics* (1997).



## **DEDICATORIA**

El presente trabajo investigativo se lo dedico a mis padres, esposa e hijos por su amor, paciencia y sacrificio en todos estos años. Gracias a ellos he logrado llegar hasta aquí y convertirme en lo que soy.

A todas las personas que me han apoyado y han hecho que el trabajo se realice con éxito, en especial a aquellos que nos abrieron las puertas y compartieron sus conocimientos.



## **AGRADECIMIENTO**

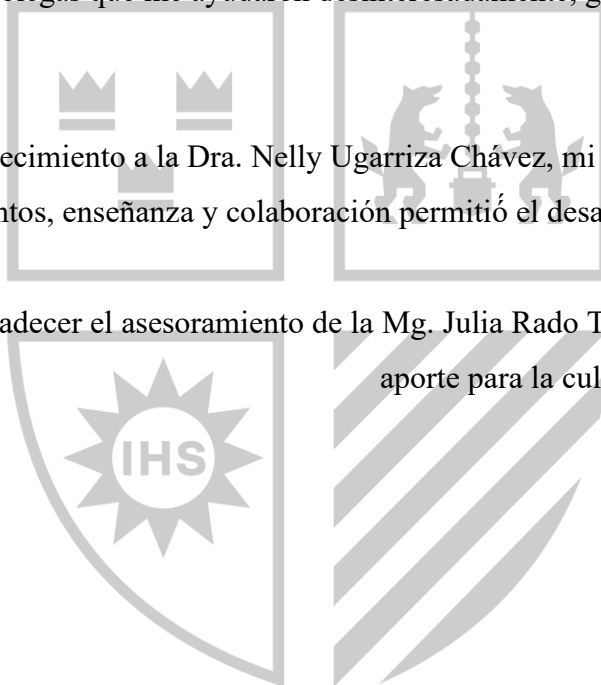
Agradezco a mis padres, esposa e hijos que me ayudaron y apoyaron en todo momento.

Expreso mi reconocimiento a las instituciones Universidad Ruíz de Montoya y al Centro Cerebrum por las atenciones e información brindada a lo largo de este estudio.

A todos mis colegas que me ayudaron desinteresadamente, gracias infinitas por su buena voluntad.

Un especial agradecimiento a la Dra. Nelly Ugarriza Chávez, mi asesora, quien con su guía, conocimientos, enseñanza y colaboración permitió el desarrollo de este trabajo.

Igualmente agradecer el asesoramiento de la Mg. Julia Rado Triveño por su valioso aporte para la culminación del estudio.



## RESUMEN

El Sentido Numérico es la capacidad para captar, aproximar y manipular magnitudes numéricas no simbólicas de forma rápida y aproximada; que es compartida entre humanos adultos, infantes y bebés e inclusive con otras especies de animales. Esta función sería procesada de forma sustancial por el surco intraparietal del cerebro activándose igualmente otras áreas cerebrales para el procesamiento de magnitudes simbólicas. Se postula que esta capacidad sería la base para la adquisición y desarrollo de las matemáticas adquiridas culturalmente; en razón a esto el objetivo de la presente investigación fue establecer la relación entre el Sentido Numérico y el Cálculo Exacto. Para evaluar el Sentido Numérico se utilizó una prueba de enumeración no simbólica; mientras que el Cálculo Exacto fue medida por la prueba numérica del Test de aptitudes Primarias de Thurstone & Thurstone (PMA). El estudio se enmarcó en un diseño cuantitativo no experimental, correlacional y transversal. La muestra estuvo conformada por 144 estudiantes universitarios. Los resultados revelaron correlación positiva y significativa de intensidad moderada entre el Cálculo Exacto y el Sentido Numérico ( $r=.34$ ;  $p < .05$ ); así como entre Cálculo Exacto y el proceso de Estimación ( $r=.37$ ;  $p < .05$ ), pero no con el de subitización ( $p > .05$ ).

*Palabras clave:* sentido numérico, sistema numérico aproximado, sistema numérico exacto, estimación, subitización, enumeración no simbólica

## ABSTRACT

Number Sense is the ability to grasp, approximate, and manipulate non-symbolic numerical magnitudes quickly and approximately; it is shared by adult humans, infants, and babies, and even other animal species. This function is substantially processed by the brain's intraparietal sulcus, also activating other brain areas for the processing of symbolic magnitudes. It is postulated that this ability is the basis for the acquisition and development of culturally acquired mathematics; therefore, the objective of this research was to establish the relationship between Number Sense and Accurate Calculation. A non-symbolic enumeration test was used to assess Number Sense, while Accurate Calculation was measured by the Thurstone & Thurstone Primary Abilities Test (PMA) numerical test. The study was framed within a non-experimental, correlational, and cross-sectional quantitative design. The sample consisted of 144 university students. The results revealed a positive and significant correlation of moderate intensity between Accurate Calculation and Number Sense ( $r=.34$ ;  $p < .05$ ); as well as between Accurate Calculation and the Estimation process ( $r=.37$ ;  $p < .05$ ), but not with the Subitizing process ( $p > .05$ ).

*Keywords:* number sense, approximate number system, exact number system, estimation, Subitization, no symbolic enumeration

## TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN .....	15
CAPÍTULO 1: CONCEPTOS Y ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	20
1.1. El Sentido Numérico.....	20
1.1.1. Mecanismos del Sentido Numérico .....	21
1.1.2. Modelos explicativos del Sentido Numérico.....	21
1.1.3. Sistema Numérico Aproximado.....	22
1.1.4. Estudios comportamentales .....	23
1.1.5. Estudios de neuroimagen .....	33
1.2. El Cálculo Exacto .....	39
1.3. Otros aspectos .....	42
1.3.1. Redes neurales del lenguaje y de las matemáticas.....	42
1.3.2. Lesiones cerebrales y habilidades matemáticas.....	43
1.3.3. Entrenamiento en Sentido Numérico y su efecto en el Cálculo Exacto .....	43
1.3.4. Discalculia, Sentido Numérico y Cálculo Exacto.....	45
1.4. Estudios de correlación entre Sentido Numérico y Cálculo Exacto .....	46
1.4.1. Estudios de correlación en prescolares .....	46
1.4.2. Estudios de correlación en escolares .....	49
1.4.3. Estudios de correlación en universitarios .....	52
1.5. Planteamiento del problema de investigación .....	55
CAPÍTULO 2: MARCO METODOLÓGICO.....	56
2.1. Objetivos .....	56
2.1.1. Objetivo general .....	56
2.1.2. Objetivos Específicos .....	56
2.2. Diseño de investigación .....	56
2.3. Variables de investigación .....	57
2.3.1. Sentido Numérico .....	57
2.3.2. Cálculo Exacto.....	57
2.4.1. Hipótesis general .....	58
2.4.2. Hipótesis específica 1 .....	58
2.4.3. Hipótesis específica 2 .....	58
2.5. Muestra de investigación.....	
2.6. Instrumentos de Investigación.....	59
2.6.1. Prueba de evaluación del Sentido Numérico.....	59
2.6.2. Prueba de evaluación del Cálculo Exacto .....	61

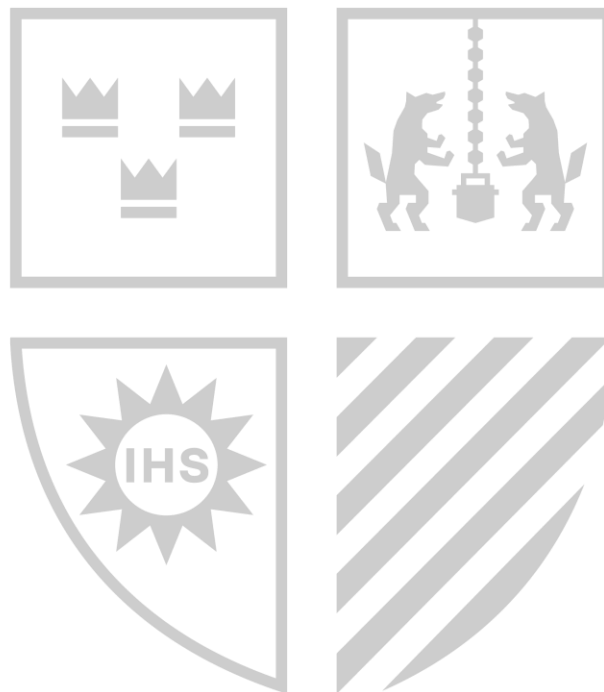
2.7. Procedimiento .....	62
2.7.1. Procedimiento prueba de Cálculo Exacto.....	63
2.7.2. Procedimiento prueba del Sentido Numérico.....	63
2.5. Técnicas de análisis de información .....	65
<b>CAPÍTULO III: RESULTADOS.....</b>	<b>66</b>
3.1. Estudio descriptivo y normalidad nivel 1 (N=112).....	66
3.1.1. Estudios descriptivos y de normalidad en el nivel 1 por área profesional ....	67
3.1.2. Estudio descriptivo en el nivel 1 de estudio por sexo .....	69
3.1.3. Estadísticos descriptivos y de normalidad para nivel 2 (N=32).....	70
3.1.4. Estadísticos descriptivos y de normalidad para área de Matemática de los niveles 1 y 2 (N=60).....	71
3.2. Estudio correlacional.....	72
3.2.1. Para el nivel 1 de estudio (N = 112).....	72
3.2.2. Estudio correlación para Nivel 2 (N=32) .....	75
3.2.3. Estudio correlación para el área de Matemática Niveles 1 y 2 (N=60).....	77
3.3. Estudio comparativo.....	79
3.3.1. Estudio comparativo por variables de investigación entre áreas profesionales en el Nivel 1.....	79
3.3.2. Estudio comparativo para variables de investigación por sexo del Nivel 1 ..	87
3.3.3. Estudio comparativo en el Nivel 2 (N=32).....	90
3.3.4. Estudio comparativo en el área de matemática entre los Niveles 1 y 2 .....	91
3.4. Patrones comportamentales en la prueba de Sentido Numérico en el Nivel 1.....	96
3.4.1. Patrón de variabilidad, a mayor numerosidad mayor es la media de las respuestas.....	96
3.4.2. Patrón de variabilidad la DE tiende a aumentar proporcionalmente con el aumento de la numerosidad .....	97
3.4.3. El Coeficiente de variación (CV) tiende a ser semejante entre las numerosidades .....	98
3.4.4. Tasas de error por numerosidad .....	98
3.4.5. Curvas gaussianas por magnitud numérica .....	99
3.4.6. Sobreestimación y subestimación por magnitud numérica .....	100
3.4.7. Determinación del valor de subitización por el método Leibovich-Raveh, Al- Rubaiey Kadhim, & Ansari en el Nivel 1 (N=112).....	100
3.4.8. Determinación del valor de Subitización. Nivel 2.....	107
3.5. Discusión.....	109
3.6. Limitaciones.....	120
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>121</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>123</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>125</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>137</b>
<b>ANEXO N° 1: CONSENTIMIENTO INFORMADO .....</b>	<b>138</b>
<b>ANEXO N° 2: SOLICITUD DE AUTORIZACIÓN PARA APLICACIÓN DE PRUEBAS .....</b>	<b>139</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Análisis Factorial Exploratorio – Prueba Sentido Numérico .....	60
Tabla 2 Estadísticos descriptivos y Prueba de normalidad. Nivel 1 (N=112) .....	67
Tabla 3 Estadísticos descriptivos y Prueba de normalidad de Kolmogórov-Smirnov. Área de Letras (N=56) .....	67
Tabla 4 Estadísticos descriptivos y Prueba de normalidad Shapiro-Wilk. Área de Administración (N=28).....	68
Tabla 5 Estadísticos descriptivos y Prueba de normalidad de Shapiro-Wilk. Área de Matemáticas (N=28) .....	69
Tabla 6 Estadísticos Descriptivos y Prueba de Normalidad Kolmogórov-Smirnov. Grupo Femenino (N=56) .....	69
Tabla 7 Estadísticos Descriptivos y Prueba de normalidad Kolmogórov-Smirnov. Grupo Masculino (N=56).....	70
Tabla 8 Estadísticos descriptivos y Prueba de normalidad Shapiro-Wilk para nivel 2 (N=32).....	71
Tabla 9 Estadísticos Descriptivos y Prueba de Normalidad Kolmogórov-Smirnov. Grupo de Matemática. Niveles 1 y 2 (N=60).....	71
Tabla 10 Coeficientes de Correlación de Spearman. Nivel 1 (N=112) .....	72
Tabla 11 Coeficientes de Correlación Parcial. Nivel 1 .....	73
Tabla 12 Coeficientes de Correlación de Spearman. Área de Letras (N=58).....	74
Tabla 13 Coeficientes de Correlación de Spearman. Área de Administración (N=28)..	74
Tabla 14 Coeficientes de Correlación de Spearman Área de Matemática (N=28).....	75
Tabla 15 Coeficientes de correlación de Spearman. Nivel 2 (N=32) .....	76
Tabla 16 Coeficientes de Correlación Parcial. Muestra nivel 2 (N=32).....	77
Tabla 17 Coeficientes de Correlación de Spearman Área de Matemática Niveles 1 y 2 (N=60).....	78

Tabla 18 Coeficientes de Correlación Parcial. Área de Matemática. Niveles 1 y 2 (N=60).....	79
Tabla 19 Análisis comparativo por área profesional para Cálculo Exacto mediante Prueba Kruskal-Wallis.....	80
Tabla 20 Análisis comparativo por área profesional para Sentido Numérico. Prueba de Kruskal-Wallis.....	82
Tabla 21 Comparación por área profesional para Sentido Numérico mediante Prueba Post-Hoc de Bonferroni.....	83
Tabla 22 Análisis Comparativo por Área Profesional para Subitización-Prueba Kruskal-Wallis.....	84
Tabla 23 Análisis comparativo por Área Profesional para Estimación -Prueba ANOVA (N=112).....	86
Tabla 24 Comparación por Área Profesional para Estimación. Prueba Post-Hoc de Bonferroni.....	87
Tabla 25 Comparación Sexo para Cálculo Exacto, Sentido Numérico y Subitización. Prueba U de Mann-Whitney (N=112).....	89
Tabla 26 Análisis Comparativo por Área Profesional para Estimación. Prueba ANOVA (N=112).....	90
Tabla 27 Estudio Comparativo en el Nivel 2 entre Grupos Masculino y Femenino (N=32).....	91
Tabla 28 Análisis Comparativo por Nivel de Estudio para Cálculo Exacto en el Área de Matemática. Prueba U de Mann-Whitney (N=60).....	92
Tabla 29 Análisis Comparativo por Nivel de Estudio para Sentido Numérico en el Área de Matemática. Prueba t de Student (N=60).....	93
Tabla 30 Análisis Comparativo por Nivel 1 y 2 para Subitización. Área de Matemática. Prueba U de Mann-Whitney.....	94
Tabla 31 Análisis Comparativo Niveles 1 y 2 de estudio para Estimación. Área de Matemática. Prueba t de Student (N=60).....	96
Tabla 32 Estadísticos Descriptivos DE y CV por Magnitud Numérica. Nivel 1.....	98
Tabla 33 Sobreestimación de Valores Pequeños y Subestimación de Valores Grandes.....	100
Tabla 34 Prueba de Normalidad Kolmogórov-Smirnov por Magnitud Numérica. Nivel 1 (N=112).....	102

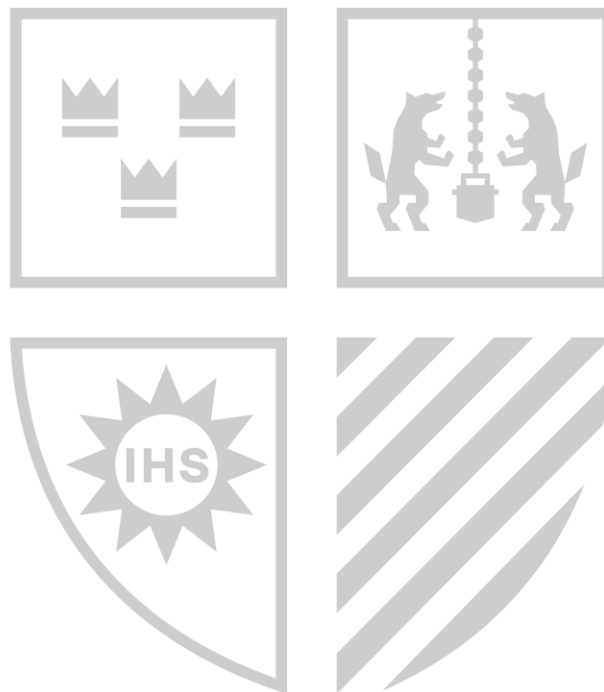
Tabla 35 Comparación de Pares por Magnitud, Prueba de Friedman – Nivel 1 (N=112)	103
Tabla 36 Prueba de normalidad Shapiro-Wilk por Magnitud Numérica. Nivel 2 (N=32)	108
Tabla 37 Comparación de Pares por Magnitud, Prueba de Friedman – Nivel 2 (N=32)	109

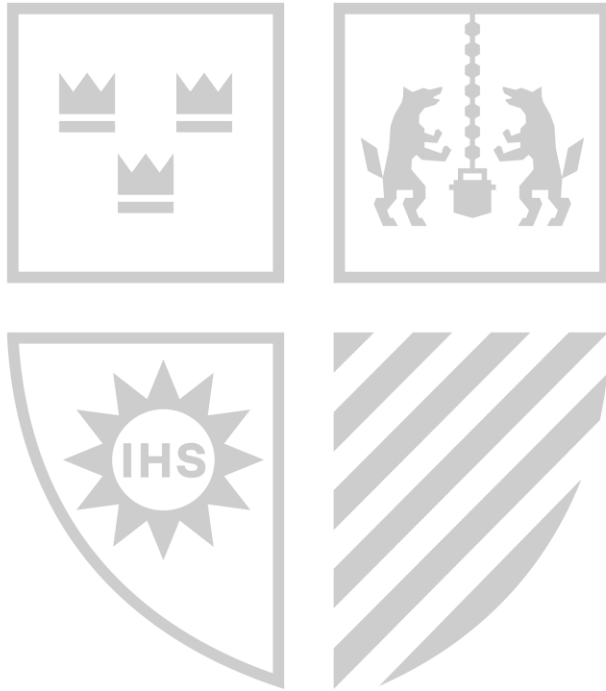


## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Protocolo de Presentación de la prueba Sentido Numérico .....	64
Figura 2 Gráfico de Cajas para Nivel 1. Cálculo Exacto por área profesional (N=112)	79
Figura 3 Gráfico de Cajas por Área Profesional para Sentido Numérico (N=112).....	81
Figura 4 Gráfico de Cajas por Área Profesional para Subitización (N=112) .....	83
Figura 5 Gráfico de Cajas por área profesional para Estimación (N=112) .....	85
Figura 6 Gráfico de Cajas por Sexo para Cálculo Exacto (N=112).....	87
Figura 7 Gráfico de Cajas Numérico por Sexo para Sentido (N=112).....	88
Figura 8 Gráfico de Cajas por Sexo para Subitización (N=112).....	89
Figura 9 Gráfico de Cajas por Sexo para Estimación (N=112) .....	90
Figura 10 Gráfico de Cajas por Nivel 1 y 2 para Cálculo Exacto del Área de Matemática (N=60).....	92
Figura 11 Gráfico de Cajas para Sentido Numérico por Niveles 1 y 2 del Área de Matemática (N=60).....	93
Figura 12 Gráfico de Cajas por Niveles 1 y 2 para subitización. Área de Matemática (N=60).....	94
Figura 13 Gráfico de Cajas en el Área de Matemática por Nivel de Estudio para Estimación (N=60).....	95
Figura 14 Variabilidad Escalar entre las Magnitudes Estímulo y las Medias de las Respuestas.....	97
Figura 15 Variabilidad Escalar entre las Magnitudes Estímulo y las DE de las Respuestas.....	97
Figura 16 Tasa de Errores por Magnitud Numérica (N=112) .....	99
Figura 17 Curvas Gaussianas por Magnitud Numérica (N= 112) .....	100
Figura 18 Nivel de Subitización para Nivel 1 (N=112 .....	101
Figura 19 Gráfico de Cajas para Aciertos por Magnitud Numérica. Nivel 1 (N=112)	103
Figura 20 Determinación del Nivel de Subitización. Área de Letras (N=58) .....	104
Figura 21 Determinación del Nivel de Subitización. Área de Administración (N=28)	105

Figura 22 Determinación de la Magnitud de Subitización para el Área de Matemática (N=28).....	106
Figura 23 Determinación de la Magnitud de Subitización para el Grupo Femenino (N=56).....	106
Figura 24 Determinación de la Magnitud de Subitización para el Grupo Masculino (N=56).....	107
Figura 25 Determinación del Nivel de Subitización para Nivel 2 (N=32).....	108





## INTRODUCCIÓN

En el transcurso de la evolución, las especies han desarrollado distintos procesos de relación con su entorno, entre ellos los de captar, percibir y responder las demandas ambientales, los cual les permiten ajustar su comportamiento a estas. Para lograrlo, estos organismos cuentan con estructuras nerviosas especializadas en la recepción de diversa información (externos en su mayoría) como señales de tipo mecánico y fisicoquímico que son transducidos por los receptores (Rüdiger & Deza, 1973). Luego, esta información es procesada otorgándole significados como forma, color, tamaño, olor, temperatura, sonidos; asimismo, toda esta información se integra y es almacenada para después utilizarse ante nuevas situaciones.

Por otra parte, conforme los organismos se hacen morfológica y funcionalmente más complejos, sus sistemas de procesamiento y, por ende, de adaptación son más sofisticados y efectivos. En el caso de la especie humana, ha sido dotada de un amplio y extraordinario conjunto de mecanismos de percepción y procesamiento, que reposa en su sistema nervioso central, conformado por tres estructuras, el tronco encefálico, encargado de regular múltiples funciones fisiológicas; el cerebelo cuya función es la de modular el movimiento, y el cerebro que regula funciones sensoriales, motrices, cognitivas, metacognitivas y las llamadas funciones ejecutivas. Asimismo, son conocidas algunas áreas cerebrales que cumplen funciones específicas, como las áreas primarias frontales, motricidad voluntaria; parietales, procesan estimulación táctil y profunda; temporales, procesan estímulos auditivos; y occipitales, procesan estímulos visuales. Otras se relacionan a funciones más complejas, como el área de Broca para la articulación del lenguaje; la de Wernicke para la comprensión del lenguaje, cuyas lesiones de estas dos últimas dan lugar a las afasias de producción y comprensión del lenguaje, respectivamente.

Este poderoso cerebro le ha permitido al hombre realizar asombrosas hazañas, como concebir símbolos, base del lenguaje como medio de comunicación, y efectuar operaciones complejas, que han favorecido y potenciado la comprensión de la naturaleza, así como el desarrollo de innumerables inventos, descubrimientos, y por ende el progreso en los distintos campos del conocimiento.

Una de estas áreas del desarrollo humano son las matemáticas, que en sus diversas manifestaciones han permitido manejar, comprender y proyectar los atributos cuantificables del entorno. Hasta tal punto, que esta habilidad matemática ha contribuido con la cultura que pareciera ser exclusiva de los seres humanos. Sin embargo, hoy se cuenta con suficiente evidencia de que no solo los humanos adultos, sino también los infantes y bebés recién nacidos cuentan con la capacidad de procesar aspectos cuantificables del entorno; la capacidad que permitiría esta valiosa función es el Sentido Numérico (SN). Y no solo eso, igualmente diversos estudios señalan que otras especies no humanas poseen la capacidad de procesar magnitudes numéricas; entendiéndose así al SN desde un punto de vista de desarrollo ontogenético y filogenético. Mientras en el ámbito ontogenético, el SN mejora con el desarrollo y va ganando eficacia (Bonny & Lourenco, 2013; Liu, & Wong, 2020); en el filogenético, diversas investigaciones han demostrado su existencia en especies no humanas (Cantlon et al., 2016a; Miletto Petrazzini & Agrillo, 2016; Agrillo et al., 2014; Agrillo et al., 2012; Cantlon & Brannon, 2006a; Dehaene, 2001; Hausser, 2000; Brannon & Terrace, 1998). El compartir esta capacidad de forma transversal en las especies, fundamenta la idea de que el “sentido numérico califica como una categoría de conocimiento determinada biológicamente” (Dehaene, 2001, p. 16). Esta capacidad estaría sustentada por áreas específicas del cerebro. Al respecto, se han identificado zonas cerebrales en humanos adultos e infantes que son homólogas en animales no humanos, y que están involucradas en el procesamiento específico de las magnitudes numéricas no simbólicas (Cantlon et al., 2016b; Miletto et al., 2016; Agrillo et al., 2014; Agrillo et al., 2012; Cantlon et al., 2006a; Dehaene, 2001; Hausser, 2000; Brannon et al., 1998).

Así, estudios de neuroimagen identifican al Surco Parietal Inferior (SPI) como una zona fundamental para el tratamiento de magnitudes numéricas, ya sean simbólicas o no simbólicas (Ansari & Dhital, 2006; Isaacs et al., 2001) que se va especializando y asociando a otras áreas cerebrales, estableciéndose así un gran sistema neural específico

para el procesamiento numérico, que se activan en función al tipo y/o complejidad de las operaciones matemáticas. Igualmente, se ha establecido que este circuito neural es independiente al circuito del lenguaje (Amalric & Dehaene, 2016).

En general, la neurociencia posibilitó, tanto mediante estudios comportamentales como de neuroimagen, el reconocimiento de la existencia de una capacidad primaria de procesar magnitudes sobre la cual se construirían las habilidades matemáticas. Se trata de una capacidad general de cuantificar nuestro entorno que ha sido denominada por Dantzig (1930) como SN, haciendo alusión a su naturaleza innata y a su importancia en el proceso de evolución y supervivencia de las especies. Esta idea se fundamenta en tres premisas.

La primera señala que los estudios comportamentales muestran que humanos adultos e infantes, y otras especies no humanas son capaces de realizar tareas de procesamiento numérico. Estas capacidades son estudiadas mediante tareas no simbólicas, la precisión de estas disminuye y el Tiempo de Reacción (TR) aumenta en razón a la magnitud numérica o proporción de magnitudes. La segunda premisa parte de que los estudios de neuroimagen identifican al surco intraparietal (SIP) como el área cerebral involucrada de forma específica para el procesamiento de magnitudes simbólicas y no simbólicas, de diversa índole sensorial y que han evolucionado específicamente con el propósito de representar el conocimiento aritmético, vinculándose esto directamente con la tercera premisa: la evidencia clínica identifica al SIP como un área de activación atípica en los casos de dificultad de adquisición de habilidades matemáticas (Dehaene, 2001).

De esta forma, las capacidades matemáticas formalmente adquiridas a través de la cultura, nos referimos a las habilidades como el conteo secuencial, conteo de objetos, conocimiento del número simbólico, comparación de números simbólicos, realización de operaciones aritméticas y cálculo complejo, que se desarrollan por la confluencia de otras funciones cognitivas como la memoria operativa y el control inhibitorio (Gray & Reeve, 2014; Hornung et al., 2014), reposarían sobre la base del SN.

Establecido el SN como una capacidad para estimar magnitudes numéricas, el debate se centra en establecer si esta subyace a las habilidades numéricas simbólicas. ¿El SN es la base de las habilidades matemáticas? Dehaene (2001) sostiene la premisa que

“las bases fundamentales de las matemáticas se basan en representaciones básicas que se han internalizado en nuestro cerebro a través de la evolución” (p. 16). En este sentido, diversos estudios reportan que los individuos con mejor agudeza de SN tienden a lograr mejores resultados en rendimiento matemático (Wang et al., 2017; He et al., 2016; Gray et al., 2014; Park & Brannon, 2014; Reigosa-Crespo et al., 2013; Gilmore et al., 2010; Halberda et al., 2008b); sin embargo, otras investigaciones reportan resultados contradictorios (Honoré & Noël, 2016; Brankaer et al., 2014; Bonny et al., 2013).

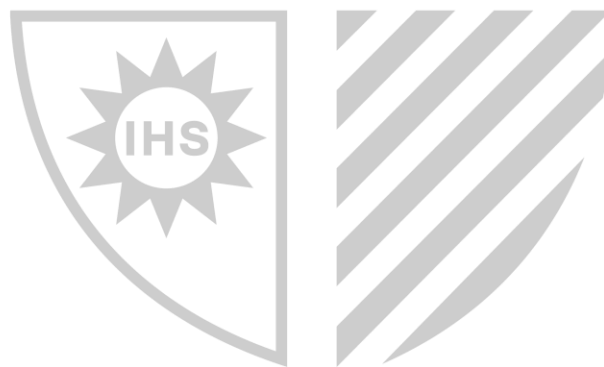
Siguiendo con lo señalado acerca de que se cuenta con dos formas de procesamiento de las magnitudes numéricas: una primaria intuitiva e inexacta y otra adquirida a través de la educación formal, es de interés estudiar la asociación de estos dos factores. Por ello, el objetivo de la presente investigación es determinar si la agudeza en el SN se asocia de forma significativa al rendimiento matemático exacto en estudiantes universitarios. En este sentido, al revisar la literatura científica sobre el estudio de las capacidades matemáticas la mayoría de las investigaciones se enfocan en poblaciones de infantes, preescolares y escolares, mientras que hay pocos sobre jóvenes de educación superior. Asimismo, Aredo (2012) y Beltrán y La Serna (2009) indican que los estudiantes que ingresan a las universidades muestran bajo rendimiento en las asignaturas de matemáticas lo cual les dificulta el aprobar estas asignaturas (Alvarado, 2012; Vargas Ríos, 2010); por estas razones resulta de interés investigar esta capacidad en este grupo etario. Por ello surge la pregunta ¿cómo se relaciona la capacidad del Sentido Numérico y de Cálculo Exacto en estudiantes universitarios?

También, es importante establecer la relación del SN con el rendimiento matemático ya que sería un factor para tomar en cuenta en la instrucción de las matemáticas, que permita arrojar luces y recomendaciones sobre las áreas curriculares de primaria y secundaria. Asimismo, creemos que con este estudio se puede fomentar la investigación de estas variables de análisis a otras poblaciones como, por ejemplo, en estudiantes de educación primaria y secundaria; así como en sujetos diagnosticados con discalculia del desarrollo, TDAH, espectro autista; o en relación con otras variables como la memoria operativa, funciones ejecutivas en general o la inteligencia y los distintos factores que la componen.

En cuanto a la metodología, el estudio se enmarcó en el enfoque cuantitativo de diseño no experimental, con un alcance descriptivo correlacional transversal.

En cuanto a las limitaciones, podríamos mencionar en primer lugar la dificultad de encontrar una prueba que evalúe el SN. Una segunda limitación se dio en la aplicación de las pruebas ya que no siempre coincidían los horarios de los estudiantes y de aulas equipadas con computadoras.

El presente estudio de investigación se ha desarrollado en tres capítulos; el Capítulo 1, presenta el marco teórico, atendiendo a los antecedentes, investigaciones provenientes del campo de la psicología y de la neurociencia; y el planteamiento del problema. Seguidamente, en el Capítulo 2 se describen el objetivo general y los objetivos específicos señalando sus indicadores y dimensiones; igualmente se presenta el método de muestreo, y los instrumentos de evaluación de las variables de investigación. Luego, en el Capítulo 3 se exponen los resultados atendiendo a las variables de estudio y los comparamos con datos de estudios previos mencionados en el marco teórico. Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones pertinentes al estudio.



## **CAPÍTULO 1: CONCEPTOS Y ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Los humanos mediante la interrelación con su entorno aprenden, entre otras capacidades, a contar, realizar operaciones aritméticas y rutinas de cálculo complejas; las cuales les han permitido enfrentar y desarrollar su ambiente en busca de mejorar su sistema de vida. Hasta tal punto se ha desarrollado esta capacidad que se da por sentado que es exclusiva de los humanos. Sin embargo, hay evidencia de la existencia de una habilidad numérica intuitiva, transversal a muchas especies, que permitiría abordar aspectos cuantificables del entorno. Sirva de ejemplo, el caso de animales no humanos, que son capaces de elegir espacios con mayor cantidad de comida, o calcular la distancia de sus alimentos y presas; de esta forma cuentan con mayores posibilidades de caza y, por ende, de supervivencia. En el caso de los humanos, por ejemplo, al momento de pagar en la caja de algún supermercado elegimos por aquella que estimamos tiene menos personas, para ganar tiempo.

### **1.1.El Sentido Numérico**

Dehaene (2001) sostiene que el SN es la capacidad para comprender, aproximar y manipular magnitudes numéricas no simbólicas, así este sentido se fundamentaría en cuatro principios: el primero es que el SN está presente tanto en humanos e infantes humanos; segundo, es posible identificarlo igualmente en animales no humanos; tercero, los estudios comportamentales indican procesos similares entre humanos adultos, infantes y animales no humanos; y cuarto, el SN tanto en humanos y no humanos comparten áreas cerebrales homólogas para el procesamiento de magnitudes numéricas.

Dantzig (1930), define el SN como la facultad que “permite reconocer que algo ha cambiado en una pequeña colección cuando, sin su conocimiento directo, un objeto ha sido removido o añadido a la colección” (p.45). Por su parte Dehaene (2001) sostiene que el SN ha evolucionado en las especies y ha tenido un desarrollo progresivo, con el fin de

que éstas cuantifiquen su entorno y tomen decisiones que les permitan una mejor adaptación; además, Burr et al., 2017, entienden que el SN es un “sistema dedicado a la percepción de la numerosidad, al número de objetos dentro de un campo de visión particular y bajo cualquier modalidad sensorial” (p. 8). Asimismo, atendiendo a Butterworth et al., (2017) este sistema procesaría de forma paralela otras magnitudes como la distancia y el tiempo. De esta forma se procesaría información no simbólica cuantificable sin la ayuda del lenguaje, útil para la toma de decisiones de nuestro día a día (Li et al., (2019).

### **1.1.1. Mecanismos del Sentido Numérico**

Es factible identificar dos mecanismos en el SN el primero la subitización, que, según Kaufman et al. (1949) y Revkin et al. (2008); se caracteriza por su rapidez y exactitud para percibir colecciones de objetos aproximadamente hasta 4 elementos; por su parte, Trick y Pylyshyn, (1993), sostienen que la subitización es un mecanismo perceptual y preatencional de rastreo e indexación de conjuntos pequeños; por lo tanto, es un proceso distinto al de estimación e independiente del SN. El segundo la estimación que es definida por Kaufman et al. (1949), Chesney y Haladjian. (2011), Dietrich et al. (2016) como la capacidad de estimar de forma aproximada matrices de objetos de 5 o más, caracterizándose este proceso en que se va haciendo más lento e impreciso conforme el número de elementos aumentan, y que acciona sobre el espacio, el tiempo y de forma independiente de la modalidad sensorial; además, cuando hay múltiples señales presentes, la numerosidad predominaría como la dimensión natural para la discriminación (Burr et al., 2017). Últimamente Pomé et al., (2019) proponen la existencia de tres funciones para el procesamiento de las magnitudes numéricas no simbólicas, la subitización, la estimación y la textura o densidad.

### **1.1.2. Modelos explicativos del Sentido Numérico**

En cuanto a los modelos explicativos de los procesos involucrados en el procesamiento numérico, se describen los siguientes: el Modelo Modular Abstracto (MMA) de McCloskey, y el Modelo del Triple Código (MTC) propuesto por Dehaene (2001). En cuanto, al primero modelo, McCloskey (1992) propone dos módulos de recepción, uno de procesamiento de números arábigos (“8 x 3”) y otro de números

verbales (“ocho por tres”). Estos elementos serían transformados a una representación abstracta semántica, quedando así expeditos para la realización de las operaciones aritméticas correspondientes; y, finalmente, ejecutar una respuesta por medio de los módulos de producción de números arábigos (“24”) y de producción de números verbales (“veinticuatro”).

El segundo modelo, el MTC, Dehaene, (2001; 2003) busca establecer una relación entre sus módulos propuestos y áreas cerebrales estudiadas a través de exámenes de neuroimagen. Este modelo estaría conformado por tres circuitos. El primero, es el de Representación Analógica de Magnitudes, modulado por el SIP y relacionado al procesamiento de magnitudes. El segundo es el de procesamiento verbal auditivo, correspondiente a áreas perisilvianas, frontales inferiores, el giro angular y zonas temporales superiores y medias, relacionadas a la comprensión verbal (“ocho”), hechos numéricos y la habilidad de contar. El tercero es el de procesamiento visual arábigo que relacionado a áreas occipito-temporales, asociada al reconocimiento de números arábigos (“8”) y operaciones digitales. Estos módulos operarían como un gran sistema neural interrelacionado. De esta de forma de acuerdo con el modelo de código triple, el desarrollo aritmético temprano depende del aprendizaje de las correspondencias entre las representaciones no verbales de magnitud (cantidad) y las representaciones simbólicas verbales (palabras numéricas) y visuales (números arábigos) de números (Malone, Heron-Delaney et al., 2019).

### **1.1.3. Sistema Numérico Aproximado**

Cantlon (2018) por su parte, utiliza el término Sistema Numérico Aproximado (SNA), en lugar del término Estimación. Asimismo, enuncia 4 principios que sientan las bases para la comprensión del SNA. El primero hace referencia a que esta capacidad integra las magnitudes discretas (enumerar, comparar) y las magnitudes continuas (superficie, densidad), que son procesadas e integradas por un sistema de representación analógica. El segundo principio explica que el SNA tiende a privilegiar los aspectos discretos sobre los continuos, dado que son más importantes en el proceso de interrelación con el ambiente. El tercer principio establece que, dado que el SNA es común tanto a humanos, primates no humanos y algunas otras especies, se infiere que comparten áreas cerebrales homólogas, se identifica el SIP y el lóbulo prefrontal (LPF) para el

procesamiento numérico. El cuarto y último principio relaciona el SNA con las habilidades simbólicas numéricas aprendidas, así el SNA sería la base sobre la cual se desarrollan las capacidades numéricas simbólicas, para después retroalimentarse entre ellas.

A continuación, se presentan distintas investigaciones relacionadas al SN, para ello referimos estudios comportamentales y de neuroimagen en humanos adultos, bebés e infantes humanos y en animales no humanos.

#### **1.1.4. Estudios comportamentales**

##### **a. Estudios comportamentales en humanos adultos**

En relación con los estudios en humanos adultos, como antecedente encontramos a Jevons (1871), quien ideó un experimento que consistía en que, inmediatamente después de esparcir aleatoriamente frijoles en una cesta, los sujetos evaluados debían responder lo más rápido posible estimando la cantidad presentada; Jevons concluyó que una persona tiene la capacidad de identificar cantidades pequeñas de elementos, de 1 a 4, de manera precisa y rápida sin necesidad de contar. Asimismo, reportó que existe una tendencia a sobreestimar números pequeños y subestimar los grandes. Tuvieron que pasar aproximadamente 80 años para que el tema sea retomado. Así, Kaufman, et al. (1949), en una tarea de numeración, en la que los sujetos debían determinar el número de elementos observados; se les presentaron, mediante un taquistoscopio, al azar y durante 200 milisegundos, una cantidad variable (de 1 a 210) de círculos de 1¼ pulgada de diámetro, se registraba la respuesta y el TR. Los autores reportaron respuestas exactas y TR rápidos para conjuntos de 1 a 6 elementos, y respuestas aproximadas y TR más largos para elementos mayores a 6. De esta forma, se identificaron dos mecanismos: uno denominado subitización, al cual Kaufman et al. (1949) definen como la “habilidad para establecer de manera rápida, segura y precisa la cantidad de elementos en un grupo de 6 o menos objetos” (p. 2), que se presenta ante matrices de hasta 4 o 6; y un segundo mecanismo, llamado estimación, que se define como la “capacidad para realizar un juicio de cantidad sobre un conjunto mayor a 6 objetos sin realizar un conteo de los mismos” (p. 2), que se da ante numerosidades grandes a partir de 5 o 7 elementos, además, es impreciso, más lento y poco confiable. Estos resultados fueron confirmados por Jensen et al., (1950) que

informaron que los sujetos subitizan hasta 5 o 6 elementos, pero al acrecentarse los elementos de las matrices, los TR aumentaban y los aciertos disminuían.

Estudios posteriores se centraron en la implicancia de la disposición espacial de los elementos no simbólicos, en función a la agudeza del Sentido Numérico. Mandler y Shebo (1982), investigadores pioneros en estos estudios presentaron círculos de forma aleatoria en tiempos de exposición de 100, 200, 400 y 800 milisegundos mediante una computadora, a ocho personas y les pidieron que identifiquen el número de elementos presentados; luego, se registraron los TR y las respuestas a los elementos presentados. Sus conclusiones se dieron en tres direcciones: reportaron una función corta de TR para arreglos de 1-3 elementos, una función de línea recta para matrices de 4-6 y una función plana para conjuntos de 6-8. Interpretando cada uno de estos como respuesta rápida y precisa para conjuntos de 1-3 y que conforman patrones canónicos aprendidos; otra respuesta de recuento mental para patrones de 4-6 elementos; y, por último, una respuesta de estimación para matrices mayores a 6.

Los estudios antes mencionados y otros (Trick et al., 1993; Halberda, & Feigenson, 2008; Revkin et al., 2008; Ferrigno et al., 2017) sugieren la existencia de dos mecanismos para el procesamiento de magnitudes numéricas: uno denominado subitización para conjuntos hasta 4-5 elementos, y otro de estimación para conjuntos mayores a estos, independientemente de la modalidad auditiva, visual, táctil (Starkey et al., 1990; Lipton & Spelke, 2003; Barth et al., 2003) o formato del estímulo (Cantlon et al., 2006). Estos mecanismos van ganando eficacia durante el desarrollo. El primero, la subitización, es sensible a numerosidades pequeñas y se debate si se sustenta en un sistema perceptual denominado Sistema de Rastreo de Objetos (SRO) con capacidad de detectar 3-4 objetos (Trick et al., 1993). También se discute si la subitización es una forma básica y primaria de estimar magnitudes numéricas (Mandler et al., 1982) o si comparte un proceso común con la Estimación, lo cual se asocia y le confiere rapidez y exactitud (Burr et al., 2017). El segundo mecanismo, la estimación, permite el procesar matrices mayores a 4 elementos. Se postula a que las magnitudes se representan en una línea imaginaria numérica mental, que se caracteriza por ser aproximada al valor de la magnitud presentada, ya que igualmente se activarían magnitudes adyacentes al valor expuesto, lo cual explicaría el incremento de errores al aumentar las magnitudes (Dehaene et al., 2003).

Estudios comportamentales reportan que la eficiencia del SN está en relación con los valores que tomen las magnitudes (Reeve et al., 2012), así en tareas de comparación, que consiste en la presentación simultánea de puntos de dos colores contrastables, en las cuales uno se haya en mayor proporción (p. ej. 2 vs. 4); se han evidenciado dos fenómenos de procesamiento. El primero es el efecto de distancia, el cual muestra que los tiempos de reacción y la tasa errores tienden a disminuir al incrementarse la distancia entre ellos (ej. 2-4; 2-8); el segundo, el efecto de tamaño explica que a medida que la magnitud de dos números aumenta, aun manteniendo su distancia, los tiempos de reacción y la tasa de errores tienden a aumentar (ej. 4-6; 10-12). (Antell & Keatting, 1983; Dehaene, 1997; Barth et al., 2003).

#### **b. Estudios comportamentales en bebés e infantes humanos**

Una vez establecida la capacidad del SN en adultos, surgieron una serie de estudios para explorar esta capacidad en infantes. Para ello se emplearon herramientas como el método Habitación-Deshabitación. Humphrey (1937; como se cita en Thompson, 2009) propuso un claro ejemplo de habituación: el fenómeno se puede demostrar rápida y fácilmente en un bebé pequeño, “con las manos aplaudimos detrás de la espalda de un joven bebé cada dos segundos; el parpadeo ocurre varias veces, pero en general se calma con la sexta o séptima estimulación. La habituación se ha establecido” (p. 2). Mientras que la deshabitación se presenta ante la ocurrencia de un nuevo evento diferente, en el ejemplo anterior se puede obtener la respuesta de parpadeo nuevamente si emitimos un ruido de tambor en la misma condición del aplauso.

Por otra parte, Sherrington (1906; como se cita en Thompson, 2009) en sus clásicos estudios de los arcos reflejos en la médula espinal, logró establecer la fatiga refleja como un proceso de habituación. Para conseguir esto, diseñó una tarea en la que se busca una respuesta ante un estímulo, pero ante la sucesiva estimulación, la respuesta tendía a no se presentarse; no obstante, si variaba el tipo de estímulo la respuesta nuevamente acontecía.

Thompson (2009) describe la habituación como una forma de aprendizaje presente en todo tipo de organismos, por lo cual es un proceso básico en el proceso de adaptación. Serra (2014) lo define como “un tipo de aprendizaje que se manifiesta tanto

a nivel sináptico como conductual, siendo considerado un mecanismo con el que se filtran los estímulos según su relevancia y en función de las necesidades propias del organismo” (p. 518). De esta forma, si un estímulo se repite sucesivamente cambia su eficacia en propiciar una respuesta. Por ejemplo, si mudamos nuestra residencia a una zona cercana a un aeropuerto, al inicio será una molestia el ruido producido por los aviones, pero con el tiempo y la repetición constante, dejará de serlo y actuaremos como si no existiera. El procedimiento de cómo se aplica este proceso de habituación en infantes lo explican Pires et al. (2014) de la siguiente manera:

Con este procedimiento se expone al niño a un objeto para que lo observe. Se computa el tiempo que lo mira cada vez hasta que se constata una reducción significativa del tiempo que destina a mirarlo, por ejemplo, de un 75%. Luego se muestran dos objetos, uno es el mismo al que se habituó y otro es nuevo. Desde los pocos meses de edad, los bebés presentan más atención al objeto nuevo, en un proceso llamado deshabituación. Al ser presentado un objeto de similares características, si el tiempo de fijación de la mirada continúa descendiendo, se estima que el niño no ha podido percibir las diferencias (p. 282).

Este método de habituación/deshabituación se empleó para estudiar el procesamiento de magnitudes numéricas en infantes. Para ello lo adaptaron de la siguiente manera: se utilizaron círculos de color negro de 8 cm de diámetro, que se mostraban en progresión de 2, 3, 4 o 6 elementos. El procedimiento consistía en presentar la cartilla con 2 círculos; luego, se cronometraba el tiempo que le tomaba al bebé observar la cartilla; seguidamente se le mostraba otra cartilla con 2 círculos, se volvía a cronometrar el tiempo, y se calculaba el promedio de observación de estas dos presentaciones; seguidamente, se continuaba con las presentaciones de las cartillas con 2 círculos. Se consideraba que el bebé muestra habituación cuando el tiempo de observación era de 8 segundos menos que el tiempo promedio de las dos primeras presentaciones. Alcanzado este punto, se muestra la cartilla de 3 círculos y se cronometra el tiempo de observación de esta; si el tiempo de observación aumenta para esta última presentación, se considera que hubo deshabituación y que fue capaz de diferenciar 2 de 3 elementos.

En general, los estudios muestran que la capacidad de procesamiento de magnitudes numéricas no simbólicas en infantes se identifica desde edades tempranas y se va desarrollando o ganando eficiencia con la edad. La evaluación de esta capacidad se basa en la discriminación de elementos, para esto se tiene en cuenta la relación absoluta y la relación relativa de las magnitudes a comparar. Por ejemplo, en la observación de dos matrices de 4 vs. 8 elementos, la relación absoluta es la distancia entre ellos ( $8 - 4 = 4$ ), y la relación relativa es la proporción entre ellos ( $4/8 = 0.5$ ); a esta última se le conoce con el nombre de efecto de ratio y se configura como un indicador de referencia para las tareas de comparación de matrices. Por otra parte, el índice de eficiencia en estas tareas se calcula mediante la fracción de weber ( $w$ ),  $w = (8-6) / 6$ ;  $w = 0.33$ , donde 8 es la magnitud mayor, 6 la magnitud menor. Los estudios, que a continuación se reseñan señalan que este índice disminuye con la edad y se estabiliza durante la juventud situándose aproximadamente en  $w = 0.11$ .

De esta forma, mediante la técnica de habituación/deshabituación, se reporta que bebés de 50 horas promedio de nacidos son capaces de discriminar magnitudes pequeñas, de ratio 0.66 (2 vs. 3) y de fracción de weber ( $w$ ) = 0.5 (Antel et al., 1983). Por otra parte, Coubart et al. (2014) con una muestra equivalente a la anterior y mediante el mismo procedimiento, reportan que los bebés pueden emparejar numerosidades de distinto origen sensorial de ratio 0.3 (2 vs. 6; 3 vs. 9) y de  $w = 2$ . Por su parte, Xu et al. (2005), en su trabajo con infantes de 6 meses, señalan que estos son eficientes con matrices de ratio 0.5 (4 vs. 8; 8 vs. 16; 16 vs. 32) y de  $w = 1$ . Además, Lipton et al. (2003), mediante la discriminación de estímulos auditivos, señalan que infantes de 6 meses podían discriminar estímulos de ratio 0.5 (8 vs. 16) y de  $w = 1$ . Mientras que infantes de 10 meses se mostraban eficientes en una ratio de 0.66 (8 vs. 12) y de  $w = 0.5$  (Xu & Arriaga, 2007). Estos estudios muestran que, en infantes hasta de 1 año, edad en la cual aún no han desarrollado el lenguaje y tampoco el aprendizaje formal de las matemáticas, existe y se desarrolla una capacidad para discriminar magnitudes no simbólicas; a su vez esta va ganando eficacia, puesto que la ratio de numerosidades disminuye conforme aumenta la edad (Coubart et al. 2014); alcanzando durante la adultez una eficiencia en la ratio de 0.9 (9 vs. 10) y de  $w = 0.11$  (Halberda et al., 2008a).

Por otra parte, Xu et al. (2005) reportan la incapacidad de los bebés para discriminar 1 vs. 2, aun cuando se controla otras variables como el área y perímetro, lo

cual abona con el postulado de la existencia de 2 mecanismos en el tratamiento de magnitudes no simbólicas: una para magnitudes grandes (Estimación) y otra para pequeñas (Subitización). Todo ello, respaldaría la hipótesis de que venimos equipados para el procesamiento de conjuntos grandes y que, para los pequeños, dependería de la maduración de otros procesos como el Sistema de Rastreo de Objetos (Xu et al., 2005; Trick et al., 1993) que permite detectar y realizar seguimiento de elementos individuales en lugar la aprehensión del conjunto total.

Otra técnica usada en la investigación del procesamiento de magnitudes en infantes es la de la “violación de la expectativa”, el cual consiste en observar el comportamiento de un infante frente al cambio de situaciones uniformes preestablecidas (Wynn, 1992). Este procedimiento consiste en mostrar a los bebés 1 o 2 muñecos, luego se los oculta mediante una cortina; después se retira ésta y se mide el tiempo en que el bebé fija su mirada en los muñecos. En un estudio de 32 bebés de 4 a 5 meses, Wynn (1992), encontró que los bebés miraban más tiempo cuando lo mostrado en la segunda vez no concordaba con lo mostrado la primera vez. Esto fue interpretado como habilidad numérica de numerosidad, en tanto el bebé era capaz de detectar la variabilidad de lo esperado.

De esta forma mediante distintos tipos de exploración es que se concluye que la capacidad de enumeración está presente en bebés desde muy temprana edad, aun cuando no han adquirido el lenguaje y no tienen noción de contar. Así se asume que esta capacidad es inherente a nosotros y que forma parte del potencial con que contamos para enfrentar las demandas del entorno de forma efectiva; de igual manera, esta capacidad nos informa de la concurrencia de procesos básicos de atención, percepción, memoria, y discriminación, las cuales permitirían detectar y procesar información, así como disponer de un nivel primario de abstracción.

### **c. Estudios comportamentales en otras especies**

El interés por el estudio del SN llevó a que este fuera estudiado en otras especies, ya que, si se sostiene que el SN es una capacidad innata, tendría que estar presente igualmente en otras especies (Dehaene, 2001). Para desarrollar esta temática se describen estudios comportamentales llevados a cabo en animales no humanos.

Brannon et al. (1998) exploraron la capacidad de discriminar y extrapolar numerosidades en un estudio con monos Rhesus, previamente entrenados para presionar las tarjetas en una pantalla táctil en el orden numérico correcto: primero la tarjeta con un objeto, luego la tarjeta con dos y así sucesivamente hasta cuatro. Después de este entrenamiento, los monos fueron evaluados mediante bloques de tarjetas con numerosidades de cinco a nueve. Los monos rápidamente generalizaron su comportamiento de ordenación de menor a mayor a esta nueva presentación de números.

Hauser (2000) mediante dos experimentos, evaluaron la capacidad del procesamiento numérico en monos Rhesus. En el primero, mediante la técnica de "Violación de la expectativa", técnica propuesta por Wynn (1992), buscaron determinar si los monos podían calcular problemas aritméticos de suma y resta simples. Para esto, se presentó primero, en un "escenario" frente al animal, una simple berenjena. Se bajó una pantalla delante de esta berenjena y se agregó una segunda, detrás de la pantalla mostrándosela al mono. En las situaciones de control, los experimentadores simplemente levantaban la pantalla, revelando dos berenjenas, como era de esperar ( $1 + 1 = 2$ ). En tales casos, el mono miraba las dos berenjenas durante aproximadamente un segundo. En otras condiciones de prueba, un experimentador retiraba secretamente una berenjena o agregaba una tercera berenjena detrás de la pantalla, de tal forma que el mono no se diera cuenta. En tales casos, los resultados inesperados ( $1 + 1 = 1$ ) y ( $1 + 1 = 3$ ) derivaron en "tiempos de observación" significativamente más largos (aproximadamente de tres a cuatro segundos), lo que sugiere que los monos detectaron una violación de una operación aritmética. Los científicos creen que tales experimentos revelan una capacidad en los monos para llevar a cabo operaciones aritméticas simples con números pequeños. Cabe señalar que, en los experimentos de Wynn (1992), los bebés humanos responden de manera similar con muñecas en lugar de berenjenas. En un segundo experimento, estudiaron las habilidades de "conteo espontáneo". Se estructuran tres situaciones en una tarea de comparación; en el primer caso, se mostraron 2 cajas, en una se colocaron 2 rodajas de manzanas y en la otra, 1 de manzana y 1 piedra. La mayoría de los monos escogieron la primera caja. En el segundo caso, se colocaron 3 rodajas de manzana mientras que en la otra 2 de manzana y 1 piedra; nuevamente la mayoría de los monos eligieron la primera caja. Para el tercer caso, colocaron 5 rebanadas de manzana y en la otra, 4 de manzana y 1 piedra; la mitad de los monos optaron por la primera caja. Los

experimentos sugieren que la capacidad de los monos para estimar cantidades puede estar limitada a tres elementos; se muestran eficientes en las ratios 0.5 y 0.6, pero no 0.8; por lo tanto, la eficacia en monos, al igual que humanos e infantes, se relaciona a la ratio de las numerosidades.

Un trabajo llamativo es el de Rugani et al. (2022) quienes reportan la capacidad de monos Rhesus de extraer el concepto numérico “medio” en matrices dispuestas horizontalmente de 3, 5, 7 y 9 elementos, dispuestos de tal forma que el elemento “medio” estaba a la izquierda o derecha del centro espacial. Se evidenció un efecto de magnitud, es decir la tasa de aciertos disminuyó a medida que aumentaba el número de elementos. Los monos previamente habían sido entrenados para identificar el elemento “medio” en matrices de tres elementos.

Esta evidencia sugiere que los monos poseen una capacidad básica de manejar numerosidades. Ahora, si los monos son capaces de procesar magnitudes numéricas, ¿podrían manipularlas y obtener un resultado? Para estudiar esta interrogante, Cantlon et al. (2006b) investigaron, también en monos Rhesus, la capacidad de generalización; y encontraron que son capaces de extender fácilmente una regla aprendida con los valores del 1 al 9 hacia valores de 10, 15, 20 y 30. Después, exploraron la capacidad de realizar sumas aritméticas con elementos no simbólicos. Para esto primero entrenaron a los monos con sumas tipo  $1 + 1 = 2$ ;  $2 + 2 = 4$ ;  $4 + 4 = 8$ . Después, los evaluaron en sumas no entrenadas; la tarea consistía en presentarles un bloque de puntos, seguido de otro con otra cantidad, para después presentar 2 matrices: una correspondiente a la suma de los 2 bloques mostrados anteriormente, y otra con una cantidad de puntos de ratio distinto; el mono debía elegir aquella que representaba la suma de los 2 bloques previamente mostrados. Encontraron que la eficiencia de los monos estaba en función a la ratio correspondiente a las 2 opciones de respuesta, ya que conforme la ratio de estas opciones se acercaba a 1 la eficiencia disminuía. Por otra parte, se compararon las respuestas de aciertos y a TR con las de humanos adultos, que habían sido evaluados con la misma prueba. Estos resultados reportan mejores puntuaciones en humanos en cuanto a aciertos y TR, pero en ambos casos se evidenciaba un ritmo similar en sus puntuaciones, es decir las respuestas de aciertos y TR se modulaban por la ratio de las numerosidades de las opciones de respuesta en ambos casos.

Por otra parte, al evaluar la capacidad de suma y resta no simbólica en monos Rhesus, Cantlon et al. (2006a), reportan que la eficiencia en suma y resta se modularon en función a la ratio; es decir, que mientras la proporción más se acercaba a 1 la eficiencia disminuía. Estos resultados muestran en los monos su capacidad de percibir, procesar, discriminar, manipular y combinar magnitudes numéricas. Inclusive, se ha reportado esta habilidad en monos de 1 año, Asimismo, se observa que el rendimiento no es producto del azar, sino que depende de la proporción de las magnitudes numéricas; otro aspecto para destacar es que al comparar las funciones de eficiencia con las de los humanos en tareas similares, se observa que las funciones de ambos están regidas por el mismo principio: la proporción o ratio de las numerosidades (Ferrigno et al., 2017).

Estudios en otros animales, igualmente, informan sobre la capacidad de discriminación de magnitudes en peces. Tal es el caso de Agrillo et al. (2012), quienes estudiaron la capacidad de discriminación en peces guppy y compararon los resultados obtenidos con los de humanos adultos estudiantes de pre-grado de promedio de edad 21 años. Para el caso de los guppies se eligieron peces expertos y sin experiencia; en el caso de los expertos 70 de ellos fueron expuestos a los ratios pequeños y otros 70 a los ratios grandes; para el caso de los sin experiencia 100 de ellos de 1 día de nacidos para la tarea de elección entre grupos pequeños (1 vs. 4; 1 vs. 3; 1 vs. 2; 3 vs. 2; 3 vs. 4), y otros 100 de 40 días de nacidos para la tarea de elección entre grupos grandes (4 vs. 16; 4 vs. 12; 4 vs. 8; 4 vs. 6; 6 vs. 8). Para el caso de la muestra de humanos la muestra se conformó por 18 personas. El procedimiento para el caso de los guppys consistió en colocar uno de ellos en un tanque en cuyos extremos se colocaron tanques contiguos donde se ubicaron otros guppys en las proporciones antes mencionadas, se observó en que extremo del tanque el guppy pasaba más tiempo. Para el caso de los jóvenes universitarios, estos fueron expuestos a una tarea de comparación de puntos presentados secuencialmente, en las mismas ratios que los guppys, cada matriz de puntos fue expuesta durante 150 ms, y el lapso entre ellas fue de 500 ms, debían responder cual matriz contenía más puntos. Reportan para ambos grupos respuestas similares en función a la ratio; para el caso de magnitudes pequeñas correspondientes al proceso de subitización (1-4 elementos) la ratio no juega un papel fundamental, es decir muestran rendimientos similares para ratios de 0.2 a 0.8; contrariamente en la discriminación de grupos grandes (>4 elementos) en ambas muestras la eficiencia disminuye en función a la ratio conforme este se acerca a la unidad. Esta similitud de comportamiento ante las mismas ratios en ambas muestras indica, en

primer lugar, de una capacidad común para el procesamiento de magnitudes numéricas para ambas especies; y segundo lugar, de que esta capacidad consta de 2 mecanismos, uno para cantidades pequeñas (subitización) y otro para cantidades grandes (estimación).

En otro estudio, Agrillo et al. (2014) analizaron, igualmente en peces guppy, la discriminación de numerosidades pequeñas y grandes, ya sean de forma estática o en movimiento. Para esto, previamente entrenaron a los peces en responder a figuras geométricas en la ratio de 0.5, una de elementos pequeños y otra de grandes (2 vs. 4 y 6 vs. 12). Midieron la cantidad de tiempo que pasaban frente a cada condición. Luego, en la sesión de prueba les presentaron cantidades con ratio 0.75, una de grupos pequeños y otra de grandes (3 vs. 4; 9 vs. 12). A la mitad de la muestra se les presentó las numerosidades de forma estática y a la otra, en movimiento. Se reportó que para las condiciones de numerosidades grandes los guppy se mostraron eficientes en la proporción 6 vs. 12 (ratio 0.50), tanto para la presentación estática como en movimiento. Pero no ocurrió lo mismo para la proporción 9 vs. 12 (ratio 0.75), en las dos condiciones. En cuanto a las numerosidades pequeñas, se mostraron eficientes en la proporción 2 vs. 4, para las condiciones estáticas y en movimiento, mientras que en la proporción 3 vs. 4 se mostraron eficientes únicamente para la condición en movimiento. Por lo tanto, los guppy se muestran eficientes en la ratio 0.75 sólo para la condición números pequeños, lo que apoya la hipótesis de dos mecanismos diferenciados para el procesamiento de las magnitudes numéricas, el OTS para elementos dentro del rango de la subitización y el SNA para elementos dentro del rango de estimación.

Sin embargo, Miletto et al. (2016) reportaron, en peces guppy, la preferencia de permanecer más tiempo en grupos más grandes de otros peces guppys. Esto lo infieren al observar 2 situaciones, una primera donde los guppys optaban por un grupo de 3 compañeros en lugar de otro de 2; una segunda situación, donde optaban por un grupo de 10 frente a otro de 6 (ambos de ratio 0.60). Igualmente, Messina et al. (2021) mediante la técnica de habituación/deshabituación en peces zebra, estos responden estando más tiempo frente a magnitudes distintas a las de la habituación.

En función a lo expresado en los párrafos anteriores, estos estudios comportamentales, tanto en humanos, infantes neonatos, como en monos y otras especies, muestran en ellos la capacidad de procesar, representar, comparar y manejar magnitudes

numéricas no simbólicas, estando la eficacia de esta capacidad en función de la numerosidad y/o el ratio entre ellas.

### **1.1.5. Estudios de neuroimagen**

#### **a. Estudios de neuroimagen en humanos**

Una vez establecidos, mediante estudios comportamentales, los fundamentos del SN, un aspecto fundamental a trabajar fue investigar el comportamiento cerebral en función a las magnitudes numéricas. Dehaene (2001) sostiene que el cerebro está condicionado a representar de forma automática las magnitudes numéricas, para esto propone una red neural, específicamente involucrada en el procesamiento numérico, que funcionaría a manera de una línea numérica mental; en donde cada número tendría una representación gaussiana; y por tratarse de un sistema aproximado se activarían magnitudes adyacentes. Por lo cual, la altura y la amplitud de la gaussiana dependen de la numerosidad de cada magnitud. Así conforme las magnitudes aumentan, la altura disminuye y la amplitud aumenta, en la curva gaussiana; por lo cual los errores y los TR tienden a aumentar o hacerse ruidosa.

Así mismo, Dehaene al enunciar su modelo del triple código (código analógico, código visual-arábigo y el código verbal-auditivo), que se relacionaría a una gran red neural exclusiva para el tratamiento de magnitudes numéricas, identifica diversas áreas cerebrales relacionadas a su modelo: zonas parietales, occipitales, temporales y frontales. Estudios comportamentales y el advenimiento y auge de tecnologías de neuroimagen, como los Potenciales Evocados (PE), la Tomografía Axial Computarizada (TAC), la Resonancia Magnética Nuclear (RMN), la Tomografía por Emisión de Positrones (PET), Functional near-infrared spectroscopy (fNIRS) y la Resonancia Magnética Funcional (RMf), han hecho posible estudiar la actividad cerebral mientras se realiza una determinada actividad. De esta forma, diversos investigadores abordaron el estudio de los procesos de numerosidad y de Cálculo Exacto (CE), y buscan identificar el o los sustratos anatómicos involucrados en estos procesos.

Tal como demostraban los estudios comportamentales descritos líneas arriba, el reto consistía en identificar las áreas corticales y las vías neurales implicadas en los procesos y mecanismos del SN. Para este fin, había que tener en cuenta que si el SN es

transversal a las especies (Dehaene, 2001; Gogtay et al., 2004), es de esperarse identificar redes corticales comunes tanto en adultos, infantes e inclusive en otros animales no humanos. Otro aspecto para tener en cuenta es que las redes neurales de procesamiento del lenguaje y las involucradas en las matemáticas son distintas, no obstante, las matemáticas se sustentan en ellas para su comprensión (Amalric et al., 2016).

Uno de los primeros estudios en identificar a los lóbulos parietales como las áreas corticales encargadas del procesamiento numérico es el de Temple y Posner (1998). Quienes mediante la técnica de EEG, en niños de 5 años y adultos, y mediante tareas de comparación de puntos y de números arábigos, correspondientes a 2, 4, 6 o 9, reportaron una importante actividad en zonas parietales y de similitud de onda neural, entre niños y adultos. Además, se observó que las ondas electroencefalográficas de los niños presentan una mayor altura y amplitud.

Posteriormente, Izard et al. (2008), en un estudio en bebés de 4 meses, a través de la técnica de EEG y mediante el procedimiento de habituación/deshabitación en una tarea de puntos, comprobaron, después de controlar variables de tamaño y espacio, la activación de dos redes neurales, una temporo-ventral relacionada a características de forma y color de los objetos; y otra frontoparietal de lateralización derecha, relacionada a la numerosidad. En un estudio similar en bebés de 7 meses, Libertus et al. (2009), con la técnica EEG mediante el procedimiento de presentación sucesiva de una matriz de puntos (10 a 11 veces) y luego otra matriz distinta de ratio 1, 0.5 o 0.33, señalan la activación de las ondas alfa y theta como respuesta a numerosidades familiares y novedosas; aunque con mayor fuerza para las novedosas. Esto último en referencia al siguiente fenómeno: al presentar una numerosidad novedosa la onda alpha mostraba mayor activación, modulándose a la ratio entre la matriz familiar y la novedosa. Con el mismo método, el de habituación-deshabitación Hyde et al. (2010) y Edwards et al. (2016) en un estudio en bebés de 6 meses identifican la activación parietal bilateral con predominancia derecha durante el procesamiento de magnitudes no simbólicas, estableciéndose de esta forma una capacidad para responder a cantidades absolutas antes de la adquisición del lenguaje. En tal sentido, estos estudios muestran la activación de áreas específicas del cerebro en infantes menores de un año, cuando son expuestos a magnitudes numéricas no simbólicas mediante la técnica de habituación-deshabitación.

En estudios en niños mayores a un año, Cantlon et al. (2006b), mediante fMRI identifican al SIP como una zona de activación importante en el procesamiento no simbólico que responde sustancialmente a la magnitud y no a otras variables como la forma y de parámetros de respuesta muy parecido al de adultos. Igualmente, Haist et al. (2015) en un estudio con fMRI, en niños de 6 a 12 años, y mediante una tarea de comparación no simbólica, identifican SIP bilateral con el procesamiento de magnitudes. Asimismo, Kersey y Cantlon (2017), en una tarea de habituación/deshabituación, mediante la técnica de fRMi, en niños de 3 a 6 años, informan sobre la sensibilidad del SIP a los cambios de numerosidad no simbólica, observando en el SIP derecho respuestas más nítidas en comparación al SIP izquierdo; también, informan sobre una sintonía moderada entre las curvas neurales y las curvas comportamentales en función de los cambios de numerosidad. Un aspecto fundamental de este estudio es que se encontró que el SIP respondía con mayor intensidad a los cambios de numerosidad que a los cambios de color de los estímulos y aquellos relacionados al área que ocupaban los estímulos.

Por otra parte, Battista et al. (2018) en un estudio longitudinal en niños de los 6 a los 14 años, y mediante técnica fRMi reporta que la conectividad entre el SIP izquierdo y la corteza prefrontal (CPF) disminuyó con el tiempo, mientras que la conectividad de las regiones cerebrales posteriores, como la conectividad SIP interhemisférica y la conectividad SIP izquierda con la región ventro temporal occipital, áreas implicadas en la manipulación de cantidades y el reconocimiento de símbolos numéricos, aumentaron con el tiempo.

En cuanto a las investigaciones en adultos, es importante mencionar el trabajo de Piazza et al. (2004); mediante fMRI, en el cual emplearon el efecto de la observación pasiva de conjuntos de puntos y la técnica de habituación/deshabituación. Entre las tareas a realizar, se les pidió a los sujetos que observaran una matriz de puntos, esta se repetía un número determinado de veces y luego se presentaba otra matriz de puntos distinta. Los investigadores encontraron que el SIP se activaba y se modulaba en función a las magnitudes numéricas no simbólicas. Asimismo, Piazza et al. (2002), Revkin et al. (2008) y Bloechle et al. (2018) reportan un aumento en la activación del SIP para números mayores a 4. Lo cual refuerza la teoría de que la subitización se establece en números pequeños del 1 al 4, mientras que la estimación se produce en magnitudes mayores a 4. Vale mencionar el estudio de Sokolowski et al. (2021) quienes señalan que, en tareas de

observación pasiva en adultos, el procesamiento de magnitudes no simbólicas se correlaciona con la activación en el surco intraparietal derecho, mientras que el procesamiento de magnitudes simbólicas se correlaciona con la activación del lóbulo parietal inferior izquierdo e igualmente el estudio de Kutter et al. (2018) quienes implantaron 585 electrodos en áreas bilaterales del Lóbulo temporal Medio (LTM) reportan la activación de áreas parahipocampales, amígdala e hipocampo, de grupos de neuronas que respondían a formatos de magnitudes numéricas no simbólicas y otros grupos a formatos de números simbólicos.

El SIP es sin duda un área fundamental en el procesamiento numérico simbólico y no simbólico, en tareas de enumeración, comparación, de cálculo y resolución de problemas, en tanto para estas dos últimas, se reclutan otras áreas cerebrales como el temporal inferior (TI), que muestra activación en el reconocimiento visual de números, símbolos matemáticos y durante el razonamiento numérico. Otra área que también se activa, dependiendo de la complejidad de la tarea, corresponde al giro prefrontal dorso lateral (GPFDL), cuya función se relaciona a la de disponer la concurrencia de otros procesos cognitivos relacionados a la tarea y preparar las respuestas; igualmente, se reporta la activación de áreas occipito-parietales, relacionadas a las funciones de fijación y visualización (Almeric, 2017). Por otra parte, se estudia la intervención de ciertas zonas del SIP que atañen a procesos visoespaciales, como la localización y fijación de estímulos, y en los procesos atencionales (Hubbard et al., 2005). Asimismo, Nieder (2016) informa que las áreas de asociación frontales y parietales asociadas al procesamiento de magnitudes numéricas se activan, igualmente, durante el procesamiento de magnitudes continuas (distancia, tiempo, velocidad).

Con relación a estudios en tareas simbólicas, Vogel et al. (2015) investigan, mediante la técnica de RMF pasiva, la activación y la relación del SIP en sujetos de 6 a 14 años. En el estudio, mostraron sucesivamente un número arábigo, el “6” por ejemplo, para después presentar otro distinto (3, 4, 5, 8, 9, 12) y consecuentemente con distinto ratio entre ellos ( $n/N$ ), se esperaba que, ante la presentación del cambio de número, la modificación de la amplitud de la respuesta del SIP sea distinto dependiendo de la ratio entre ambas presentaciones. Los resultados indicaron en primer lugar, la importancia del SPI en el procesamiento de magnitudes numéricas; segundo, la amplitud de respuesta del SPI derecho es modulada por la ratio entre las magnitudes; y tercero, la activación del

SPI izquierdo es modulada por la edad. En cuanto al procesamiento de magnitudes numéricas continuas no simbólicas y simbólicas Mock et al. (2018), mediante técnica RMF, reportan que ambos formatos son procesados por el SIP.

En cuanto a los correlatos cerebrales relacionados a la realización de tareas de denominación, comparación y operaciones aritméticas simples con números, Chochon et al., (1999) mediante un estudio de iRMF en 8 adultos, ubican una red fronto-cíngulo-parietal. Para la denominación señalan la activación del giro frontal inferior derecho y del giro frontal medio bilateral. En el caso de la comparación, visualizan actividad en el SIP, giro frontal inferior bilateral, giro prefrontal bilateral, putamen derecho, giro frontal medio y el giro cingulado anterior. En relación con la multiplicación y la resta, estas implican una vasta red, el surco postcentral, el SIP, el giro frontal superior derecho, el giro prefrontal dorso lateral bilateral, el giro frontal inferior bilateral y el giro cingulado anterior; la resta además de estas áreas recluta la parte media del SIP y el giro prefrontal-central izquierdo. Resultados similares reportan Kazui et al. (2000), quienes estudian en adultos mediante iRMF en tareas de recitar las tablas de multiplicar y restar ciertas cantidades de cien. Encuentran activación para la multiplicación en SIP izquierdo, la zona parietal inferior izquierda, en las áreas premotora y suplementaria frontales y en el giro frontal inferior izquierdo; añadiéndose para la tarea de resta áreas prefrontales bilaterales y parietales inferior bilaterales.

Por su parte Klein et al. (2013), investigaron las rutas neurales involucradas en tareas de suma fácil de 1 dígito que implicaba básicamente el recuperar hechos numéricos; y tareas de suma difícil de 2 dígitos. En una muestra de 16 adultos de 28 años promedio, éstos tenían que responder lo más rápido posible su respuesta a las sumas presentadas. Mediante la técnica de fMRI, los investigadores señalan en primer lugar una mayor activación para las tareas de suma difícil; y segundo informan la existencia de 2 redes distintas, una para sumas fáciles que comprende áreas relacionadas al lenguaje, el giro angular izquierdo y al esplenio; en tanto para las sumas difíciles las áreas activadas corresponden a áreas intraparietales bilaterales, áreas prefrontales y el giro supramarginal.

En un estudio longitudinal en adolescentes, mediante la técnica fNIRS, Artemenko et al. (2018), evaluaron la actividad cerebral en función a la realización de operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división. Reportan la activación de una vasta red fronto-parietal, para las cuatro operaciones aritméticas, se activan el Giro

Frontal Superior (GFS), Giro Frontal Medio (GFM) y Giro Frontal Inferior (GFI). En la red parietal, el SIP, Lóbulo Parietal Superior (LPS), Lóbulo Parietal Inferior (LPI), estas dos últimas muestran una mayor activación durante la multiplicación; además el Giro Angular (GA) y el Giro Temporal Medio (GTM) ya que se relacionan a la recuperación de hechos numéricos y que dependen de la complejidad aritmética.

### **b. Estudios de neuroimagen en otras especies**

En relación con las investigaciones de neuroimagen en animales no humanos, estos confirman la activación de áreas similares a las de humanos en el procesamiento de magnitudes numéricas; así Nieder y Miller (2004) mediante la técnica de electroencefalografía aplicada en monos macacos y en una tarea de comparación no simbólica de puntos (1 al 5) reportan activación en el lóbulo prefrontal y en el parietal posterior, específicamente en el surco intraparietal, e inclusive señalan que la activación intraparietal precede a la prefrontal. Nieder (2016), mediante un estudio de metaanálisis, señala dos aspectos fundamentales en esta homologación entre humanos y monos, en tareas de enumeración se activa el área dorso lateral prefrontal (PFDL) y el SIP, e inclusive otras variables como la densidad, área de disposición de los ítems no alteran la actividad de las zonas antes mencionadas. Por otra parte, en lo concerniente al estudio en aves, Ditz y Nieder (2016), identifican a través de sus estudios en cuervos, la activación unicelular en el área nidopallium caudolateral (NCL), homóloga a la CPF de los mamíferos en el procesamiento numérico no simbólico, señalando la activación de neuronas a cantidades preferidas. Por otra parte, Messina et al. (2020) en un estudio realizado en peces encuentran cambios fisio-moleculares en el tálamo y la subdivisión dorso-central del palio previa exposición a información no simbólica discreta. De esta forma, Nieder (2020) en relación a lo anteriormente descrito, señala que la competencia numérica en humanos se basa en tres aspectos: primero, que las redes neurales relacionadas a la estimación de cantidades son parte de la herencia filogenética; segundo, la cardinalidad de un conjunto de elementos al estar procesada por una red cerebral da lugar a un sentido numérico de naturaleza innata; y en tercer lugar, la aritmética en humanos está enraizada en esta red neural filogenéticamente heredada.

## 1.2.El Cálculo Exacto

Tal como se ha descrito en los párrafos anteriores, se puede afirmar que humanos adultos e infantes, así como algunas especies no humanas poseen una capacidad innata para comprender, aproximar y manipular magnitudes numéricas no simbólicas, la cual se sustentaría en una red frontoparietal del cerebro, en el caso de los humanos y áreas análogas en otras especies. Esta capacidad sería el punto de partida hacia el dominio de las matemáticas exactas, la cual sería exclusiva de los humanos, de esta forma contaríamos con un conocimiento innato e intuitivo de las magnitudes numéricas y a partir de este se construiría, con la mediación del lenguaje, un sistema matemático simbólico, formal y exacto, el cual ha transcurrido por un largo período de evolución y que ha ido posibilitando el progreso humano. A continuación, presentamos la línea evolutiva antropológica de este desarrollo.

El idioma indoeuropeo, con una antigüedad aproximada de 1,500 años A.C. y del cual provienen muchos idiomas actuales, poseían palabras para denominar cantidades “uno”, “dos”=uno y otro, y “tres”=muchos (Ardila, 2010); en la actualidad este fenómeno se puede observar en comunicados no numerados de Australia, África y América del Sur que solo poseen palabras numéricas para “uno”, “dos” y “muchos” (Dantzig, 1930; Ardila, (2010); Llama la atención que estos vocablos para denominar cantidades presenten ciertas peculiaridades, por ejemplo, en todos los idiomas no se crearon vocablos para expresar cantidades más allá de cuatro (Dehaene, 1997), inclusive en diversas lenguas actuales; por ejemplo, la palabra inglesa “thirce” y la palabra francesa “ter” tienen un doble significado: “tres veces” y “muchos” (Dantzig, 1930). O en el idioma inglés los cardinales terminan en “th” pero no para los tres primeros.

La necesidad de ampliar y poder ser más explícitos en la denominación y expresión de las magnitudes numéricas llevó a buscar otros medios que faciliten esta comunicación. Un paso adelante en la identificación y denominación de las magnitudes numéricas es el conteo que no es más que “decir en voz alta una serie de palabras numéricas que corresponden a una colección de objetos” (Ardila, 2010, p. 3), de esta forma “evolutivamente los dedos y otras partes del cuerpo han apoyado un lenguaje de números basado en el cuerpo” (Dehaene, 1997, p. 93). Así en un primer momento, habían palabras para los números 1, 2 y 3 pero, para los mayores se construían palabras por correspondencia; por ejemplo, los habitantes Sikuini, comunidad que habita a orillas del

río Orinoco y que no han recibido educación formal en matemáticas (no numerados); poseen vocablos para los números 1, 2 y 3; pero para números mayores utilizan construcciones por correspondencia, por ejemplo, el vocablo “kae kabe” significa “mano” e igualmente denomina 5 objetos; anih-akabe-behe (dos manos) denomina 10 objetos; para denominar más de 10 elementos recurren a los dedos de los pies, y para números mayores a 20 a los dedos de otra persona; otro ejemplo muy gráfico es el expuesto por Dehaene (1997) es el que en una comunidad de Nueva Guinea, los isleños de Torres Strait, identifican las diferentes partes del cuerpo con cantidades numéricas; sí la palabra “pecho” aludía a 9 elementos, y “codo” a 7 elementos. El siguiente paso fue la elección de un número base, que probablemente se amparó en las partes del cuerpo, por ejemplo “mano” significaba 5, pero si le añadían 2 dedos ( $5+2$ ) correspondía a 7; y “dos manos” ( $5+5$ ) son 10 cosas, de esta forma se estructura un aspecto básico para la aritmética, la adición (Dehaene, 1997). Asimismo, para realizar operaciones aritméticas, siempre con partes del cuerpo, los pueblos antiguos recurrían a la duplicación y reducción, por ejemplo, los egipcios para resolver  $12 \times 4$  operaban de la siguiente forma, 1 vez=12; 2 veces=24; 4 veces=48. (Ardila, 2010). Pero es notorio que esta forma de cuantificar tenía un inconveniente: las partes del cuerpo tienen un límite, había que crear otro sistema que facilite y permita la cuantificación de cantidades mayores.

El siguiente paso fue el realizar registros, como marcas, emparejamientos o correspondencia que les permitiera manejar cantidades más grandes y ganar exactitud; de esta forma marcaban con palotes en huesos o piedras los días que transcurrían, por ejemplo, o mediante guijarros o piedritas, que proviene del latín “calculi” y de la cual proviene la palabra actual “cálculo”, emparejaban estos con los elementos a registrar, por ejemplo el número de animales de un rebaño debía concordar con el número de “piedras” o “marcas”, esto conllevó a otro gran adelanto, la correspondencia “uno a uno”, pero los registros y el cálculo aún eran engorrosos. Se hizo necesario la creación de símbolos que facilitaran la comprensión de las magnitudes, por ejemplo 4 líneas verticales atravesadas por línea oblicua significan 5. Así el mejorar los registros contables llevó a la creación de símbolos numéricos, por ejemplo, en la cultura romana, I era “uno”, II= “dos”, III= “tres”, IV= “cuatro”, V= “cinco”, X= “diez”. L= “cincuenta”, M= “mil” y por adición de otro símbolo se formaba un nuevo número, por ejemplo “ $X+X+I=21$ ”; esto fue un gran adelanto pero aún se dificultaban las operaciones aritméticas ya que para expresar magnitudes mayores era necesaria la multiplicación y facilitar la notación numérica, que

ya otras culturas como la china habían aplicado, por ejemplo para escribir el número 6,345 lo realizaban de la siguiente forma, “6 1000 3 100 4 10 5” cuya lectura literal es 6 mil trescientos cuarenta y cinco; con esto se dio el siguiente gran avance, el valor posicional con lo cual se redujo la complejidad de la multiplicación; pero aún existían operaciones que se hacían confusas, pero con la inclusión de símbolos arábigos, el cero y el valor posicional los numerales se manipularon de forma más eficiente en las distintas operaciones de cálculo, que luego favorecerían el desarrollo de las ciencias (Dehaene, 1997).

En suma, la evolución de la percepción intuitiva de magnitudes numéricas hasta el desarrollo y dominio de las matemáticas formales ha transcurrido por un largo camino, aproximadamente tres mil años, pasando por el conteo en base a la correspondencia con partes del cuerpo que simbolizan cantidades, la creación de formas de registro ya sean mediante marcas y/o emparejar los elementos a contabilizar con guijarros, luego las marcas se convirtieron en símbolos, como los números romanos y los números arábigos, el dotarles de un valor posicional y la inclusión del cero como valor nulo posibilitaron el realizar distintas operaciones matemáticas entre distintas magnitudes.

Haciendo un paralelo entre la antropología del Cálculo Exacto (CE), la adquisición de las habilidades matemáticas, de acuerdo con investigaciones previas, de habituación-deshabituación y de “violación de la expectativa” en niños preverbales se puede inferir que estos poseen capacidades innatas para detectar numerosidades y de conteo (Wynn, 1992).

Hacia los 3 años cuentan elementos ayudándose con sus dedos pero sin llegar a establecer el cardinal del conjunto de elementos; hacia los 4 años por asociación de la cantidad de elementos, la activación de la línea numérica mental, la representación verbal, su símbolo correspondiente es que va relacionando el último número contado como el cardinal que representa el total de elementos en un conjunto; los 5 años aproximadamente ya se realizan operaciones aritméticas de suma y de resta y se construyen algoritmos que permiten operar de forma eficiente los numerales. De esta forma el CE es entendida como una capacidad cognitiva que permite manipular y transformar cantidades numéricas, en base a procedimientos, en otras de forma exacta; esta capacidad se sustentaría en una vasta red neural frontoparietal (Dehaene, 1997).

### **1.3.Otros aspectos**

#### **1.3.1. Redes neurales del lenguaje y de las matemáticas**

Con respecto a la relación del lenguaje con las matemáticas exactas y aproximadas, Dehaene et al. (1999) sostienen que las tareas de matemáticas aproximadas muestran independencia de las redes lingüísticas e involucran básicamente redes visoespaciales relacionadas a los lóbulos parietales bilaterales; en tanto las matemáticas exactas además activan áreas frontales izquierdas que igualmente se impulsan en tareas verbales. De esta forma, con el fin de establecer las redes neurales involucradas en tareas lingüísticas y matemática de diversa índole (análisis, geometría, algebra y topografía).

Amalric et al. (2016) en una muestra de 30 adultos, 15 expertos en matemáticas y otros 15 no expertos; les realizaron preguntas de verdadero-falso, relacionadas a situaciones de comprensión lingüística y matemática. Mediante un estudio de fMRI, los autores informan de 2 redes relativamente independientes, una red que involucra áreas bilaterales intraparietales, temporales inferiores y prefrontales laterales que se activa sustancialmente para las tareas matemáticas presentadas, en tanto las tareas lingüísticas activan fundamentalmente áreas bilaterales temporales y angulares anteriores, lo cual indica que ambas funciones muestran redes neurales diferenciadas. No obstante, ambas funciones se encuentran relacionadas, ya que tareas de cálculo que implican la intervención del lenguaje, se activaría además del SIP el giro angular izquierdo, área que según el Modelo del Triple Código interviene en la comprensión y recuperación de hechos numéricos.

Por otra parte, se propone dos rutas en el procesamiento de números verbales vs números arábigos, una semántica y otra no semántica, la primera sería utilizada en los formatos arábigos y la segunda por los verbales; de esta forma en tareas simbólicas de comparación de números arábigos se encuentra mayor activación del SIP para el caso de símbolos arábigos y mayor activación de áreas perisilvianas para el caso de formatos verbales. De esta forma se propone que el procesamiento de información numérica verbal se procesaría más lento que en otros formatos de presentación (Macizo et al., 2016).

### **1.3.2. Lesiones cerebrales y habilidades matemáticas**

Lesiones adquiridas en humanos, relacionadas a las áreas prefrontal dorsolateral y SPI, ocasionan deficiencias en el tratamiento de magnitudes numéricas. Asimismo, existen estudios en discalculia, un trastorno del aprendizaje en el que se ve afectada la correcta adquisición de las habilidades aritméticas y que no presenta perjuicio en el desarrollo de otras capacidades cognitivas, conlleva alteraciones en las redes neurales comprometidas con el procesamiento numérico, específicamente al SPI. Es una posible causa del origen de este síndrome, ya que se reporta una menor activación del SPI en los casos de discalculia (Serra-Grabulosa, 2015).

Por otra parte, estudios de Dehaene y Cohen (1994) han analizado a pacientes como MAR y BOO, cuyos casos evidencian diferencias en el procesamiento de operaciones matemáticas debido a lesiones cerebrales. El primero con lesiones parietales bilaterales presentaba dificultades para realizar operaciones de resta y división, en tanto las de multiplicación las realizaba bastante bien; asimismo presentaba serias dificultades para realizar estimaciones y comparaciones. El segundo, BOO presentaba lesiones en el núcleo lenticular (parte de los ganglios basales) lo que afectaba su capacidad para la multiplicación, manteniéndose en buena forma las de resta y suma, y la comparación y estimación de cantidades (Macizo et al., 2016).

En un trabajo singular, Isaacs et al. (2001) contrastan dos muestras de niños con edad promedio de 12 años, una con muy bajo peso al nacer y otra (grupo control) dentro de los parámetros esperados. Por otra parte, sus rendimientos en una prueba de habilidad matemática eran no concordantes con su CI para el primer grupo, mientras que para el otro sus puntajes concordaban con sus CI. Utilizando el método de neuroimagen en la forma de Statistical Parametric Maps (SPMs), los autores informan un menor volumen de materia gris en el SIP izquierdo en niños con muy bajo peso al nacer y que presentan deficiencias en las matemáticas en comparación con el grupo control.

### **1.3.3. Entrenamiento en Sentido Numérico y su efecto en el Cálculo Exacto**

Otra forma de afrontar el estudio de la relación del SNA y el SNE es mediante métodos experimentales; donde un grupo es evaluado a través de una prueba de matemática formal, y luego entrenado en una tarea no simbólica o simbólica. Después

de un número determinado de sesiones, se aplica una prueba de aritmética formal y se mide el efecto del entrenamiento.

Honoré et al. (2016) en una muestra de niños de 6 años y aún sin educación formal, conformaron 3 grupos. Como primer paso todos fueron evaluados en una tarea de habilidad aritmética; luego uno de los grupos recibió entrenamiento en tareas de comparación no simbólica, otro entrenamiento en tareas de comparación simbólica y un grupo control entrenado en comprensión histórica. Tomando como referencia de eficiencia los promedios de aciertos, señalan que los dos primeros grupos en comparación al tercero mostraron mejorías en tareas de habilidad aritmética, pero sólo el grupo de entrenamiento simbólico tuvo un efecto significativo.

Por su parte, Khanum et al. (2016) investigaron, en niños pakistaníes de 6 años 5 meses, el efecto del entrenamiento en sumas no simbólicas sobre la realización de sumas aritméticas. En un primer momento los niños fueron evaluados en la habilidad de sumas aritméticas; luego se conformaron 3 grupos, el primero fue entrenado en suma no simbólica, otro en suma de longitud de líneas, y otro de control en comparación de brillo. Los autores señalaron que el grupo entrenado en suma no simbólica se desempeñó más rápido y eficientemente que los grupos de adición de tamaño de línea, y este mejor que el grupo de control comparación de brillo; no obstante, señalan no haber diferencias significativas entre ellas.

En otro estudio similar al anterior, Libertus et al. (2020) estudiaron, en niños de 6 años agrupados en tres tipos de práctica, SN visual, SN auditivo, así como en conciencia fonológica, su efecto en el desempeño matemático. Estos reportaron que los grupos entrenados en SN visual y SN auditivo mejoraron la capacidad matemática pero no los de conciencia fonológica, concluyendo primero en que el SN procesa información de forma amodal y que esta predice independientemente de su modalidad el rendimiento matemático, aún después de controlar edad, inteligencia y control inhibitorio.

Por otra parte, Liang et al. (2022) estudiaron en niños de 4 y 5 años el efecto de entrenamiento no simbólico de comparación y de operaciones aritméticas en la habilidad matemática informal, remarcan que el entrenamiento para ambos casos mejora sustancialmente las habilidades matemáticas informales.

En cuanto al entrenamiento del SN en adultos realizada mediante aritmética no simbólica y su influencia en el rendimiento matemático fluido, Szkudlarek et al. (2021) reportan que el entrenamiento en 2 o 6 días no influye en la eficacia en matemática fluida, poniendo en duda la relación causal entre estas variables.

Asimismo, en un estudio realizado por Park et al. (2014) con 71 participantes (edad promedio: 21 años), estos fueron clasificados en cuatro grupos, cada grupo recibió entrenamiento en distintas pruebas con el objetivo de establecer cuál de ellas mejoraba la habilidad aritmética simbólica. Las pruebas realizadas fueron: aritmética no simbólica, tarea de comparación de elementos no simbólicos, memoria visoespacial de corto plazo y ordenación de números arábigos. Se reporta una mejora en el rendimiento de sumas y restas simbólicas en los grupos de prácticas de operaciones aritméticas de suma y resta con elementos no simbólicos. Además, aunque la práctica en cada una de las otras tareas mostró una mejora en el rendimiento al final del entrenamiento, no se observó incidencia en la capacidad de aritmética.

Como se puede observar, y de acuerdo con los estudios expuestos en los párrafos anteriores, en adultos e infantes a pesar de que los grupos expuestos a entrenamiento no simbólico o simbólico mejoran en rendimiento matemático estos no alcanzan el grado de ser significativo; diferente es el caso de entrenamiento no simbólico en niños de 4 y 5 años donde la mejora en rendimiento matemático si es significativo con respecto al grupo que no recibió entrenamiento. Esta diferencia tal vez se pueda explicar por el concepto de período crítico o sensible (Nelson & Gabard-Durnam, 2020), el cual establece que ciertos aprendizajes se dan de mejor forma en determinadas edades, período en el cual las experiencias son fundamentales para la adquisición y desarrollo de la función cognitiva; puede ser el caso de que para las matemáticas el período sensible hasta alrededor de los 6 años.

#### **1.3.4. Discalculia, Sentido Numérico y Cálculo Exacto**

Otro campo de estudio en la relación SN y logro matemático es el de niños diagnosticados con discalculia, conceptuándose este como una discapacidad del aprendizaje del desarrollo que imposibilita el comprender conceptos numéricos y aritméticos básicos, a pesar de las oportunidades escolares y de inteligencia normales (Castaldi et al., 2020). A entender de Butterworth (2005) este trastorno tiene su origen en

un desarrollo no típico del módulo numérico que se demuestra en pacientes neurológicos que presentan severa acalculia pero que mantienen su capacidad de lenguaje, y otros con severa afectación del lenguaje pero que mantienen su capacidad de cálculo.

Fischer et al. (2008) realizaron una investigación para estudiar la diferencia entre niños con dificultades en matemáticas y con diagnóstico de discalculia frente a otro grupo de control sin las mencionadas deficiencias. Era una muestra de sujetos alemanes de 7 a 17 años, de los cuales 219 eran el grupo control y 156 el de prueba. Para evaluar el SN se empleó una tarea de enumeración no simbólica, la cual consistió en mostrar durante 100 milisegundos matrices de puntos del 1 al 9 considerando como indicativos de eficiencia el porcentaje de respuestas correctas y los TR. La habilidad aritmética fue medida mediante la prueba de Zareki. Los resultados señalan que el grupo de prueba a pesar de que muestran niveles normales de lectura y ortografía presenta puntuaciones más bajas que el grupo control, en tareas tanto de subitización como de estimación, y se relacionan a rendimientos bajos en habilidad matemática.

#### **1.4. Estudios de correlación entre Sentido Numérico y Cálculo Exacto**

A continuación, se presentan diversas investigaciones cuyo objetivo es el de estudiar la asociación entre el SN o SNA y el SNE. En primer lugar, se describen aquellas realizados en preescolares, luego en escolares para finalizar con las de universitarios. Para cada uno de ellos se toma en cuenta lo siguiente, primero se presentan de acuerdo con la edad cronológica de las muestras y segundo, para cada uno de ellos se describen los instrumentos para medir el SN y la capacidad matemática; los indicadores de eficacia y los resultados obtenidos por estos estudios.

##### **1.4.1. Estudios de correlación en preescolares**

Libertus et al. (2013) evaluaron en 161 niños de 4 años la relación entre el SN y el logro matemático en dos momentos (T1-T2) en lapso de 6.8 meses. Para la evaluación del SN utilizaron una tarea de comparación de matrices separadas no simbólica, utilizando como indicadores de eficiencia el porcentaje de respuestas correctas, TR y Fracción de Weber ( $w$ ), para evaluar el logro matemático aplicaron el Test of Early Mathematics (Tema 3). asimismo examinaron el grado de atención, velocidad procesamiento, conocimiento de palabras, escritura de palabras y números, y memoria

directa e indirecta. Los autores señalan un aumento en la precisión media,  $T1 = 65.1$ ;  $T2 = 76.10$ ; TR más eficientes,  $T1 = 988.93$ ;  $T2 = 615.54$ ; igual en el factor  $w$ ,  $T1 = .64$ ;  $T2 = .42$ . Tomando en cuenta la eficacia de respuesta del SN reportaron asociación significativa en los 2 momentos,  $r(161) = .44$ ,  $p < .01$  para el primero momento y  $r(161) = .52$ ,  $p < .01$  para el segundo momento. En tanto para los indicadores de TR la asociación también significativa para los 2 momentos,  $r(161) = -.28$ ,  $p < .01$  y  $r(161) = -.36$ ,  $p < .01$  respectivamente. Para el indicador  $w$  igualmente la correlación fue significativa,  $r(161) = -.26$ ,  $p < .01$  y  $r(161) = -.42$ ,  $p < .01$  para ambos momentos respectivamente. Por otra parte, señalaron asociación significativa para el indicador acierto con la prueba de vocabulario en ambos momentos,  $r(161) = .25$ ,  $p < .01$  y  $r(61) = .12$ ,  $p < .01$  respectivamente, en tanto para los indicadores TR y  $w$  sólo fue significativa para el primer momento,  $r(161) = -.13$ ,  $p < .01$  y  $r(161) = -.20$  respectivamente. En el análisis de regresión, los autores reportan a los indicadores de eficacia y TR como predictores para el logro matemático solo para el T1, lo cual podría estar señalando la importancia de las tareas de comparación en relación con el logro matemático a edades tempranas.

Bonny et al. (2013) con el fin de establecer la relación y las diferencias en tres edades en niños preescolares ( $24 = 3$  años,  $25 = 4$  años,  $25 = 5$  años). Para medir SN emplearon una tarea de comparación no simbólica de puntos (5-12) empleando como indicador de eficacia  $w$ ; y evaluaron la habilidad matemática, mediante el Test of Early Mathematics, TEMA-3. Reportaron correlación significativa,  $r(72) = .39$ ,  $p < .01$ ; asimismo señalan que puntajes altos en la tarea de comparación de puntos se relacionan a rendimientos altos en matemática. Por otra parte, señalan correlación marginal para la edad de 3 años,  $r(22) = .38$ ,  $p < .068$ ; significativas para 4 años,  $r(23) = .40$ ,  $p < .048$ ; y no significativa para 5 años,  $r(23) = .13$ ,  $p < .50$ . Además, observan un creciente rendimiento del SN para las edades estudiadas (3 años = 58.2 %; 4 años = 67.3 %; 5 años = 82.2 %), en tanto que, en relación con los puntajes logrados en TEMA-3 para las edades 3 y 4 años estos puntúan 107, mientras que en la edad de 5 años puntúan (117.9).

Gray et al. (2014) se interesaron en conocer la relación entre una tarea de enumeración no simbólica (matrices hasta 5 puntos) y otra de aritmética no simbólica, entendida como precursora de habilidades aritméticas formales. La muestra se conformó por 78 niños preescolares australianos de 4 años. Los indicadores de eficiencia utilizados en la primera tarea fue la Efectividad Inversa (EI), y los Efectos Específicos de la Tarea

(EET), la primera se calcula como la relación entre la mediana de los TR entre los Aciertos (AC), este es un indicador inverso es decir a menor valor se espera mayor eficiencia en logro matemático; y la segunda se representa por el rango de subitización, la pendiente e interceptación correspondientes a la función de respuestas TR. Señalan una correlación ( $r$ ) significativa entre EI y rendimiento en sumas y restas,  $r(78) = -.56, p < .01$ , y  $r(78) = -.61, p < .01$  respectivamente) más allá de la importancia de la memoria operativa y el control inhibitorio, contrariamente no encuentran asociación entre los EET y las operaciones aritméticas evaluadas, pero indican que valores bajos en subitización y altos en pendiente e intersección conllevan a puntajes bajos en aritmética. Mediante el análisis de regresión concluyen en que la subitización es un marcador importante para las capacidades matemáticas; por otra parte, enfatizan en la importancia de la memoria operativa como marcador de la habilidad para la resta y del control inhibitorio para la realización de la suma. Posteriormente Gray y Reeve (2016) realizaron una investigación en 103 niños preescolares de 4 años, emplearon una tarea de enumeración de 1 a 5 elementos, y otra de comparación, de 5 a 20 elementos; los indicadores de eficacia fue el de Eficiencia Inversa (EI), la habilidad matemática fue evaluada mediante tareas de matemática como contar objetos, conteo de secuencias, identificar cardinal. Reportaron para el caso de la tarea de enumeración correlaciones significativas,  $r(103) = -.61, p < .01$  con conteo de objetos;  $r(103) = -.64, p < .01$  con conteo de secuencias;  $r(103) = -.72, p < .01$  con identificar cardinal. Para el caso de la tarea de comparación reportaron correlaciones significativas,  $r(103) = -.44, p < .01$  con conteo de objetos;  $r(103) = -.45, p < .01$  con conteo de secuencias;  $r(103) = -.31, p < .01$  con identificar cardinal.

Elliot et al. (2019) teniendo como muestra 193 niños preescolares realizaron un estudio longitudinal, evaluaron en tres momentos mediante una tarea de SN comparación no simbólica, con rango de elementos de 5-22, y con indicador de eficacia AC; para las matemáticas emplearon el test TEMA-3. Reportaron correlaciones significativas para los tres momentos,  $r(172) = .48, p < .001$  para 4 años 3 meses;  $r(165) = .51, p < .001$  para 4 años 9 meses y  $r(134) = .29, p < .001$  para 4 años 3 meses.

Aplicando dos tareas de evaluación del SN, una de comparación medida por aciertos; y otra de enumeración medida por tres indicadores, aciertos, TR e EI; Rodríguez et al. (2017) evaluaron 104 niños preescolares de edad promedio 4.5 años, Encontraron correlaciones significativas,  $r(104) = .42, p < .01$  para la tarea de comparación no

simbólica medida por AC. Para las tareas de enumeración,  $r(104) = .576, p < .01$  para AC;  $r(104) = .376, p < .01$  para TR y  $r(104) = -.637, p < .01$  para EI. También reportaron correlación significativa entre Subitización TEMA 3 medida por AC, TR e EI;  $r(104) = .466, p < .01$  para AC;  $r(104) = .491, p < .05$  para TR y  $r(104) = -.524, p < .01$  para EI.

En cuanto a la concurrencia de otros factores en las habilidades matemáticas, un estudio muy interesante realizado por Guo et al. (2021) en niños chinos de escuelas públicas encontraron que el SN, evaluado mediante tarea de comparación numérica no simbólica y la actividad aritmética en casa reportada por sus madres predijeron significativamente las habilidades matemáticas informales y formales. Otro estudio realizado por Scalise y Purpura (2022) en niños de 4 años, señalan al SN como predictor efectivo del rendimiento matemático posterior, pero que esta se encuentra completamente mediada por el lenguaje matemático. En el mismo sentido, Gimbert et al. (2019) mediante un estudio en niños preescolares de 5 y 7 años, y con el fin de identificar predictores para la eficacia matemática, señalan que solamente para la edad de 5 años el SN es un predictor efectivo para la habilidad matemática, la habilidad de mapeo para ambas edades y la memoria operativa solo para la edad de 7 años; lo cual los lleva a conjeturar que el SN es un buen predictor para edades preescolares para después ser más importantes otros factores como la memoria operativa a partir de la edad escolar. Por otra parte, en cuanto a la mediación de otros factores, Baer y Odic (2020) a través de un estudio en niños de 4 a 6 años, evaluaron el SN, la metacognición y la habilidad matemática mediante la prueba TEMA-3. Reportaron correlación significativa entre SN y el rendimiento matemático informal, pero que no está mediado, al menos, por la metacognición.

#### **1.4.2. Estudios de correlación en escolares**

Con relación a estudios en escolares, Gilmore et al. (2010) se interesaron en conocer si la eficiencia del SN puede predecir la habilidad matemática futura. Para esto realizaron un estudio en 103 niños de 6 años promedio, que estaban por iniciar el kindergarten y por lo tanto aun no expuestos a la educación formal. Utilizaron una prueba de aritmética no simbólica para medir el SN, que fue evaluada al inicio del período escolar; mientras que para evaluar la capacidad matemática se remitieron a las calificaciones obtenidas al final del período escolar. Reportan correlaciones significativas para ambas muestras,  $r(62) = .38, p < .01$  y  $r(41) = .59, p < .01$ , respectivamente; resultado

el cual fundamentaría la noción de que niños que puntúan alto en SN, y que aún no ingresan a la educación formal, tienden a puntuar alto en calificaciones escolares de matemáticas.

Brankaer et al. (2014) evaluaron a 82 niños escolares de la ciudad de Lovaina. 36 niños cursaban el primer grado, con un promedio de edad de 6 años 8 meses, y 46 niños era de tercer grado, con un promedio de edad de 8 años 8 meses. Mediante una tarea de enumeración de puntos del 1 al 9 y otra de comparación de puntos (1-9), y recurriendo a indicadores como porcentaje de aciertos y TR para las tareas no simbólicas; las relacionaron con 2 pruebas estandarizadas del logro matemático; en la primera, efectuaron sumas y restas con tiempo cronometrado, mientras que, en la segunda, realizaron actividades sin cronometrar concernientes a capacidades académicas propias de su grado de estudio. Los autores señalaron los siguientes resultados: para el caso de niños de 6 años 8 meses (del primer grado), la tarea de enumeración no simbólica medida por acierto, presenta correlación no significativa con la tarea matemática cronometrada y significativa con la no cronometrada  $r(36) = .42, p < .01$ . En tanto para los niños del tercer grado, de 8 años 8 meses, se correlaciona significativamente con la prueba cronometrada  $r(46) = .31, p < .05$  y no significativa con la no cronometrada. En tanto la comparación no simbólica medida por acierto en niños del 1er grado se asocia de forma significativa con la prueba de matemática no cronometrada,  $r(46) = .36, p < .01$  y no fue significativa con la prueba no cronometrada; en tanto los niños del 3er grado la asociación no fue significativa tanto para la prueba cronometrada como no cronometrada.

Reigosa-Crespo et al. (2013) estudiaron a 49 niños de la ciudad de La Habana, que cursaban el 3er y 4to grado, con promedio de edad de 9 y 10 años. En la investigación utilizaron una tarea de enumeración de puntos (1-9). El logro matemático se evaluó mediante una prueba cronometrada de operaciones de suma, resta y multiplicación, y otra prueba en base a la malla curricular académica del curso de matemática. Además, aplicaron una prueba de lectura de palabras, comprensión de lectura, otras pruebas verbales y la prueba de Raven. Buscaban evaluar el Efecto de la Distancia Numérica (EDN), el efecto del tamaño de subitización (ES) y el efecto del tamaño de estimación (EE). Los resultados revelaron sólo correlación significativa,  $r(49) = -.35, p < .05$ , con ES; todas las otras dimensiones fueron no significativas. Señalaron a ES como un

predictor efectivo del logro matemático,  $\Delta R^2 = .71$  y  $.95$  con relación a las evaluaciones de matemática.

Libertus et al. (2016) evaluaron el SN, asumiendo un enfoque diferente en cuanto al tipo de tareas y a los indicadores de eficiencia. En una muestra de 51 niños escolares de edad promedio 6 años 8 meses, emplearon dos tareas: una tarea de enumeración de puntos (5-8-12-18) y otra de comparación de puntos (entre 5-22). Además, para la primera, utilizaron como indicadores de eficiencia la variabilidad de la estimación ( $\sigma$ ) y los efectos específicos de la tarea (pendiente e intercepción); mientras que, para la segunda, usaron el factor de  $w$  a partir del TR. En la evaluación del logro matemático, emplearon la prueba of Early Mathematics (Tema-3) compuesto de dos partes: la habilidad matemática informal (contar elementos, comparar cantidades, resolver problemas con ayuda de dedos o fichas) y la habilidad matemática formal (leer y escribir números arábigos, resolver operaciones de suma, resta y multiplicación, resolver mentalmente problemas de sumas y restas). Estos autores señalaron que la tarea de enumeración de puntos, medida por la variabilidad de estimación ( $\sigma$ ), correlaciona de forma significativa con la habilidad matemática general,  $r(49) = -.44, p < .01$ , asociación moderada con la habilidad matemática informal,  $r(49) = -.30, p < .06$ ; mientras que con la habilidad matemática formal mencionaron correlación significativa,  $r(49) = -.36, p < .05$ . Por otro lado, las medidas Efectos Específicos de la Tarea EET de pendiente e interceptación no se asociaron al logro matemático. En cuanto a la relación entre la prueba de comparación de puntos, medida por  $w$ , reportaron correlación significativa con la habilidad matemática general,  $r(49) = -.51, p < .01$ , y con habilidad matemática informal  $r(49) = -.36, p < .05$ , contrariamente con la habilidad matemática formal fue no significativa.

Por su parte He et al. (2016), estudiaron la relación del SN y el logro matemático en 3 momentos durante 1 año. La muestra se conformó por niños escolares de Beijing del 3er, 4to y 5to grado de primaria de edades de 10 a 12 años. El SN fue evaluado mediante una tarea de comparación no simbólica de matrices separadas, medida por proporción de eficacia; y el logro matemático por una de habilidad aritmética. Señalan el hallazgo de asociaciones positivas entre la agudeza del SN y la habilidad aritmética en multiplicación,  $r(162) = .33, p < .001$  para el primer momento,  $r(142) = .34, p < .001$  para el segundo momento, y  $r(136) = .33, p < .001$  para el tercer momento.

Halberda et al. (2008b) estudiaron, en adolescentes de 14 años si el SN se relacionaba con habilidades matemáticas. Para esto evaluaron el SN mediante una tarea de comparación de puntos, siendo el indicador de eficiencia la fracción Weber ( $w$ ) en base a los aciertos; y correlacionaron estos resultados con los obtenidos en aprovechamiento matemático en años anteriores. Los resultados reportaron correlaciones significativas con los logros académicos en matemáticas alcanzados desde el primer al sexto grado, e inclusive después de controlar el Coeficiente Intelectual (CI).

### 1.4.3. Estudios de correlación en universitarios

En tanto en investigaciones en estudiantes universitarios, Libertus et al. (2012) en dos muestras de estudiantes universitarios una de 120 y otra de 61, les administraron las pruebas de forma grupal e individual respectivamente; el SN fue evaluado mediante tarea de comparación no simbólica de dos matrices separadas, presentadas durante 500 ms; la agudeza matemática fue evaluada mediante la batería SAT, informaron asociación significativa tanto para el grupo de administración grupal como individual,  $r(120) = -.22$ ,  $p < .02$  y  $r(61) = -.31$ ,  $p < .02$  respectivamente; también señalan correlación no significativa para ambos grupos entre SN y la parte verbal del SAT.

Por su parte Price et al. (2012) evaluaron en 36 universitarios de promedio de edad 22 años, mediante la tarea de comparación de puntos mediante 3 formas; separada, mezclada y secuencial; utilizaron como indicador de eficacia de estas tareas  $w$ , y CE fue evaluada por cálculos aritméticos; reportaron correlaciones no significativas para todas ellas. Este resultado se vio refrendado en parte por Guillaume et al. (2013) quienes, en una muestra de 59 universitarios, tarea de comparación de puntos de forma simultánea, presentadas durante 250 ms y CE evaluada por operaciones aritméticas, reportaron asociaciones no significativas,  $p > .05$ .

Castronovo y Göbel (2012), igualmente en una muestra de 34 estudiantes universitarios de la escuela de matemáticas, de promedio 22 años. Evaluaron el SN mediante dos estudios, de comparación y otro de enumeración de puntos. La destreza matemática fue evaluada mediante un test estandarizado consistente en distintas operaciones aritméticas, el cual tenía un tiempo máximo de 16 minutos para ser resuelto. Los indicadores de eficacia utilizado para las pruebas comparación de puntos fue  $w$  y TR,

en tanto para la enumeración de puntos optaron por ER (respuesta-magnitud /magnitud). Para  $w$  encontraron asociación no significativa; para TR y ER reportaron correlación significativa,  $r(71) = -.32, p < .05$  y  $r(71) = -.29, p < .01$  respectivamente.

Agrillo et al. (2013) en una muestra de 35 universitarios y mediante una tarea de comparación secuencial presentada durante 500 ms, la dividen en dos tipos de presentación, una en el rango de estimación (5-20) y otra en el rango de subitización (1-4), como indicadores de eficiencia utilizaron AC y TR; en tanto CE la evaluaron mediante dos pruebas, una de cálculo aritmético y otra de resolución de problemas. Encontraron correlación significativa de AC-rango 5-20 con cálculo aritmético,  $r(35) = .46, p < .005$ ; AC-rango 5-20 con resolución de problemas,  $r(35) = .49, p < .056$ ; AC-rango 1-4 con cálculo aritmético,  $r(35) = .48, p < .003$ ; AC-rango 1-4 con resolución de problemas,  $r(35) = .37, p < .003$ ; TR-rango 5-20 con cálculo aritmético,  $r(35) = .39, p < .02$ ; TR-rango 5-20 con resolución de problemas,  $r(35) = .45, p < .007$ ; TR-rango 1-4 con cálculo aritmético,  $r(35) = .60, p < .001$ ; TR-rango 1-4 con resolución de problemas,  $r(35) = .38, p < .026$ .

Lindskog et al. (2014) en una muestra de 100 estudiantes, 60 hombres y 40 mujeres, con edad promedio 22.6 años, pertenecientes a las áreas profesionales de las carreras de Ingeniería, Negocios y Letras, evaluaron el SN utilizando una tarea de comparación de dos matrices de puntos, presentadas durante 300 ms, una de presentación simultánea y otra de presentación secuencial. Para medir la eficacia de esta tarea utilizaron el fracción de Weber ( $w$ ), basado en respuestas correctas y para medir la habilidad aritmética administraron el test de Aritmética de Berlín, que consiste en la presentación de diversas situaciones de resolución matemática y otra de fluidez aritmética de suma, resta, multiplicación y división, cronometrado (150 ms), igualmente aplicaron el test de Raven para evaluar la inteligencia general. Para la tarea de comparación-separada reportaron correlaciones significativas,  $r(100) = -.35, p < .001$  para operaciones de suma,  $r(100) = -.31, p < .05$  para resta,  $r(100) = -.41, p < .0001$  para multiplicación, y  $r(100) = -.29, p < .05$  para el test de Berlín, pero para la tarea de comparación-secuencial no encontraron asociación. Por otra parte, señalan que los estudiantes de Ingeniería muestran mejor performance en la tarea de SN que los de negocios, y estos últimos, mejor que los de Letras.

Por su parte, Lyons y Beilock (2011) en una muestra de 54 universitarios, analizaron la relación entre la precisión en una tarea de comparación no simbólica de arreglos, tanto separados como canónicos, y el desempeño en una prueba de aritmética. Utilizando el indicador de eficacia  $w$  a partir de ER, encontraron una asociación significativa,  $r(52) = .55, p < .012$ .

También Guillaume y Gevers. (2016), evaluaron en 78 jóvenes universitarios de edad promedio 20 años, mediante dos tareas de SN, para ambos casos se presentaron puntos en el rango 12-50; una de comparación no simbólica medida por  $w$ ; y otra de enumeración evaluada por el Coeficiente de Variación (CV) y el Error Absoluto (EA). La capacidad matemática fue evaluada mediante una prueba de operaciones aritméticas cronometrada. Reportaron asociación no significativa para la tarea de comparación no simbólica medida por  $w$ ,  $r(78) = -.14, p < .216$ , pero, tampoco hubo correlación entre  $w$  y CV. En tanto para la tarea de enumeración si encontraron correlación significativa para ambos indicadores,  $r(78) = -.25, p < .026$  para CV, y  $r(78) = -.23, p < .036$  para EA.

En otra investigación semejante a la anterior, Norris y Castronovo (2016), en una muestra de 64 universitarios de 20 años en promedio, evaluaron el SN mediante una prueba de comparación no simbólica en dos condiciones, una de puntos mezclados y otra de puntos separados, que se presentaron durante un lapso de 250 ms y utilizaron como indicadores AC, TR y  $w$ . La capacidad matemática fue medida por una prueba de operaciones aritméticas cronometrada. Las correlaciones reportadas fueron no significativas para todos los casos.

Con el fin de evaluar la incidencia del tipo de evaluación de las matemáticas, Jang y Cho (2016) evaluaron 56 universitarios mediante una tarea de comparación en el rango 5-50 elementos, usando  $w$  como indicador de eficacia; evaluaron la capacidad matemática mediante dos pruebas, una de operaciones aritméticas y otra de problemas matemáticos. Reportaron correlación no significativa con operaciones aritméticas y significativa con problemas matemáticos,  $r(56) = -.41, p < .01$ .

Por otra parte, Wang et al. (2017) estudiaron la asociación del SN y el logro matemático en 21 adolescentes de 15 años promedio, superdotados de la Universidad Johns Hopkins. Para evaluar el SN recurrieron a una tarea de comparación de elementos no simbólicos, los indicadores de eficiencia fueron  $w$  y aciertos. Para el logro matemático

se administraron pruebas estandarizadas de matemáticas, el SAT y ACT. Reportaron correlación significativa,  $r(21) = -.46, p < .03$  con el indicador  $w$ , pero este indicador no se correlacionó con la prueba verbal. En tanto para el indicador aciertos la correlación fue significativa,  $r(21) = .54, p < .01$  pero no significativo con la prueba verbal,  $r(21) = .12, p < .62$ .

### **1.5.Planteamiento del problema de investigación**

Lo expuesto en los párrafos anteriores exponen la existencia de una capacidad que permite captar, manipular y comprender magnitudes no simbólicas, tanto en humanos adultos, infantes y bebés de corta edad e inclusive esta capacidad ha sido estudiada en animales no humanos. Un aspecto importante es que los patrones comportamentales de esta capacidad son semejantes en todos ellos, pero con las diferencias propias del desarrollo filogenético y ontogenético. Por otra parte, los estudios de neuroimagen del cerebro señalan la existencia de una red fronto-parietal exclusiva para el tratamiento de las magnitudes no simbólicas, identificando al surco intraparietal como el área fundamental para este proceso. Por tanto, esta capacidad es una forma básica del procesamiento de magnitudes y siendo transversal a las especies, se postula a que esta capacidad sería el sustento para la adquisición de las capacidades matemáticas humanas formalmente adquiridas. Los diversos estudios realizados en busca de esta probable relación, en cuanto a sus resultados son discordantes tanto en estudiantes, prescolares, escolares y universitarios, probablemente atendiendo a los distintos tipos de indicadores de eficacia del SN, los de evaluación del SN y el CE. En razón a esto se plantea la siguiente interrogante ¿Cuál es la relación entre el Sentido Numérico y el Cálculo Exacto en estudiantes universitarios de 16 a 20 años? Utilizando, para la evaluación del SN una prueba de enumeración y mediante indicador de eficacia el número de aciertos.

## CAPÍTULO 2: MARCO METODOLÓGICO

### 2.1. Objetivos

#### 2.1.1. Objetivo general

Evaluar la relación entre el Sentido Numérico y el Cálculo Exacto en estudiantes universitarios de 16 a 20 años.

#### 2.1.2. Objetivos Específicos

- a. Evaluar la relación entre la Subitización y el Cálculo Exacto en estudiantes universitarios de 16 a 20 años.
- b. Evaluar la relación entre la Estimación y el Cálculo Exacto en estudiantes universitarios de 16 a 20 años.

### 2.2. Diseño de investigación

La investigación es de enfoque cuantitativo, no experimental, de alcance transversal-correlacional. En cuanto se busca demostrar una hipótesis, de medir variables y procesarlas estadísticamente y establecer la correlación entre ellas, ya que no se manipularán deliberadamente las variables, sino que se observarán en un momento único estudiando la probable interrelación entre estas (Hernández et al., 2014).

## 2.3. Variables de investigación

### 2.3.1. Sentido Numérico

Definición conceptual: “Sistema dedicado a la percepción de la numerosidad, al número de objetos dentro de un campo de visión particular y bajo cualquier modalidad sensorial” (Burr et al., 2017, p.8).

Definición operacional: Puntaje alcanzado en la prueba de Sentido Numérico.

Dimensiones:

#### a. Subitización

Definición conceptual: Capacidad de determinar sin contar, de forma rápida y precisa el número de elementos en un conjunto de colecciones pequeñas (1 a 5-6) (Kaufman et al., 1949).

#### b. Estimación

Definición conceptual: Capacidad de determinar sin contar, de forma rápida y aproximada el número de elementos en matrices a partir de 5-6 elementos (Kaufman et al., 1949).

### 2.3.2. Cálculo Exacto

Definición conceptual: Capacidad de manejar números, de resolver rápidamente y con acierto problemas cuantitativos (Thurstone et al., 1941).

Definición operacional: Puntaje logrado en la prueba de Cálculo Numérico del PMA

## **2.4. Hipótesis**

### **2.4.1. Hipótesis general**

Existe relación significativa entre el Sentido Numérico y el Cálculo Exacto en estudiantes universitarios de 16 a 20 años.

### **2.4.2. Hipótesis específica 1**

No existe relación significativa entre la subitización y el Cálculo Exacto en estudiantes universitarios de 16 a 20 años.

### **2.4.3. Hipótesis específica 2**

Existe relación significativa entre la estimación y el Cálculo Exacto en estudiantes universitarios de 16 a 20 años.

## **2.5. Muestra de investigación**

La muestra estuvo conformada por 112 estudiantes de una universidad particular, de la ciudad de Lima, de 16 a 20 años, del primer semestre académico de las áreas de Letras, Ciencias administrativas y Matemáticas. La muestra se determinó por el método probabilístico por conglomerados, siendo el aula la unidad de muestreo. Se obtuvieron 4 secciones. Se contó con la autorización de la institución para la realización de la investigación y conformación de la muestra (en anexo solicitud de permiso), y las respectivas autorizaciones de los estudiantes que participaron en el estudio.

La muestra se constituyó de la siguiente manera, Hombres: 56 (edad promedio, 17.86 años), Mujeres: 56 (edad promedio, 17.68 años). Los cuales se distribuían por área profesional de la siguiente manera, de Letras: 58 sujetos, de Administración: 28, y de Ingeniería: 28.

Adicionalmente se incluyó una muestra de 32 estudiantes del cuarto semestre académico, Mujeres: 19 (edad promedio, 18.21 años), Hombres: 41 (edad promedio,

18.29), todos del área de matemática y pertenecientes al Tercio. Esto con el fin de comparar en razón a los objetivos y variables de investigación las semejanzas y/o diferencias con estudiantes de matemáticas del primer semestre de estudio.

## **2.6. Instrumentos de Investigación**

Se presentan dos sistemas de evaluación, uno para el Sentido Numérico y otro para el Cálculo Exacto.

### **2.6.1. Prueba de evaluación del Sentido Numérico**

Se opta por una prueba de enumeración que consiste en la presentación de una matriz de puntos durante un tiempo mínimo en milisegundos (ms), con el fin de evitar el contar. Se opta por la prueba de enumeración en concordancia a otros estudios como los de Libertus et al. (2016). Gray et al. (2014; 2016), y Rodríguez et al. (2017). Con este objetivo se construye, por parte del Tesista, un software en lenguaje de programación Visual Basic, consistente en la presentación de puntos de 0.5 cm de diámetro en una matriz, en lapsos de tiempo en milisegundos (ms), el área de la matriz fue de 12 por 6 cm, donde se distribuían al azar los puntos.

La prueba consistió en la presentación de 8 series, en cada una de ellas se presentan puntos del 1 al 12 de forma aleatoria; en cada serie un número no se repite; la primera serie se inicia con un Tiempo de 250 ms, las siguientes series disminuyen 30 ms cada una, siendo el tiempo para la última de 40 ms. Cada sujeto completó 96 presentaciones; siendo la duración de la prueba aproximadamente en 15 minutos. En total se obtuvieron 10,752 presentaciones.

La tarea radicó en determinar, por parte del sujeto, la cantidad de puntos observados para cada presentación, la respuesta se realiza mediante botones numéricos del 1 al 12. Los datos son almacenados para su posterior tratamiento.

### a. Validez de la prueba del Sentido Numérico

La validez de un instrumento es un aspecto fundamental en la investigación, por cuanto informa si este mide la variable objetivo; el estudio de la validez puede ser por evidencia basada en el contenido, evidencia basada en un criterio y evidencia basada en la estructura interna, llamada por algunos autores como de constructo. Elegimos utilizar el análisis de constructo mediante el modelo factorial exploratorio, ya que este “consiste en tratar de probar que las conductas que registra el test pueden ser consideradas indicadores válidos del constructo al cual refieren” (Argibay, 2006, p. 28).

Para verificar la validez de constructo, se decidió realizar un análisis factorial exploratorio. Los resultados de la prueba de esfericidad de Bartlett fueron significativos ( $p < .001$ ) y la prueba de Kaiser-Meyer-Olkin arrojó un valor de .804, lo cual indica que es apropiado realizar un análisis factorial. Se utilizó el método de extracción de mínimos residuales con una rotación oblimin, el cual reveló la existencia de 3 factores que explican el 36% de la varianza total. El factor 1 está compuesto por tres ítems (Nro1, Nro2, Nro3) que explican el 16.67% de la varianza total, con cargas factoriales de .418 a .500. El factor 2 está compuesto por cinco ítems (Nro4, Nro5, Nro6, Nro7, Nro8) que explican el 11.05% de la varianza total, con cargas factoriales de .439 a .662. El factor 3 está compuesto por cuatro ítems (Nro9, Nro10, Nro11, Nro12) que explican el 8.58% de la varianza total, con cargas factoriales de .320 a .649. La composición y cargas factoriales de cada factor se pueden ver en la Tabla 1.

**Tabla 1**

*Análisis Factorial Exploratorio – Prueba Sentido Numérico*

	Factor 1: Subitización	Factor 2: Estimación 1	Factor 3: Estimación 2
Nro1	.450		
Nro2	.418		
Nro3	.500		
Nro4		.440	
Nro5		.623	
Nro6		.661	
Nro7		.662	
Nro8		.439	
Nro9			.502
Nro10			.649
Nro11			.320
Nro12			.501
Cargas factoriales			
% Varianza explicada	16.67%	11.05%	8.58%

Los valores de los factores se relacionan con las variaciones en la función. En este sentido, los tres primeros factores se asocian con una pendiente plana, correspondiente al proceso de subitización. El segundo factor, por su parte, se vincula con una pendiente más empinada que tiende a aplanarse, lo cual estaría representado gráficamente por el tercer factor.

#### **b. Confiabilidad de la prueba de evaluación del Sentido Numérico**

Otro aspecto es el de la confiabilidad que nos informa qué tan exacto es el instrumento en la medición de una variable, o es resultado de “la proporción de la variabilidad verdadera respecto de la variabilidad obtenida” (Argibay, 2006, p. 18). Esta puede ser estudiada mediante su consistencia interna, por su estabilidad o por su equivalencia. Para el presente trabajo se optó por un estudio de consistencia por el modelo basado en la congruencia de los ítems mediante el coeficiente Alpha de Cronbach.

El Alpha de Cronbach es un método que nos permite medir la eficacia del constructo que una prueba dice medir. El coeficiente Alpha de Cronbach fluctúa entre 0 y 1; y en tanto éste más cerca de 1, más fiable se considera a la prueba. El Alpha de Cronbach para la prueba del SN es  $\alpha = .82$  (95% IC; ,76; ,86), el cual se sitúa por encima del mínimo requerido de .70.

#### **2.6.2. Prueba de evaluación del Cálculo Exacto**

En la evaluación del Cálculo Exacto se utilizó el subtest de Cálculo Numérico de la prueba de Aptitudes Mentales Primarias (PMA) de Thurstone y Thurstone, de aplicación individual o colectiva. Aplicable desde los 11 años en adelante. El tiempo de aplicación total de la prueba es de 60 minutos aproximadamente. La evaluación considera las siguientes aptitudes mentales primarias: comprensión verbal (V), espacial (E), razonamiento (R), cálculo (N) y fluidez verbal (F). La subprueba de cálculo (N) es la que utilizaremos para la presente investigación y mide la capacidad para poder trabajar con cifras y resolver problemas cuantitativos simples con rapidez y precisión. Es una prueba regularmente utilizada y ofrece baremos y diversas muestras normativas, según los criterios sexo, escolaridad y nivel profesional. La prueba se construyó y demostró las

evidencias de validez en base a la técnica del análisis factorial, desarrollado por los primeros estudios de Thurstone y sus colaboradores (1941). En posteriores revisiones se identifican cinco factores fundamentales. Esta prueba evalúa 5 áreas, la de comprensión verbal (Factor V), la de comprensión espacial (Factor E), La de razonamiento (Factor R), la de cálculo numérico (Factor N) y la de fluidez verbal (Factor F).

En cuanto al subtest de Cálculo Numérico (Factor N), utilizada para evaluar el CE, este subtest evalúa la habilidad para realizar rápidamente operaciones aritméticas de suma. Esta prueba consta de setenta elementos o problemas. Cada una de las sumas objetivo se conforman por cuatro números de dos cifras dispuestas de forma vertical. El sujeto debe determinar si el resultado presentado para cada suma es el correcto o no; la persona tiene 6 minutos para resolver esta prueba.

Con respecto a la utilidad de la Prueba esta facilita la construcción de un perfil de las principales dimensiones de la conducta cognoscitiva, siendo muy valiosa para la elección de una ocupación o profesión. Es una prueba útil en la labor psicopedagógica, selección escolar, orientación vocacional y profesional. Por último, con relación a la tipificación de la prueba, esta cuenta con normas peruanas realizada por Ugarriza y Palma (1999). En cuanto a la calificación de esta prueba, esta es de un punto por cada respuesta correcta.

Por otra parte, la administración de la prueba consistió a la versión informatizada de ella, la prueba es de tipo de “poder”, es decir se presentó durante 6 minutos los ítems correspondientes. La instrucción fue “A continuación durante seis minutos se presentarán una serie de sumas, tu tarea consiste en determinar si la suma es correcta o no”. El indicador de eficacia para esta prueba fue la puntuación correspondiente al número de aciertos.

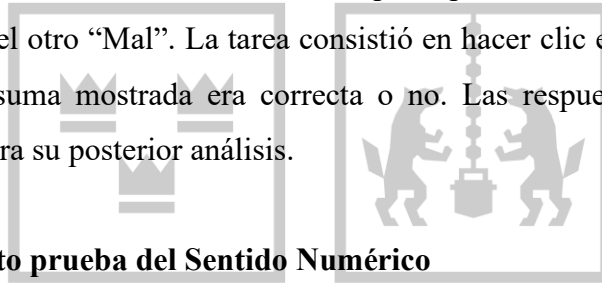
## **2.7. Procedimiento**

Ambas pruebas se realizaron en aulas bien iluminadas y acondicionadas para el trabajo en computadoras PC, cada participante se situó aproximadamente a 60 cm de la pantalla, éstas eran de 17 pulgadas. Primero se administró la prueba de Habilidades Numéricas del PMA de 6 minutos de duración; al término de esta se les concedió 10

minutos de descanso, tiempo después del cual se inició la prueba de SN que tuvo una duración de aproximadamente 20 minutos.

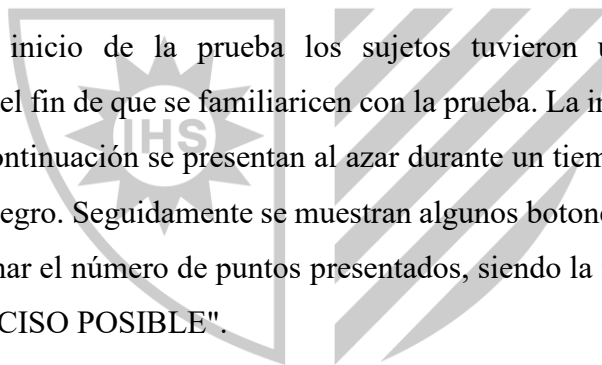
### 2.7.1. Procedimiento prueba de Cálculo Exacto

Al ser una prueba estandarizada cuenta con sus instrucciones y protocolos de administración, esta tuvo una duración de 6 minutos. La prueba fue administrada de forma grupal en un aula acondicionada con equipos informáticos; fue la primera prueba en ser administrada. Terminada la prueba tuvieron un descanso de 10 minutos. La prueba consistió en presentar una serie de sumas de dos dígitos dispuestas verticalmente incluida el resultado de las sumas de ellas; al mismo tiempo se presentaban dos botones uno con indicador “Bien” y el otro “Mal”. La tarea consistió en hacer clic en uno de los botones dependiendo si la suma mostrada era correcta o no. Las respuestas se almacenaban automáticamente para su posterior análisis.



### 2.7.2. Procedimiento prueba del Sentido Numérico

Antes del inicio de la prueba los sujetos tuvieron una práctica, de 10 presentaciones, con el fin de que se familiaricen con la prueba. La instrucción al inicio de la prueba fue: “A continuación se presentan al azar durante un tiempo muy breve, series de puntos de color negro. Seguidamente se muestran algunos botones numéricos, tu tarea consiste en determinar el número de puntos presentados, siendo la instrucción: “DEBES SER LO MÁS PRECISO POSIBLE”.



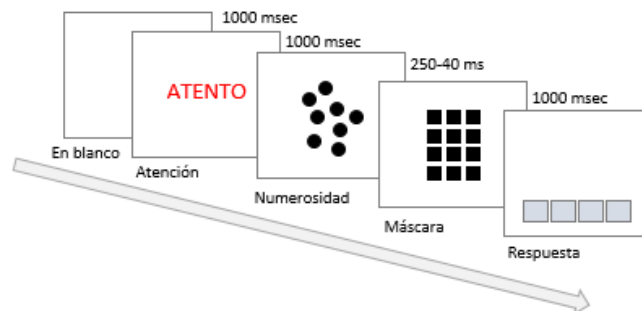
El protocolo para cada presentación se muestra en la Figura 1. Primero se visualiza una pantalla en blanco durante 2 segundos, luego se muestra la palabra “ATENTO” al centro de la pantalla durante 2 segundos, seguidamente se presenta la matriz conteniendo los estímulos objetivo durante 40-250 ms, luego se presenta durante 1 segundo la pantalla máscara, seguidamente se presenta una pantalla con botones con los cuales el sujeto registra su respuesta y se vuelve a la presentación inicial.

- |      |                               |                      |
|------|-------------------------------|----------------------|
| i.   | Presentación en blanco        | duración 2 segundo   |
| ii.  | Presentación “ATENTO”         | duración 2 segundos  |
| iii. | Presentación matriz de puntos | duración “250-40” ms |

- iv. Presentación de máscara duración 1 segundo
- v. Presentación de caja de respuestas
- vi. Después de la respuesta se reinicia proceso

**Figura 1**

*Protocolo de Presentación de la prueba Sentido Numérico*



*Nota.* se presenta el orden secuencial de la aplicación de la prueba.

En cuanto al tiempo de presentación del estímulo Diana Vickers et al. (1972) establecen en 100 ms como el tiempo mínimo necesario para discriminar dos estímulos de forma correcta, a este lapso lo denominaron Tiempo de Inspección (TI). El procedimiento para evaluar el TI consiste en presentar un estímulo en bloques a distintos tiempos, empezando con tiempos aproximados a 200 ms para ir disminuyendo o aumentando, dependiendo de los aciertos y errores; por ejemplo, McCrory y Cooper (2007) y Luciano et al. (2004) en sus estudios sobre inteligencia y TI reportan correlación significativa de TI con el CI total y con sus componentes verbal y ejecutiva. En cuanto al tiempo de exposición de los estímulos Diana en los estudios de enumeración, se observa que estos son diferentes, por ejemplo, Kaufman et al. (1949) presentaron sus matrices de puntos durante 200 ms; Mandler et al. (1982) realizaron sus presentaciones de 50, 100, 200, 400 y 800 ms, determinando que 100 ms ofrece resultados más estables; Castronovo et al. (2012) y Guillaume et al. (2016) mostraron sus matrices durante 250 y 750 ms respectivamente. Como se observa los estudios de enumeración emplean distintos tiempos de presentación, lo cual hace importante estudiar la relación del tiempo de presentación de las distintas matrices de puntos y su eficacia.

## 2.5. Técnicas de análisis de información

En el tratamiento estadístico de la data se utilizó en primera instancia la hoja de cálculo Excel, luego se pasaron los datos al programa SPSS 26. Para el análisis del SN, como indicador de eficiencia se utilizó la tasa de aciertos, igualmente empleado por Libertus et al. (2013), Brankaer et al. (2014), Rodríguez et al. (2017), He et al. (2016) y Dietrich et al. (2016). Con relación a la prueba PMA, se usan los puntajes directos alcanzados por los sujetos.

Para el análisis descriptivo se usaron los estadígrafos de tendencia central, como el promedio, mediana, desviación estándar, máximo, mínimo y asimetría. Para el análisis de correlación las pruebas de normalidad: Kolmogórov-Smirnov y Shapiro-Wilk, las pruebas de correlación de Pearson y Rho de Spearman; y para el contraste de medias la t de Student, U de Mann-Whitney, ANOVA y Kruskal-Wallis.

## CAPÍTULO III: RESULTADOS

Previo al estudio correlacional se realizó el estudio descriptivo y de distribución de la muestra para cada una de las variables de investigación, esto con la finalidad de establecer las principales medidas de tendencia central y de normalidad de la distribución de los datos, esta última nos indicaría el tipo de coeficiente de correlación a utilizar. En primer lugar, se presentan los correspondientes al nivel 1 de estudio, es decir estudiantes del primer semestre académico; de ellos se muestran los resultados para la muestra general, luego por área profesional. Seguidamente los correspondientes al nivel 2 de estudio, y por último los relacionados al área de matemática de los niveles 1 y 2. Igualmente se presentan las correlaciones parciales de cada uno de ellos. Los datos se presentan en función del número de aciertos para ambas pruebas administradas.

### 3.1. Estudio descriptivo y normalidad nivel 1 (N=112)

La Tabla 2 presenta un análisis de estadísticos descriptivos y prueba de normalidad para cuatro variables. A partir de los valores de normalidad de la prueba de Kolmogórov-Smirnov (K-S) estas indican que tres de las variables (Cálculo exacto, Sentido numérico y Subitización) presentan desviaciones significativas respecto a una distribución normal, dado que sus valores de K-S son estadísticamente significativos ( $p < .05$ ). Esto sugiere que los análisis posteriores que requieran normalidad deberían aplicar transformaciones o usar pruebas no paramétricas. En contraste, la variable de Estimación no presenta un valor significativo en la prueba K-S, lo que sugiere que su distribución podría aproximarse a la normalidad, permitiendo un tratamiento paramétrico en los análisis subsiguientes. En conjunto, la tabla permite identificar tanto la tendencia central como la forma de distribución de los datos, lo cual es fundamental para seleccionar los métodos estadísticos adecuados en investigaciones posteriores.

**Tabla 2***Estadísticos descriptivos y Prueba de normalidad. Nivel 1 (N=112)*

Variables	Media	Mediana	DE	Max	Min	Asimetría	K-S <i>p</i>
CE	16.75	16.00	5.88	43	7	1.10	.018
SN	52.79	53.00	7.19	69	31	-0.38	.009
Sub	22.76	23.00	1.51	24	15	-1.96	.001
Est	30.04	30.50	6.52	45	15	-0.21	.073

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico; Sub: Subitización; Est: Estimación; K-S: Kolmogórov-Smirnov; *p*: probabilidad  
Indicador de eficiencia: Número de aciertos para todas las variables

### 3.1.1. Estudios descriptivos y de normalidad en el nivel 1 por área profesional

#### a. Área de Letras

La Tabla 3 muestra la distribución de las cuatro variables de estudio en el grupo de Letras del Nivel 1 de Letras (N=56), evaluadas mediante estadísticos descriptivos y la prueba de normalidad de Kolmogórov-Smirnov. Se observa que las medias y medianas son cercanas en la mayoría de las variables, lo que podría sugerir simetría, la prueba de normalidad indica que al menos dos variables (Cálculo Exacto y Subitización) no se ajustan a una distribución normal. Esto se evidencia en la significación estadística del test K-S, lo que implica que, en estos casos, sería prudente utilizar análisis no paramétricos para posteriores análisis. Las otras dos variables (Sentido Numérico y Estimación) no presentan indicios estadísticos de desviaciones significativas respecto a la normalidad. Esto sugiere una distribución más homogénea de los puntajes en estas habilidades, permitiendo en principio el uso de técnicas paramétricas si se cumplen otros supuestos. En conjunto, la tabla evidencia la necesidad de considerar la naturaleza de la distribución de los datos, aspecto fundamental antes del análisis estadístico.

**Tabla 3***Estadísticos descriptivos y Prueba de normalidad de Kolmogórov-Smirnov. Área de Letras (N=56)*

	Media	Mediana	DE	Min	Max	Asimetría	K-S <i>p</i>
CE	15.75	15.00	5.15	7	28	0.32	.033

SN	50.54	52.00	7.31	31	64	-0.27	.200
Sub	22.38	23.00	1.83	15	24	-1.70	.001
Est	28.16	29.00	6.53	15	40	-0.16	.200

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico; Sub: Subitización; Est: Estimación; K-S: Kolmogórov-Smirnov;  $p$ : probabilidad

### b. Área de Administración

La Tabla 4 presenta un resumen de los estadísticos descriptivos y los resultados de la prueba de normalidad Shapiro-Wilk correspondientes a las variables de estudio evaluadas en estudiantes del área de Administración. En términos generales, las distribuciones de Cálculo Exacto, Sentido Numérico y Estimación no presentan desviaciones marcadas respecto a la normalidad, de acuerdo con los niveles de significancia de la prueba Shapiro-Wilk, que no alcanzan significación estadística. En contraste, la variable de Subitización muestra una distribución significativamente desviada de la normalidad, evidenciada por el valor de significancia estadísticamente significativo en la prueba de Shapiro-Wilk. Este hallazgo sugiere la presencia de una mayor concentración de puntajes en el extremo superior de la escala para esta variable, lo cual podría estar asociado a un efecto de techo o a una menor variabilidad interindividual en esta habilidad.

**Tabla 4**

*Estadísticos descriptivos y Prueba de normalidad Shapiro-Wilk. Área de Administración (N=28)*

	Media	Mediana	DE	Min	Max	Asimetría	S-W $p$
CE	16.21	16.50	4.32	7	25	0.06	.985
SN	53.89	53.50	5.32	41	63	-0.38	.251
Sub	23.11	23.00	0.96	21	24	-0.77	.001
Est	30.79	31.00	5.20	19	40	-0.21	.356

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico; Sub: Subitización; Est: Estimación; S-W: Shapiro-Wilk;  $p$ : probabilidad

### c. Área de Matemática

La Tabla 5 presenta los estadísticos descriptivos y los resultados de la prueba de normalidad Shapiro-Wilk correspondientes a las variables evaluadas en estudiantes del Nivel 1 del área de Matemática. Los resultados sugieren que la mayoría de las variables presentan una distribución compatible con la normalidad, los valores de significancia son superiores al umbral de 0.05. No obstante, las variables de Cálculo Exacto y Subitización

presentan distribuciones significativamente diferentes de la normal, lo cual debe ser considerado al momento de seleccionar técnicas estadísticas apropiadas para su análisis posterior. En el caso específico de Subitización, se mantiene el patrón observado previamente en otras muestras, en las que la baja variabilidad y la tendencia hacia puntajes altos podrían estar reflejando un efecto de techo.

**Tabla 5**

*Estadísticos descriptivos y Prueba de normalidad de Shapiro-Wilk. Área de Matemáticas (N=28)*

	Media	Mediana	DE	Min	Max	Asimetría	S-W <i>p</i>
CE	19.29	19.00	7.77	7	43	1.21	.021
SN	56.21	58.00	7.16	40	69	-0.63	.252
Sub	23.18	24.00	1.06	21	24	-0.99	.000
Est	33.04	34.00	6.61	19	45	-0.37	.591

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico; Sub: Subitización; Est: Estimación; S-W: Shapiro-Wilk; *p*: probabilidad

### 3.1.2. Estudio descriptivo en el nivel 1 de estudio por sexo

#### a. Femenino

La Tabla 6 resume los estadísticos descriptivos y los resultados de la prueba de normalidad Kolmogórov-Smirnov para las variables cognitivas evaluadas en el grupo femenino. En términos generales, las variables de Cálculo Exacto, Sentido Numérico y Estimación presentan distribuciones que no difieren significativamente de la normalidad, como se refleja en los valores de significancia superiores a  $p < .05$ . En cambio, la variable Subitización muestra una desviación estadísticamente significativa respecto a la distribución normal ( $p < .001$ ), lo que sugiere una distribución sesgada o limitada por un efecto de techo. Este patrón se ha observado de forma consistente en otros grupos, indicando una menor variabilidad individual en esta habilidad.

**Tabla 6**

*Estadísticos Descriptivos y Prueba de Normalidad Kolmogórov-Smirnov. Grupo Femenino (N=56)*

	Media	Mediana	DE	Min	Max	Asimetría	K-S <i>p</i>
CE	16.39	16.00	5.08	7	30	0.31	.200
SN	53.20	53.00	6.33	39	69	0.00	.200
Sub	22.88	23.00	1.43	18	24	-1.52	.001

Est	30.32	30.00	6.05	15	45	-0.11	.200
-----	-------	-------	------	----	----	-------	------

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico; Sub: Subitización; Est: Estimación; K-S: Kolmogórov-Smirnov; p: probabilidad

## b. Masculino

La Tabla 7 presenta los estadísticos descriptivos y los resultados de la prueba de normalidad Kolmogórov-Smirnov para el grupo masculino. Los resultados indican que las variables de Cálculo Exacto, Sentido Numérico y Subitización muestran distribuciones significativamente diferentes de la normalidad, con valores de  $p$  inferiores a .01. Esto sugiere la presencia de sesgos o irregularidades en la distribución de los datos, lo cual debe ser considerado al seleccionar pruebas estadísticas apropiadas para su análisis. Por otro lado, la variable Estimación no presenta evidencia de desviación significativa respecto a la normalidad ( $p < .200$ ), lo que respalda el uso de métodos paramétricos en su tratamiento analítico. Este patrón refuerza hallazgos previos en los que la Subitización suele presentar menor variabilidad y distribución sesgada debido a un efecto de techo.

**Tabla 7**

*Estadísticos Descriptivos y Prueba de normalidad Kolmogórov-Smirnov. Grupo Masculino (N=56)*

	Media	Mediana	DE	Min	Max	Asimetría	K-S $p$
CE	17.11	16.00	6.61	7	43	1.38	.002
SN	52.9	53.50	7.99	31	66	-0.53	.007
Sub	22.64	23.00	1.60	15	24	-2.28	.001
Est	29.75	31.00	6.99	16	42	-0.24	.200

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico; Sub: Subitización; Est: Estimación; K-S: Kolmogórov-Smirnov; p: probabilidad

### 3.1.3. Estadísticos descriptivos y de normalidad para nivel 2 (N=32)

La Tabla 8 presenta los estadísticos descriptivos y los resultados de la prueba de normalidad Shapiro-Wilk para las variables evaluadas en los estudiantes del nivel 2. Los resultados sugieren que las variables Sentido Numérico y Estimación no presentan desviaciones significativas respecto a la normalidad, lo que permite la aplicación de procedimientos paramétricos para su análisis. Por el contrario, las variables de Cálculo Exacto y Subitización muestran distribuciones no normales, como lo evidencian los valores de significancia inferiores a  $\alpha = 0.05$ . En particular, la Subitización vuelve a

mostrar una distribución notablemente sesgada, probablemente asociada a un efecto de techo, dada su baja desviación estándar y su alta concentración de puntajes en valores máximos.

**Tabla 8**

*Estadísticos descriptivos y Prueba de normalidad Shapiro-Wilk para nivel 2 (N=32)*

	Media	Mediana	DE	Min	Max	Asimetría	S-W <i>p</i>
CE	22.59	21.00	8.88	8	49	0.97	.045
SN	64.09	63.00	8.55	49	81	0.11	.556
Sub	23.72	24.00	0.68	21	24	-2.81	.001
Est	40.38	39.00	8.26	25	57	0.17	.747

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico; Sub: Subitización; Est: Estimación; S-W: Shapiro-Wilk; *p*: probabilidad

### 3.1.4. Estadísticos descriptivos y de normalidad para área de Matemática de los niveles 1 y 2 (N=60)

La Tabla 9 presenta los resultados de los estadísticos descriptivos y la prueba de normalidad Kolmogórov-Smirnov para las variables cognitivas en el grupo combinado de estudiantes de Matemática de niveles 1 y 2. Los valores de significancia indican que las variables Cálculo Exacto y Subitización no cumplen con el supuesto de normalidad ( $p < 0.001$ ), lo que sugiere distribuciones sesgadas o efectos de techo. Por el contrario, las variables Sentido Numérico y Estimación no presentan diferencias estadísticamente significativas respecto a la distribución normal, lo que valida el uso de procedimientos paramétricos para su análisis. La consistencia en la no normalidad de la variable Subitización refuerza hallazgos previos sobre su baja variabilidad interindividual.

**Tabla 9**

*Estadísticos Descriptivos y Prueba de Normalidad Kolmogórov-Smirnov. Grupo de Matemática. Niveles 1 y 2 (N=60)*

	Media	Mediana	DE	Min	Max	Asimetría	K-S <i>p</i>
CE	21.50	20.00	8.48	7	49	1.057	.001
SN	60.42	60.00	8.81	40	81	0.082	.200
Sub	23.47	24.00	0.91	21	24	-1.639	.001
Est	36.95	36.00	8.33	19	57	0.228	.986

### 3.2. Estudio correlacional

#### 3.2.1. Para el nivel 1 de estudio (N = 112)

La Tabla 10 presenta los coeficientes de correlación de Spearman entre las variables Cálculo Exacto, Sentido Numérico, Subitización y Estimación, en estudiantes de Nivel 1. Los resultados indican correlaciones significativas y positivas entre Cálculo Exacto y Sentido Numérico ( $r = .34, p < .001$ ), así como entre Cálculo Exacto y Estimación ( $r = .37, p < .001$ ). Asimismo, se observa una fuerte correlación entre Sentido Numérico y Estimación ( $r = .98, p < .001$ ), lo cual sugiere un alto grado de asociación entre estas habilidades. Subitización, por otro lado, muestra una correlación significativa, pero de menor magnitud con Sentido Numérico ( $r = .46, p < .001$ ), y con Estimación ( $r = .31, p < .001$ ). No se encontraron correlaciones significativas entre Subitización y Cálculo Exacto ( $p < .56$ ), lo cual sugiere que estas habilidades pueden operar de forma relativamente independiente en esta muestra. En conjunto, los resultados reflejan un patrón de interrelación consistente entre las variables Sentido Numérico, Estimación y Cálculo Exacto, mientras que la Subitización, no muestra vinculación al Cálculo Exacto.

**Tabla 10**

*Coefficientes de Correlación de Spearman. Nivel 1 (N=112)*

	CE	SN	Subitización	Estimación
CE	-	.34*	-.06	.37*
SN		-	.46*	.98*
Subitización			-	.31*
Estimación				-

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico

\* $p < .001$

#### a. Correlación parcial para Nivel 1

La Tabla 11 presenta los coeficientes de correlación parcial entre las variables Cálculo Exacto, Sentido Numérico, Subitización y Estimación, controlando por edad, sexo y área profesional en estudiantes del Nivel 1. Al controlar estas variables, se mantiene una correlación positiva y significativa entre Cálculo Exacto y Sentido

Numérico ( $r = .31, p < .001$ ), así como entre Cálculo Exacto y Estimación ( $r = .36, p < .001$ ), lo que sugiere una relación robusta entre estas habilidades incluso tras eliminar el efecto de las covariables. Asimismo, Sentido Numérico muestra una fuerte correlación con Estimación ( $r = .98, p < .001$ ) y una relación moderada con Subitización ( $r = .47, p < .001$ ). Subitización, en cambio, no se relaciona significativamente con Cálculo Exacto ( $p < .333$ ), aunque sí mantiene una correlación positiva con Estimación ( $r = .28, p < .003$ ). Estos resultados confirman que, al controlar variables demográficas y profesionales, se conserva un patrón de asociación entre las habilidades numéricas complejas, mientras que la Subitización continúa mostrando una vinculación más limitada, reforzando su carácter como una habilidad más básica y menos influenciada por contextos educativos.

**Tabla 11**  
Coeficientes de Correlación Parcial. Nivel 1

	CE	SN	Subitización	Estimación
CE	-	.31	-.09	.36**
SN		-	.47**	.98**
Subitización			-	.28*
Estimación				-

Nota. Variables de control: Edad, sexo y área profesional. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico  
\* $p < .01$ . \*\* $p < .001$

## b. Por área profesional Nivel 1

- **Área de Letras (N=56)**

La Tabla 12 muestra los coeficientes de correlación de Spearman entre las variables Cálculo Exacto, Sentido Numérico, Subitización y Estimación en estudiantes del área de Letras. De forma general se observa correlación positiva, baja y marginal entre Cálculo Exacto y Sentido Numérico ( $r = .25, p < .061$ ). Por otra parte, los resultados muestran correlaciones significativas entre Cálculo Exacto y Estimación ( $r = .30, p < .024$ ), lo cual indica una relación positiva moderada entre ambas habilidades. No obstante, la correlación entre Cálculo Exacto y Subitización no alcanza significancia estadística ( $p = 0.47$ ), sugiriendo una relación débil o nula entre estas variables. Por otro lado, se encuentra una fuerte correlación positiva entre Sentido Numérico y Estimación ( $r = .97, p < .001$ ), así como una correlación significativa entre Sentido Numérico y Subitización ( $r = .49, p < .001$ ), lo que evidencia un grado considerable de asociación entre estas

habilidades. Finalmente, Subitización también muestra una correlación significativa con Estimación ( $r = .29, p < .028$ ), aunque de menor magnitud. En conjunto, los resultados reflejan un patrón de asociación entre las variables cognitivas más complejas (Sentido Numérico y Estimación), mientras que Subitización mantiene relaciones significativas, pero más débiles, dentro del perfil de estudiantes del área de Letras.

**Tabla 12**

*Coefficientes de Correlación de Spearman. Área de Letras (N=58)*

	CE	SN	Subitización	Estimación
CE	-	.25	-.10†	.30*
SN		-	.49**	.97**
Subitización			-	.29*
Estimación				-

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico  
\* $p < .05$ . \*\* $p < .001$

- **Área de Administración (N=28)**

La Tabla 13 muestra los coeficientes de correlación de Spearman entre las variables Cálculo Exacto, Sentido Numérico, Subitización y Estimación en estudiantes del área de Administración. En primer lugar, la data muestra correlación positiva baja entre Cálculo Exacto y el Sentido Numérico pero que no alcanza el nivel de significancia ( $r = .28, p < .145$ ). Por otra parte, se observa una correlación negativa y significativa entre Cálculo Exacto y Subitización ( $r = -.40, p < .036$ ), lo que sugiere que a mayores niveles de Subitización, el desempeño en Cálculo Exacto tiende a disminuir. También se identifica una correlación positiva moderada entre Cálculo Exacto y Estimación ( $r = .33$ ), aunque marginal ya que esta no alcanza significación estadística ( $p < .088$ ).

**Tabla 13**

*Coefficientes de Correlación de Spearman. Área de Administración (N=28)*

	CE	SN	Subitización	Estimación
CE	-	.28†	-.40*	.33†
SN		-	.18†	.97**
Subitización			-	-.05†
Estimación				-

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico  
\* $p < .05$ . \*\* $p < .001$

- **Área de Matemática (N=28)**

La Tabla 14 muestra los coeficientes de correlación de Spearman entre las variables Cálculo Exacto, Sentido Numérico, Subitización y Estimación en estudiantes del área de Matemática. Se observa una correlación positiva y significativa entre Cálculo Exacto y Sentido Numérico ( $r = .41, p < .032$ ), así como entre Cálculo Exacto y Estimación ( $r = .37, p < .05$ ), lo que indica una asociación moderada entre estas habilidades, alineada con la naturaleza de los procesos numéricos que implican razonamiento lógico y cuantitativo. La correlación más fuerte se da entre Sentido Numérico y Estimación ( $r = .99, p < .001$ ), lo cual reafirma el vínculo estrecho entre ambas habilidades en esta área profesional. Este resultado sugiere que, a mayor desarrollo del Sentido Numérico, mejor desempeño se observa en tareas de Estimación. En contraste, las correlaciones de Subitización con el resto de las variables no son estadísticamente significativas ( $p > .05$  en todos los casos), lo cual sugiere que esta parece operar de manera independiente respecto a las otras variables de estudio. Estos hallazgos destacan un patrón claro en el que las habilidades superiores de procesamiento numérico (Cálculo Exacto, Sentido Numérico y Estimación) están altamente relacionadas entre sí, mientras que la Subitización no presenta asociaciones significativas dentro del grupo de estudiantes del área de Matemática.

**Tabla 14**

*Coefficientes de Correlación de Spearman Área de Matemática (N=28)*

	CE	SN	Subitización	Estimación
CE	-	.41*	.16	.37*
SN		-	.37	.99**
Subitización			-	.289
Estimación				-

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico

\* $p < .05$ . \*\* $p < .001$ .

### **3.2.2. Estudio correlación para Nivel 2 (N=32)**

La Tabla 15 presenta los coeficientes de correlación de Spearman entre Cálculo Exacto, Sentido Numérico, Subitización y Estimación en estudiantes del Nivel 2. Se evidencian correlaciones medias, positivas y estadísticamente significativas entre Cálculo Exacto y Sentido Numérico ( $r = .48, p < .006$ ), así como entre Cálculo Exacto y Estimación ( $r = .47, p < .007$ ). Estos resultados sugieren que ambas habilidades están asociadas al desempeño en tareas de cálculo, lo cual es consistente con su naturaleza

compartida de procesamiento numérico complejo. De igual forma, se observa una fuerte correlación entre Sentido Numérico y Estimación ( $r = .99, p < .001$ ), lo que evidencia un vínculo estrechamente funcional entre ambas dimensiones. Asimismo, Sentido Numérico correlaciona de forma significativa con Subitización ( $r = .46, p < .008$ ), aunque con una magnitud moderada. Por su parte, Subitización muestra una relación significativa con Estimación ( $r = .39, p < .027$ ), lo cual sugiere que incluso esta habilidad más básica puede guardar cierta conexión con tareas numéricas de mayor complejidad, al menos en este nivel educativo. En conjunto, los resultados revelan un patrón de relaciones positivas y significativas entre las habilidades numéricas evaluadas, con especial énfasis en la alta asociación entre Sentido Numérico y Estimación, lo que podría reflejar una integración funcional más sólida en estudiantes con mayor formación académica en el área.

**Tabla 15**

*Coefficientes de correlación de Spearman. Nivel 2 (N=32)*

	CE	SN	Subitización	Estimación
CE	-	.48*	.31	.47*
SN		-	.46*	.99**
Subitización			-	.39*
Estimación				-

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico

\* $p < .01$ . \*\* $p < .001$ .

La Tabla 16 presenta los coeficientes de correlación parcial entre Cálculo Exacto, Sentido Numérico, Subitización y Estimación, controlando las variables edad y sexo en estudiantes del Nivel 2. Los resultados muestran que la correlación entre Cálculo Exacto y Sentido Numérico es positiva, de intensidad media y significativa ( $r = .51, p < .004$ ), así como entre Cálculo Exacto y Estimación ( $r = .51, p < .004$ ), estas se mantienen estadísticamente significativas incluso al controlar los efectos de las variables sociodemográficas, lo cual resalta la solidez de estas asociaciones. Del mismo modo, Sentido Numérico mantiene correlaciones significativas con Subitización ( $r = .43, p < .019$ ) y, de manera especialmente alta, con Estimación ( $r = .99, p < .001$ ). Esta última relación sugiere una casi total dependencia funcional entre ambas habilidades, incluso cuando se controla por edad y sexo, indicando que Estimación podría estar mediada casi directamente por la competencia en Sentido Numérico. Por otro lado, aunque Subitización muestra una correlación positiva con Cálculo Exacto ( $r = .30$ ), esta no alcanza significancia estadística ( $p < .108$ ), lo que podría estar asociado a un efecto de

techo o a una variabilidad limitada en esta habilidad dentro del grupo. No obstante, sí se evidencia una asociación significativa entre Subitización y Estimación ( $r = .363$ ,  $p < .049$ ), lo cual refuerza la idea de que esta habilidad básica sigue desempeñando un rol en el procesamiento numérico más complejo, aunque de forma moderada. En conjunto, los resultados revelan que las relaciones entre habilidades numéricas superiores son consistentes y significativas aun al controlar variables personales, mientras que la Subitización mantiene asociaciones más acotadas, pero no irrelevantes, dentro del perfil cognitivo de los estudiantes del Nivel 2.

**Tabla 16**

*Coefficientes de Correlación Parcial. Muestra nivel 2 (N=32)*

	CE	SN	Subitización	Estimación
CE	-	.51**	.30	.51**
SN		-	.43*	.99***
Subitización			-	.36*
Estimación				-

Nota. Variables por controlar: Edad y sexo. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico  
\* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ . \*\*\* $p < .001$ .

### 3.2.3. Estudio correlación para el área de Matemática Niveles 1 y 2 (N=60)

La Tabla 17 presenta los coeficientes de correlación de Spearman entre las variables Cálculo Exacto, Sentido Numérico, Subitización y Estimación en estudiantes del área de Matemática pertenecientes a los niveles 1 y 2. Se evidencian correlaciones positivas y significativas entre Cálculo Exacto y Sentido Numérico ( $r = .54$ ,  $p < .001$ ), así como entre Cálculo Exacto y Estimación ( $r = .53$ ,  $p < .001$ ), lo que sugiere una fuerte asociación entre estas habilidades numéricas complejas. Sentido Numérico, por su parte, mantiene una relación significativa con Estimación ( $r = .99$ ,  $p < .001$ ), reflejando un vínculo casi directo entre ambas competencias. También se observa una correlación significativa, aunque de menor magnitud, entre Sentido Numérico y Subitización ( $r = .38$ ,  $p < .003$ ), lo que podría indicar un rol complementario de la Subitización en el desarrollo de habilidades numéricas superiores. Asimismo, Cálculo Exacto muestra una correlación positiva y significativa con Subitización ( $r = .24$ ,  $p < .063$ ), aunque en este caso el valor de  $p$  está levemente por encima del umbral tradicional de significancia (.05), por lo que debe interpretarse con cautela. Por otro lado, la relación entre Subitización y

Estimación, aunque positiva, es estadísticamente significativa a un nivel más conservador ( $r = .30, p < .019$ ), lo que refuerza el papel potencial de la Subitización como base funcional para la estimación en contextos más complejos. En conjunto, los resultados refuerzan la robustez de la interrelación entre las habilidades superiores del procesamiento numérico (Sentido Numérico, Estimación y Cálculo Exacto), al tiempo que destacan una contribución más moderada pero relevante de la Subitización en el desempeño matemático de los estudiantes de esta área.

**Tabla 17**

*Coefficientes de Correlación de Spearman Área de Matemática Niveles 1 y 2 (N=60)*

	CE	SN	Subitización	Estimación
CE	-	.539***	.241	.528***
SN		-	.378**	.992***
Subitización			-	.302*
Estimación				-

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico  
 \* $p < .05$ . \*\* $p < .01$ . \*\*\* $p < .001$ .

La Tabla 18 muestra los coeficientes de correlación parcial entre Cálculo Exacto, Sentido Numérico, Subitización y Estimación, en estudiantes del área de Matemática pertenecientes a los niveles 1 y 2, controlando por variables sociodemográficas como edad y sexo. Los resultados evidencian que las correlaciones entre Cálculo Exacto y Sentido Numérico ( $r = .468, p < .001$ ), así como entre Cálculo Exacto y Estimación ( $r = .46, p < .001$ ), se mantienen significativas luego de controlar dichas variables, lo que indica la solidez de estas asociaciones funcionales. De igual modo, se mantiene una correlación altamente significativa entre Sentido Numérico y Estimación ( $r = .98, p < .001$ ), lo que sugiere que la competencia en estimación numérica continúa dependiendo casi directamente del desarrollo del sentido numérico, incluso al eliminar el efecto de factores externos como edad o género. En contraste, Subitización no presenta una correlación significativa con Cálculo Exacto ( $p < .123$ ), aunque sí mantiene asociaciones significativas con Sentido Numérico ( $r = .49, p < .001$ ) y con Estimación ( $r = .36, p < .005$ ). Estas relaciones, aunque de menor magnitud, siguen indicando que la Subitización puede tener un rol complementario en el procesamiento numérico complejo, particularmente en la estimación. En conjunto, los resultados confirman que, dentro del grupo de estudiantes de matemática, las habilidades superiores de procesamiento numérico están fuertemente interrelacionadas, y que la Subitización conserva una

relevancia funcional, aunque más discreta, incluso al controlar por variables sociodemográficas.

**Tabla 18**

*Coefficientes de Correlación Parcial. Área de Matemática. Niveles 1 y 2 (N=60)*

	CE	SN	Subitización	Estimación
CE	-	.47**	.215	.46**
SN		-	.49**	.98**
Subitización			-	.36*
Estimación				-

Nota. CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico

\* $p < .01$ . \*\* $p < .001$ .

### 3.3. Estudio comparativo

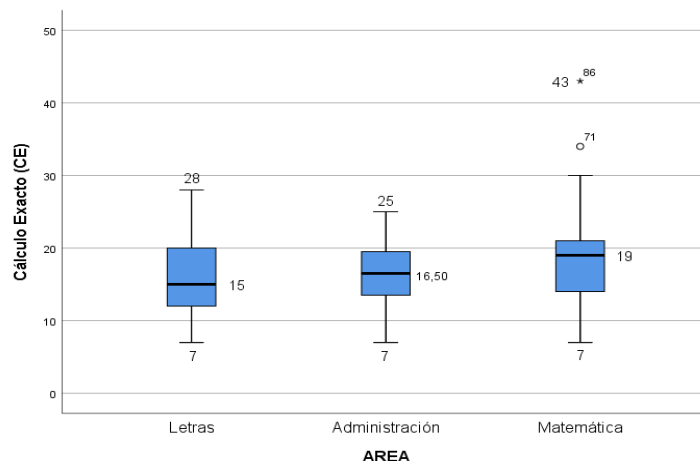
#### 3.3.1. Estudio comparativo por variables de investigación entre áreas profesionales en el Nivel 1

##### a. Para Cálculo Exacto

En la Figura 2 se observan los puntajes alcanzados para CE por área profesional. En ella se observa que el área de Administración muestra menor dispersión de sus datos (Max = 25; Min = 7), seguida por la de Letras (Max = 28; Min = 7), y por último Matemática presenta mayor dispersión (Max = 43; Min = 7); en tanto Matemática muestra mediana mayor (Md = 19) que la de Administración (16.5) y esta que la de Letras (Md = 15); en tanto la posición de la mediana en Matemática y con valor más alto, cercana al límite superior de la caja con sesgo hacia valores bajos; y los de Letras con mediana cercana al límite inferior cercano al primer cuartil con sesgo hacia valores altos; y los de Administración con una distribución simétrica, a primera vista; pero el área de Matemática con valores Max = 25 y Min = 7 muestra mejor rendimiento en cálculo exacto que las otras dos áreas.

**Figura 2**

*Gráfico de Cajas para Nivel 1. Cálculo Exacto por área profesional (N=112)*



La Tabla 19 presenta un análisis comparativo entre distintas áreas profesionales (Letras, Administración y Matemática) en relación con su desempeño en la variable Cálculo Exacto, utilizando la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis. Este tipo de prueba es adecuada cuando se desea comparar más de dos grupos independientes y no se cumple el supuesto de normalidad de los datos. Se obtuvo un resultado no significativo en la prueba de Kruskal-Wallis ( $H = 4.293$ ,  $p < .117$ ). Dado que este valor es mayor al umbral convencional de 0,05, no se evidencian diferencias estadísticamente significativas en los puntajes medianos de Cálculo Exacto entre las áreas profesionales analizadas. No obstante, al observar las medianas: Letras: 15, Administración: 16.50 y Matemática: 19. Se aprecia una tendencia ascendente en los puntajes medianos desde el área de Letras hacia Matemática. Esto sugiere que, aunque no significativo desde el punto de vista estadístico, los estudiantes de Matemática tienden a obtener mejores resultados en esta variable que los de aquellos de Administración, y estos que los de Letras. Sin embargo, debido al resultado de la prueba estadística, dicha diferencia debe ser interpretada con cautela, ya que podría deberse al azar o a otras variables no controladas.

**Tabla 19**

*Análisis comparativo por área profesional para Cálculo Exacto mediante Prueba Kruskal-Wallis*

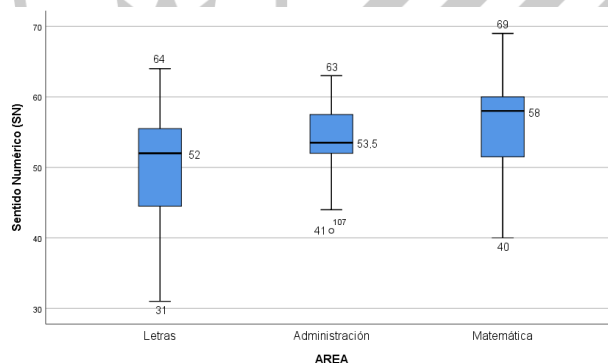
Área profesional	Estadístico de prueba	$p$ Asintótica (prueba bilateral)	N	Mediana
	4.293	.117		
Letras			56	15.00
Administración			28	16.50
Matemática			28	19.00

## b. Para Sentido Numérico

En la Figura 3 se visualizan los puntajes obtenidos en Sentido Numérico (SN) según el área profesional. El área de Letras presenta una mayor dispersión de los datos (Min = 31; Max = 64), con una mediana de 52, lo cual indica una tendencia central ligeramente inferior a la de las otras áreas. El área de Administración muestra una menor dispersión (Min = 41; Max = 63) y una mediana más elevada (Md = 53.5), lo que sugiere un rendimiento algo más consistente. Finalmente, el área de Matemática evidencia la mediana más alta (Md = 58), con un rango de valores que va de 40 a 69, lo que sugiere un mejor desempeño en sentido numérico respecto a las demás áreas. Asimismo, la posición de las medianas y la simetría de las cajas indican una distribución más favorable en Matemática y Administración, mientras que en Letras se observa una mayor variabilidad en los resultados.

**Figura 3**

*Gráfico de Cajas por Área Profesional para Sentido Numérico (N=112)*



La Tabla 20 presenta un análisis comparativo entre tres áreas profesionales (Letras, Administración y Matemática) respecto a la variable Sentido Numérico, utilizando la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis, la cual permite evaluar diferencias en la distribución de rangos entre más de dos grupos independientes. Se obtuvo un resultado significativo en la prueba de Kruskal-Wallis ( $H = 11.978$ ,  $p < ,003$ ), lo cual indica que existen diferencias estadísticamente significativas entre los grupos, ya que el valor de  $p$  es menor a  $.05$ . Esto sugiere que al menos uno de los grupos difiere

significativamente de los otros en términos de su desempeño en Sentido Numérico. Además, se reporta un tamaño del efecto moderado ( $\mathcal{E}^2 = .092$ ), según los criterios convencionales (donde valores cercanos a .01 se consideran pequeños, .06 moderados y .14 grandes). Este dato aporta información sobre la magnitud de la diferencia observada, más allá de su significancia estadística. Respecto a las medianas por área profesional: Letras ( $Md = 52$ ), Administración ( $Md = 53.50$ ) y Matemática ( $Md = 58$ ), se observa una tendencia clara donde los estudiantes del área de Matemática presentan el mayor puntaje mediano, seguidos por Administración y luego Letras. Esta distribución respalda la significancia estadística encontrada, indicando que el área de formación profesional influye en el desarrollo del Sentido Numérico, siendo más elevado en aquellos con formación matemática. En resumen, los resultados muestran que el área profesional está asociada significativamente con el nivel de Sentido Numérico, con una diferencia de magnitud moderada, y con mejores desempeños observados en estudiantes del área de Matemática.

**Tabla 20**

*Análisis comparativo por área profesional para Sentido Numérico. Prueba de Kruskal-Wallis*

Área profesional	Estadístico de prueba	$p$ Asintótica (prueba bilateral)	Tamaño del efecto ( $\mathcal{E}^2$ )	N	Mediana
Letras	11.978	.003	.092	56	52.00
Administración				28	53.50
Matemática				28	58.00

La Tabla 21 muestra los resultados del análisis post-hoc realizado mediante la prueba de Bonferroni, con el objetivo de identificar entre qué pares de áreas profesionales se presentan diferencias significativas en la variable Sentido Numérico, tras haberse encontrado un resultado global significativo en la prueba de Kruskal-Wallis (ver Tabla 20). Se presentan las comparaciones por pares, Letras vs. Administración, Letras vs. Matemáticas y Matemática vs. Administración. Para la comparación de Letras vs. Administración el estadístico de la prueba ( $Z = -13.411$ ,  $p < .222$ ) indica que no existe una diferencia estadísticamente significativa entre estas dos áreas en cuanto al Sentido Numérico tras el ajuste de Bonferroni. Entre las áreas de Letras vs. Matemática el estadístico de la prueba ( $Z = -25.446$ ,  $p < .002$ ) indica que existe una diferencia estadísticamente significativa entre estas dos áreas en cuanto al Sentido Numérico tras el ajuste de Bonferroni, asimismo el tamaño del efecto de esta diferencia es moderado ( $\mathcal{E}^2 =$

.092). Para el caso de Administración vs. Matemática el estadístico de la prueba ( $Z = -12.036$ ,  $p < .165$ ) indica que no existe una diferencia estadísticamente significativa entre estas dos áreas en cuanto al Sentido Numérico tras el ajuste de Bonferroni. En conclusión, los resultados del análisis post-hoc indican que solo existe una diferencia significativa en Sentido Numérico entre los estudiantes de Letras y Matemáticas, siendo estos últimos quienes presentan puntuaciones superiores. No se encontraron diferencias significativas entre Letras y Administración ni entre Administración y Matemáticas, luego de aplicar la corrección de Bonferroni. Estos hallazgos refuerzan la influencia del área de formación profesional, especialmente del área matemática, en el desarrollo del Sentido Numérico.

**Tabla 21**

*Comparación por área profesional para Sentido Numérico mediante Prueba Post-Hoc de Bonferroni*

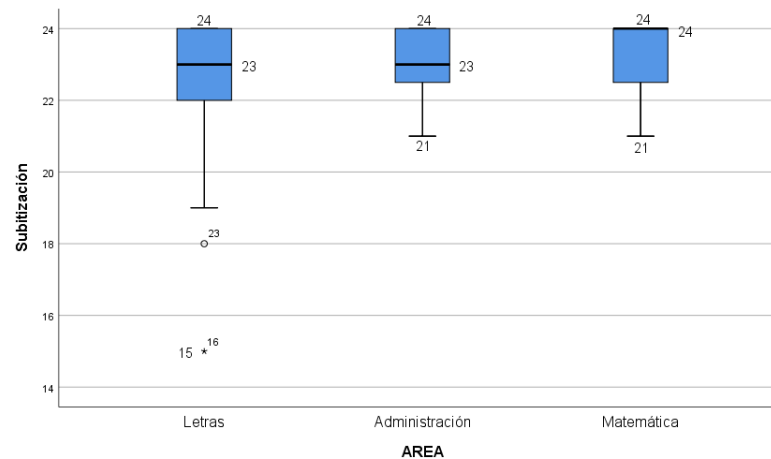
Áreas profesionales	Estadístico de prueba	$p$	$p$ ajustada
Letras-Administración	-13.411	.074	.222
Letras-Matemáticas	-25.446	.001	.002
Matemática-Administración	-12.036	.165	.495

### c. Para Subitización

En la Figura 4 se presentan los puntajes de subitización según el área profesional. Se observa que las áreas de Administración y Matemática muestran una dispersión reducida (Min = 21; Max = 24), mientras que el área de Letras presenta una mayor variabilidad (Min = 15; Max = 24), incluyendo valores atípicos. Las medianas son muy similares entre las tres áreas (Md = 23 en Letras y Administración; Md = 24 en Matemática), lo que indica un rendimiento alto y comparable en esta habilidad. Sin embargo, la presencia de valores atípicos en el área de Letras podría señalar una mayor heterogeneidad en el rendimiento de los participantes de esa área.

**Figura 4**

*Gráfico de Cajas por Área Profesional para Subitización (N=112)*



La Tabla 22 presenta un análisis comparativo entre distintas áreas profesionales (Letras, Administración y Matemática) respecto a la variable Subitización, mediante la aplicación de la prueba de Kruskal-Wallis, una técnica no paramétrica utilizada para comparar más de dos grupos independientes cuando no se asume normalidad en la distribución de los datos. El estadístico de prueba evidencia no diferencia significativa ( $H = 5.354, p < .069$ ) entre las áreas profesionales en los puntajes obtenidos en la tarea de subitización, siendo las medianas de Letras ( $Md = 23$ ), Administración ( $Md = 23$ ) y de Matemática ( $Md = 24$ ) semejantes entre ellas. En conclusión, aunque los estudiantes de Matemática tienden a mostrar un rendimiento ligeramente superior en la tarea de subitización, los resultados del análisis no permiten concluir que existan diferencias significativas entre las áreas profesionales evaluadas. Por tanto, el área profesional no parece influir de manera estadísticamente significativa en el desempeño de subitización, al menos en los datos analizados.

**Tabla 22**

*Análisis Comparativo por Área Profesional para Subitización-Prueba Kruskal-Wallis*

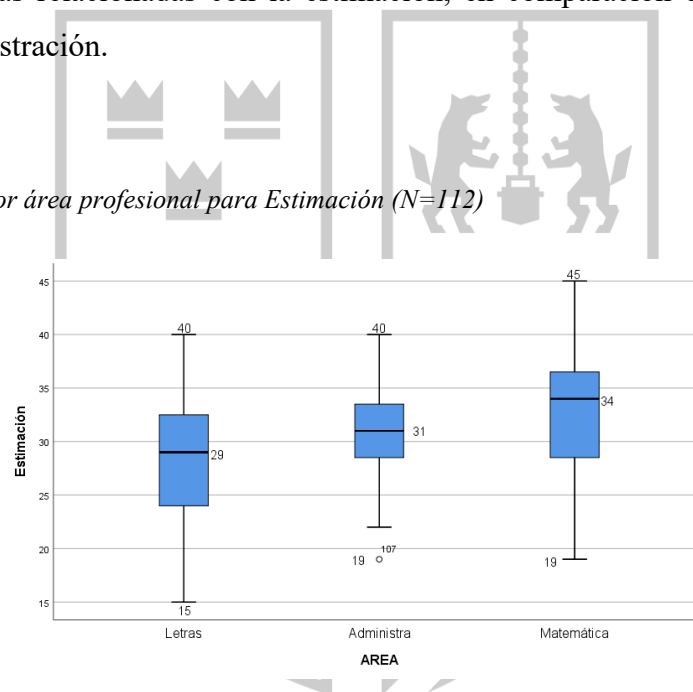
Área profesional	Estadístico de prueba	$p$ Asintótica (prueba bilateral)	N	Mediana
	5.354	.069		
Letras			56	23.00
Administración			28	23.00
Matemática			28	24.00

#### d. Para Estimación

En la Figura 5 se representan los puntajes obtenidos en la variable Estimación, distribuidos según el área profesional de procedencia. Se observa que los participantes del área de Matemática presentan un mejor desempeño, reflejado en una mediana de 34, ubicada cerca del límite superior de la caja, lo que sugiere una concentración de puntajes elevados y una ligera asimetría hacia valores bajos (mínimo = 19). En el caso del área de Letras, la mediana es de 29 y se encuentra también desplazada hacia el extremo superior de la caja, evidenciando una distribución sesgada hacia valores bajos (mínimo = 15). Por su parte, el área de Administración presenta una mediana de 31, ubicada en el centro de la caja, lo que indica una distribución más simétrica en los puntajes. En conjunto, estos datos permiten inferir que el grupo de Matemática tiende a mostrar un rendimiento superior en tareas relacionadas con la estimación, en comparación con los grupos de Letras y Administración.

**Figura 5**

*Gráfico de Cajas por área profesional para Estimación (N=112)*



La Tabla 23 muestra los resultados del análisis comparativo entre diferentes áreas profesionales respecto a la variable Estimación, empleando la prueba ANOVA de un factor. Este análisis tiene como finalidad determinar si existen diferencias estadísticamente significativas en los puntajes de estimación entre los grupos profesionales considerados (N = 112). La Prueba de Levene (homogeneidad de varianzas) cumple el supuesto de homogeneidad de varianzas ( $p < .212$ ) lo cual valida la aplicación del ANOVA paramétrico.

El estadístico de prueba ( $F = 5,940$ ,  $p < .004$ ) indica que existen diferencias estadísticamente significativas en los puntajes de estimación entre al menos dos de las

áreas profesionales. Este valor  $p$ , al ser menor al umbral de .05, permite rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias. Por otra parte, el valor del Tamaño del efecto ( $\xi^2 = 0.09$ ) es moderado según los estándares convencionales (donde  $\sim 0.01$  es pequeño,  $\sim 0.06$  moderado y  $> 0.14$  grande). Esto indica que el área profesional explica una proporción moderada de la varianza en los puntajes de estimación, lo cual tiene relevancia práctica además de estadística. En conclusión, los resultados del análisis ANOVA indican que existen diferencias estadísticamente significativas en los niveles de estimación según el área profesional, con un tamaño del efecto moderado. Esto sugiere que la formación profesional podría influir en el desarrollo de habilidades de estimación, y que dichas diferencias no se deben al azar. Con el fin de establecer entre que áreas profesionales se presentan esta diferencia significativa de intensidad moderada se realiza un análisis post-hoc.

**Tabla 23**

*Análisis comparativo por Área Profesional para Estimación -Prueba ANOVA (N=112)*

	Prueba de Levene		ANOVA		Tamaño del efecto
	Estadístico	$p$	F	$p$	$\xi^2$
Estimación	1,574	,212	5,940	.004	0,09

El análisis post-hoc en la Tabla 24 indica que solo existe una diferencia significativa en el desempeño en estimación entre los estudiantes de Letras y Matemática (Diferencia de medias = -4.875,  $p < .003$ ) y el tamaño del efecto ( $\xi^2 = 0,09$ ) entre ellas es mediano, siendo los de matemática quienes presentan mejores resultados. Las diferencias entre Letras y Administración (Diferencia de medias = -2.589,  $p < .108$ ), así como entre Matemática y Administración (Diferencia de medias = 2.286,  $p < .618$ ), no alcanzan significancia estadística tras el ajuste de Bonferroni. Estos hallazgos respaldan la influencia del área de formación profesional, en particular la matemática, en el desarrollo de habilidades de estimación cuantitativa.

**Tabla 24***Comparación por Área Profesional para Estimación. Prueba Post-Hoc de Bonferroni*

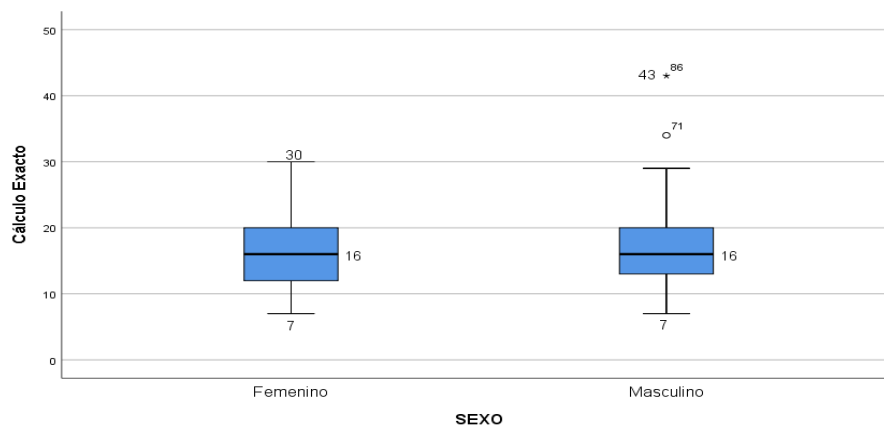
Áreas profesionales	Diferencias de medias	<i>p</i>
Letras-Administración	-2.589	.108
Letras-Matemáticas	-4.875	.003*
Matemática-Administración	2.286	.618

\**p* < .05

### 3.3.2. Estudio comparativo para variables de investigación por sexo del Nivel 1

#### a. Para Cálculo Exacto

La Figura 6 muestra los puntajes obtenidos en la variable Cálculo Exacto según el sexo de los participantes. Se observa que tanto el grupo femenino como el masculino presentan la misma mediana (Md = 16), lo cual sugiere una similitud en el desempeño general entre ambos sexos. No obstante, el grupo masculino exhibe mayor dispersión en sus puntajes, con valores atípicos hacia el extremo superior (43, 71 y 86), lo que indica que algunos varones alcanzaron rendimientos significativamente más altos que el resto del grupo. Por otro lado, el grupo femenino presenta una distribución más concentrada, con menor variabilidad y sin valores extremos.

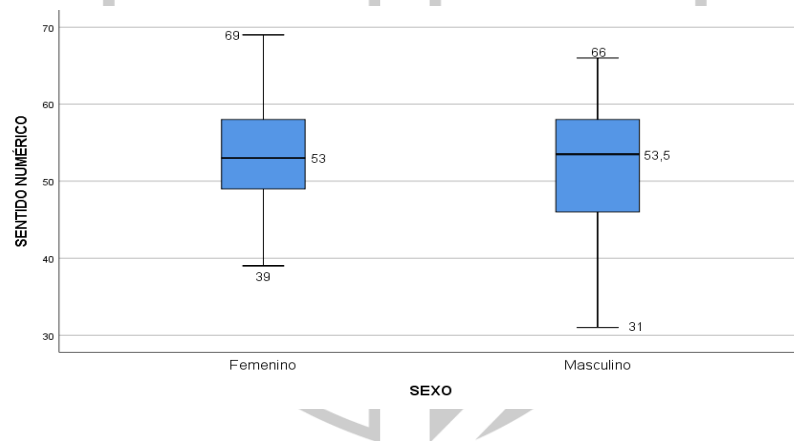
**Figura 6***Gráfico de Cajas por Sexo para Cálculo Exacto (N=112)*

### b. Para Sentido numérico

La Figura 7 muestra los puntajes obtenidos en la variable Sentido Numérico según el sexo de los participantes. Se aprecia que tanto el grupo femenino como el masculino presentan medianas similares ( $Md = 53$  y  $Md = 53.5$ , respectivamente), lo que sugiere un rendimiento comparable en esta habilidad. No obstante, el grupo masculino evidencia una mayor dispersión, con un rango más amplio (mínimo = 31, máximo = 66), mientras que en el grupo femenino los puntajes se concentran en un intervalo más acotado (mínimo = 39, máximo = 69). Esta diferencia en la dispersión podría indicar una mayor heterogeneidad en el desempeño de los varones. En conjunto, los resultados sugieren que el nivel general de sentido numérico es equivalente entre ambos sexos, aunque con una mayor variabilidad en los puntajes masculinos.

**Figura 7**

Gráfico de Cajas Numérico por Sexo para Sentido ( $N=112$ )



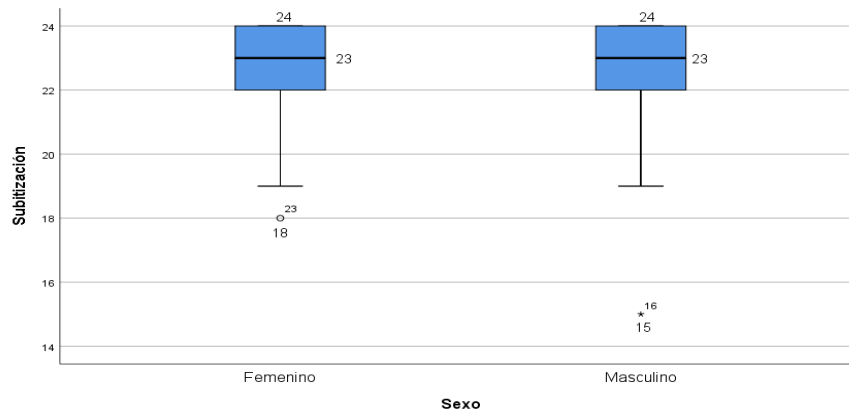
### c. Para Subitización

La Figura 8 presenta los puntajes en la variable Subitización según el sexo de los participantes. Se observa que tanto el grupo femenino como el masculino tienen una mediana similar ( $Md = 23$ ), con límites superiores casi idénticos (máximo = 24), lo cual sugiere un rendimiento elevado y homogéneo en ambos grupos. Sin embargo, se identifican diferencias en los valores mínimos: el grupo femenino tiene un mínimo de 18, mientras que el grupo masculino registra valores atípicos más bajos (15 y 16). Esta diferencia indica una leve mayor dispersión entre los hombres. En general, los resultados

evidencian un desempeño comparable en subitización entre ambos sexos, con un ligero sesgo hacia una mayor estabilidad en el grupo femenino.

**Figura 8**

*Gráfico de Cajas por Sexo para Subitización (N=112)*



La Tabla 25 muestra el análisis comparativo para CE, SN y subitización la prueba de U de Mann-Whitney para los grupos Femenino y Masculino el estadístico de prueba para cada uno de ellos, CE ( $U = 1599$ ,  $p < .857$ ), SN ( $U = 1536$ ,  $p < .852$ ) y *Subitización* ( $U = 1405$ ,  $p < .320$ ) indican no diferencias estadísticas significativas para ellas, por lo que no se rechaza la hipótesis nula de que las distribuciones son semejantes.

**Tabla 25**

*Comparación Sexo para Cálculo Exacto, Sentido Numérico y Subitización. Prueba U de Mann-Whitney (N=112)*

	U de Mann-Whitney	W de Wilcoxon	Z	p Asintótica (bilateral)
CE	1599.0	3195.0	.181	.857
SN	1536.0	3132.0	-.186	.852
Sub	1405.0	3001.0	-.994	.320

CE: Cálculo Exacto; SN: Sentido Numérico; Sub: Subitización  
Nivel de significancia 0.05

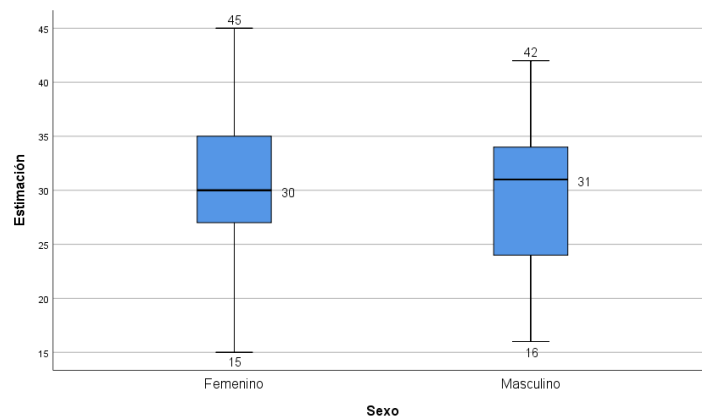
#### **d. Para Estimación**

En la Figura 9 se observan los puntajes alcanzados para Estimación por sexo; se observa que el grupo femenino muestra mayor dispersión (Max =4 5; Min = 15) en

relación con el grupo masculino (Max = 42; Min =16). La mediana del grupo masculino se sitúa cerca al límite superior de la caja con sesgo hacia valores bajos (Md = 31), en tanto la mediana del grupo femenino se sitúa cerca al límite inferior de la caja con sesgo hacia valores altos. También se observa que la caja Inter cuartil masculino presenta mayor dispersión que la femenina.

**Figura 9**

*Gráfico de Cajas por Sexo para Estimación (N=112)*



En relación con la variable Estimación, al mostrar sus datos distribución simétrica se utilizan estadísticos paramétricos. La Tabla 26 muestra los resultados; la prueba de Levene señaló varianzas semejantes para ambos grupos ( $p < .258$ ), el ANOVA, no evidencia diferencias significativas entre los grupos femenino y masculino ( $p > .05$ ).

**Tabla 26**

*Análisis Comparativo por Área Profesional para Estimación. Prueba ANOVA (N=112)*

	Prueba de Levene		ANOVA	
	Estadístico	<i>p</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
SN	1,294	.258	.477	.634

*Nota:* SN: Sentido Numérico

### 3.3.3. Estudio comparativo en el Nivel 2 (N=32)

Los resultados de la Tabla 27 indican no existencia de diferencias significativas entre los grupos masculino y femenino para las variables CE ( $p < .168$ ), SN ( $p < .479$ ), Subitización ( $p < .145$ ) y Estimación ( $p < .576$ ).

**Tabla 27***Estudio Comparativo en el Nivel 2 entre Grupos Masculino y Femenino (N=32)*

	CE U de Mann Whitney	SN t de Student	Subitización U de Mann Whitney	Estimación t de Student
<i>p</i>	.168	.479	.145	.576

### 3.3.4. Estudio comparativo en el área de matemática entre los Niveles 1 y 2

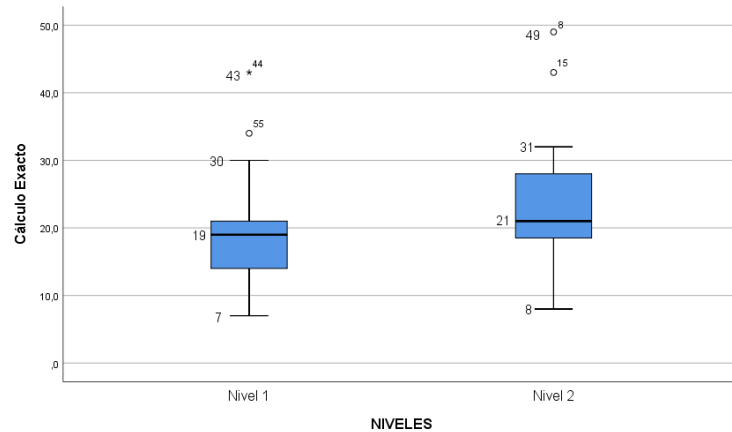
En esta parte, se busca establecer las posibles diferencias entre las puntuaciones en el grupo de matemáticas, pertenecientes tanto al nivel 1 de estudio, conformado por 28 estudiantes del primer semestre académico, y por 32 del cuarto semestre académico, que se caracterizan por pertenecer al tercio superior en sus calificaciones académicas. La Tabla 10 muestra distribuciones normales para SN y Estimación, pero no para CE y subitización; para las dos primeras se utilizaron pruebas paramétricas, en tanto para las segundas pruebas no paramétricas en el análisis comparativo.

#### a. Para Cálculo Exacto

La Figura 10 presenta los puntajes obtenidos en la variable Cálculo Exacto según los niveles 1 y 2 dentro del área de matemática. Se observa que el grupo del Nivel 2 obtiene una mediana superior ( $Md = 21$ ) en comparación con el Nivel 1 ( $Md = 19$ ), lo cual sugiere un mejor desempeño en tareas de cálculo por parte del Nivel 2. Además, los valores extremos de este son considerablemente más altos ( $máximo = 49$ ), mientras que el Nivel 1 presenta puntuaciones más bajas en general ( $mínimo = 7$ ). Asimismo, el Nivel 2 muestra una mayor dispersión de puntajes, incluyendo varios valores atípicos, lo que podría reflejar una mayor heterogeneidad en el rendimiento de los estudiantes de este grupo. En conjunto, los datos evidencian un mejor rendimiento en cálculo exacto por parte de los participantes del Nivel 2 respecto al Nivel 1.

**Figura 10**

Gráfico de Cajas por Nivel 1 y 2 para Cálculo Exacto del Área de Matemática (N=60)



En la Tabla 28 se presenta el análisis de contraste de medianas para CE mediante la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney, en ella se observa que la diferencia estadística entre ellas no es significativa ( $U = 327, p < .072$ ).

**Tabla 28**

Análisis Comparativo por Nivel de Estudio para Cálculo Exacto en el Área de Matemática. Prueba U de Mann-Whitney (N=60)

Área profesional	U de Mann-Whitney	p Asintótica (prueba bilateral)	N	Mediana
Nivel 1	327.00	.072	28	19.00
Nivel 2			32	21.00

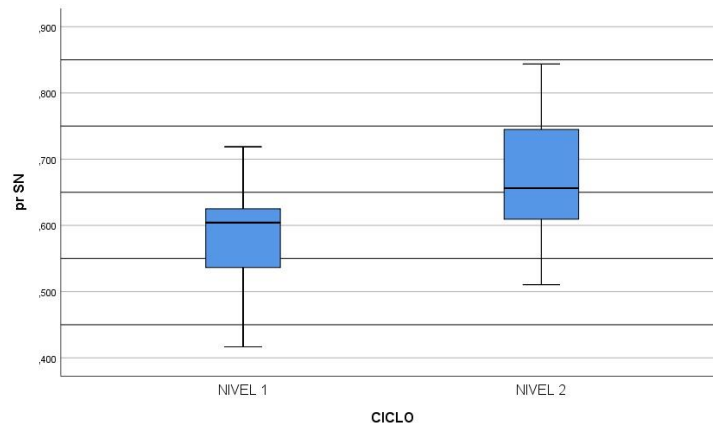
**b. Para Sentido Numérico**

La Figura 11 presenta los puntajes en la variable Sentido Numérico según los niveles 1 y 2 del área de matemática. Se aprecia una diferencia clara en los rangos de puntaje entre ambos niveles. El grupo del Nivel 2 muestra un mayor desempeño, con un rango de puntajes más elevado en comparación con el Nivel 1. Además, la caja del Nivel 2 está desplazada hacia valores superiores, lo que indica una tendencia general a puntajes más altos en este grupo. Por el contrario, el Nivel 1 presenta un rango más reducido y concentrado en valores intermedios, reflejando un rendimiento más moderado. Estos

resultados sugieren que los estudiantes del Nivel 2 tienden a desarrollar un sentido numérico más sólido que aquellos del Nivel 1.

**Figura 11**

*Gráfico de Cajas para Sentido Numérico por Niveles 1 y 2 del Área de Matemática (N=60)*



En la Tabla 29 se muestra el contraste de medias para los niveles 1 y 2, pertenecientes al área de matemática; la prueba de Levene indica varianzas semejantes ( $p > 05$ ), y la prueba t de Student señala diferencias estadísticas significativas en favor del nivel 2 ( $p < 05$ ), el tamaño del efecto indica que esta diferencia es grande (d Cohen = 0.99).

**Tabla 29**

*Análisis Comparativo por Nivel de Estudio para Sentido Numérico en el Área de Matemática. Prueba t de Student (N=60)*

	Prueba de Levene		Prueba t		Tamaño del efecto
	Estadístico F	p	t	p	d Cohen
SN	1.531	.221	3.840	.001	.895

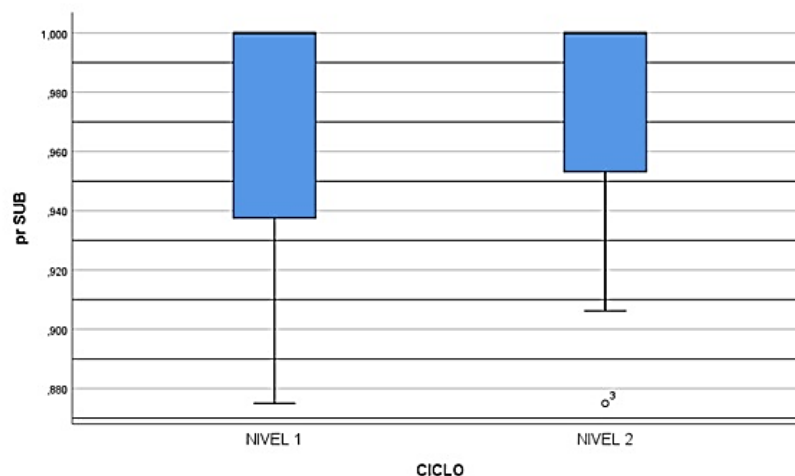
### c. Para Subitización

La Figura 12 muestra los puntajes en la variable Subitización según los niveles 1 y 2 del área de matemática. Se observa que ambos niveles presentan un desempeño elevado, con puntajes agrupados hacia el extremo superior del rango. Tanto el Nivel 1

como el Nivel 2 alcanzan el valor máximo del eje, lo que indica un desempeño óptimo en esta habilidad. La mediana de ambos grupos se ubica cerca del valor máximo, lo que evidencia una tendencia general a un alto rendimiento. Sin embargo, en el Nivel 2 se detecta la presencia de un valor atípico más bajo, lo que sugiere una ligera mayor variabilidad. En conjunto, los datos revelan que los estudiantes de ambos niveles muestran niveles comparables y sobresalientes de subitización.

**Figura 12**

*Gráfico de Cajas por Niveles 1 y 2 para subitización. Área de Matemática (N=60)*



En la Tabla 30 se muestra el análisis de contraste de distribución para subitización, ella no evidencia diferencias significativas entre los Niveles 1 y 2 ( $p > .05$ ).

**Tabla 30**

*Análisis Comparativo por Nivel 1 y 2 para Subitización. Área de Matemática. Prueba U de Mann-Whitney*

	U de Mann-Whitney	<i>p</i> Asintótica (prueba bilateral)	N	Mediana	Efecto del tamaño $\epsilon^2$
Nivel 1	387.50	.316	28	24	-
Nivel 2			32	24	

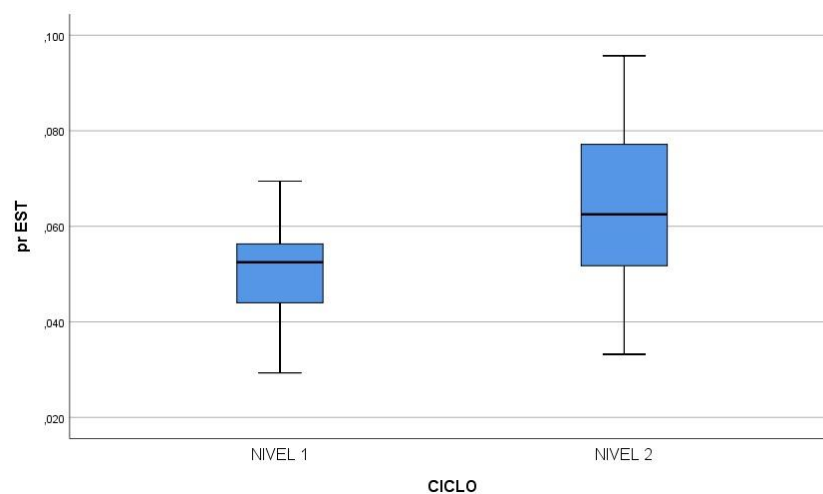
#### **d. Para Estimación**

La Figura 13 representa los puntajes en la variable Estimación dentro del área de matemática, diferenciados por nivel de estudio. Se observa que el grupo del Nivel 2

presenta una mayor mediana, así como una distribución más amplia y desplazada hacia valores más altos, en comparación con el Nivel 1. Los estudiantes del Nivel 1 presentan una distribución más concentrada, con menor dispersión y valores inferiores, lo cual podría reflejar un menor dominio de la habilidad de estimación. En contraste, el Nivel 2 muestra una caja más extendida y ubicada en un rango superior del eje, lo que sugiere una mejora en el desempeño en función del avance académico. Estos resultados indican que el Nivel 2 tiende a superar al Nivel 1 en cuanto al desarrollo de la habilidad de estimación.

**Figura 13**

*Gráfico de Cajas en el Área de Matemática por Nivel de Estudio para Estimación (N=60)*



Para el estudio de contraste de medias por Nivel de estudio se realizó mediante, la prueba de Levene para el análisis de varianza entre las muestras, la cual indicó que estas eran semejantes ( $F = 7.156, p < .010$ ), por lo cual se aplicó la prueba de Student para la comparación de medias, los resultados presentes en la Tabla 31, señalan diferencias significativas para la variable Estimación entre ambos grupos ( $t = -3.850, p < .000$ ), siendo el del nivel 2 significativamente mayor ( $M = 3.81$ ) que el del Nivel 1 ( $M = 25.71$ ). El tamaño del efecto indica que esta diferencia es grande ( $d = 0.877$ ).

**Tabla 31**

*Análisis Comparativo Niveles 1 y 2 de estudio para Estimación. Área de Matemática. Prueba t de Student (N=60)*

	Prueba de Levene		t de Student		Tamaño del efecto
	Estadístico F	p	t	p	d Cohen
SN	7.156	.010	-3.850	.001	.877

El estudio comparativo entre los grupos femenino y masculino que conforman el área de matemática tanto del Nivel 1 como del Nivel 2, no se evidenciaron diferencias estadísticas significativas entre ellos. mediante las pruebas U de Mann-Whitney para CE ( $Z = 0.175, p > .05$ ) y Subitización ( $Z = 0.155, p > .05$ ), y la prueba t de Student para SN ( $t = 0.947, p > .05$ ) y Estimación ( $t = 0.342, p > .05$ ).

### 3.4. Patrones comportamentales en la prueba de Sentido Numérico en el Nivel 1

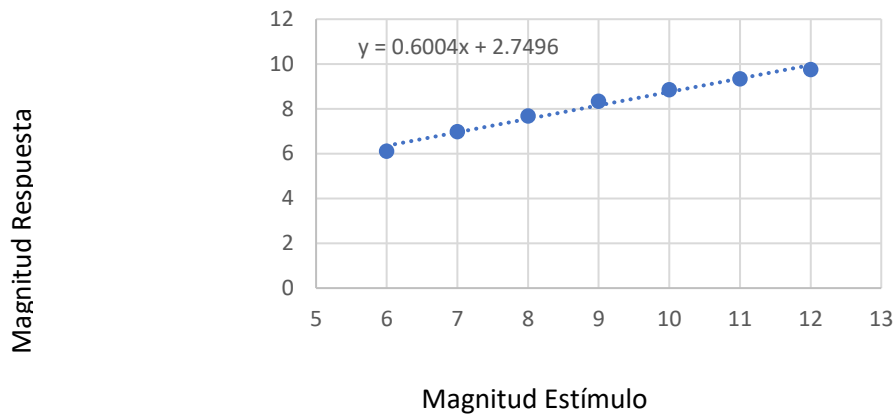
Las respuestas obtenidas en pruebas de SN deben seguir las leyes psicofísicas de variabilidad escalar (Krueger, 1982; Dehaene, & Marques, 2002; Pomé et al, 2019), las cuales presentamos a continuación.

#### 3.4.1. Patrón de variabilidad, a mayor numerosidad mayor es la media de las respuestas.

La Figura 14 muestra la relación lineal entre las magnitudes estímulo y las medias de las respuestas emitidas por los participantes. Se observa una tendencia creciente, representada por la recta de regresión  $y=0.6004x+2.7496y$ , lo que indica que, a medida que se incrementa la magnitud del estímulo, también lo hace la magnitud de la respuesta de forma proporcional. Esta relación positiva sugiere la presencia de una correspondencia escalar entre las magnitudes percibidas y las respuestas producidas, consistente con modelos de procesamiento analógico de magnitudes. La pendiente inferior a 1 podría reflejar una ligera subestimación sistemática en las respuestas conforme aumenta el estímulo.

**Figura 14**

*Variabilidad Escalar entre las Magnitudes Estímulo y las Medias de las Respuestas*

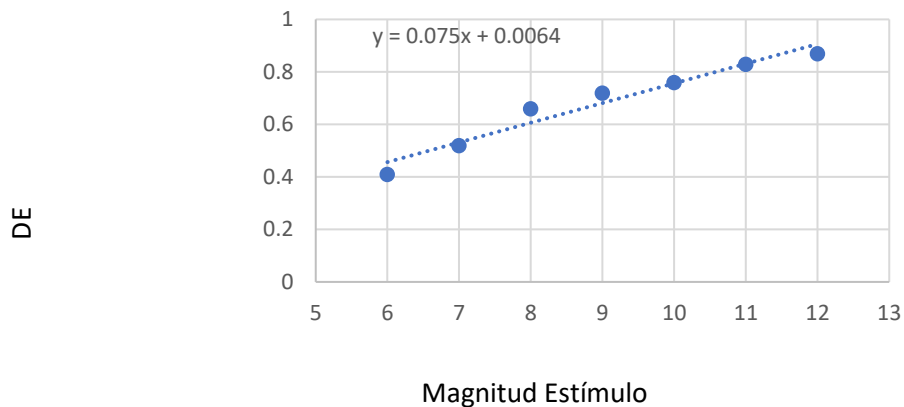


### 3.4.2. Patrón de variabilidad la DE tiende a aumentar proporcionalmente con el aumento de la numerosidad

La Figura 15 ilustra la relación entre las magnitudes estímulo y la desviación estándar (DE) de las respuestas correspondientes. Se evidencia un patrón creciente, donde el incremento en la magnitud del estímulo se asocia con un aumento proporcional en la variabilidad de las respuestas. Esta relación es representada por la función lineal  $y=0.075x+0.0064y$ , lo que sugiere una variabilidad escalar consistente con la ley de Weber, según la cual la dispersión de las respuestas tiende a aumentar conforme se incrementa la magnitud del estímulo. Este resultado respalda la hipótesis de un procesamiento proporcional en tareas de estimación numérica.

**Figura 15**

*Variabilidad Escalar entre las Magnitudes Estímulo y las DE de las Respuestas*



### 3.4.3. El Coeficiente de variación (CV) tiende a ser semejante entre las numerosidades

En la Tabla 32 se observa que el CV para magnitudes en el rango de la estimación, para los casos de magnitudes 6 y 7 el CV es 0.07; en tanto para las magnitudes 8, 9, 10, 11 y 12 esta es 0.09, evidenciándose así que el CV de las distintas magnitudes tiende a ser semejante. Así mismo, se observa que la media y la DE tienden a aumentar de forma proporcional al acrecentarse las magnitudes numéricas en este caso no simbólicas.

**Tabla 32**

*Estadísticos Descriptivos DE y CV por Magnitud Numérica. Nivel I*

Magnitud	Media estimación	DE	CV
6	6.11	.41	.07
7	6.98	.52	.07
8	7.69	.66	.09
9	8.34	.72	.09
10	8.86	.76	.09
11	9.34	.83	.09
12	9.75	.87	.09

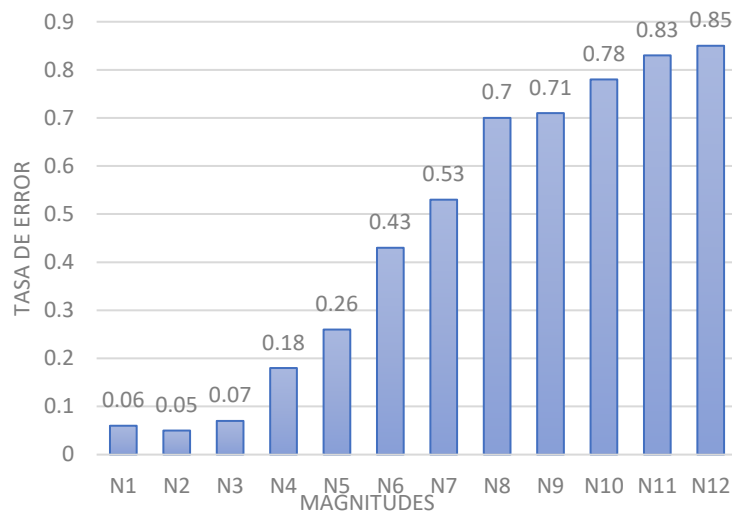
*Nota.* DE: desviación estándar; CV: coeficiente de variación

### 3.4.4. Tasas de error por numerosidad

La Figura 16 presenta las tasas de error correspondientes a cada magnitud numérica evaluada. Se observa una tendencia creciente en los niveles de error a medida que se incrementa la numerosidad del estímulo. Las primeras magnitudes (N1 a N4) registran tasas de error bajas, las cuales aumentan progresivamente con magnitudes mayores, alcanzando los valores más altos en N11 y N12. Este patrón sugiere que las tareas de discriminación o estimación numérica se vuelven más complejas conforme la magnitud del estímulo se incrementa, lo que podría estar relacionado con una mayor demanda cognitiva o con la pérdida de precisión en la representación de cantidades elevadas.

**Figura 16**

*Tasa de Errores por Magnitud Numérica (N=112)*

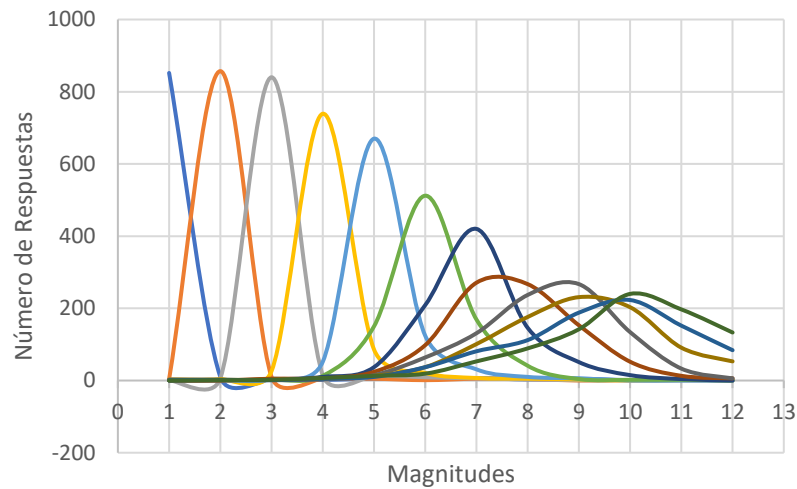


### 3.4.5. Curvas gaussianas por magnitud numérica

La Figura 17 representa las curvas gaussianas correspondientes a cada una de las magnitudes numéricas evaluadas, desde 1 hasta 12. Tal como señala Krueger (1982), a medida que aumenta la magnitud numérica, se observa una disminución en la altura de las curvas y un ensanchamiento de su base, reflejando una mayor dispersión en las respuestas. Este patrón es coherente con el principio de variabilidad escalar, según el cual la precisión en la estimación decrece conforme se incrementa la magnitud del estímulo. Esta dinámica ilustra de manera empírica el modelo de la "línea numérica mental" propuesto por Dehaene (2003), el cual plantea que las representaciones numéricas se organizan sobre una línea imaginaria con base en el sistema de procesamiento de magnitudes (SIP). En este marco, las neuronas sintonizadas a determinadas numerosidades tienden a activarse de forma específica ante esas magnitudes, pero con magnitudes mayores, la activación neuronal se propaga hacia regiones adyacentes, generando respuestas menos precisas y un aumento en la tasa de error.

**Figura 17**

*Curvas Gaussianas por Magnitud Numérica (N= 112)*



*Nota:* La gráfica representa las gaussianas correspondientes a las magnitudes del 1-12

### 3.4.6. Sobreestimación y subestimación por magnitud numérica

La Tabla 33 se muestra el promedio de respuestas estimadas por cada magnitud, para esto primero se calcula el promedio de la suma de las respuestas absolutas para cada magnitud. Se estableció que la media para cada magnitud del 1 al 6 se encuentran por encima de su cardinalidad; y por el contrario para las numerosidades 7-12 estas se sitúan por debajo de ella. Esto indica una tendencia de las personas a sobrestimar las numerosidades pequeñas y a subestimar las grandes.

**Tabla 33**

Sobreestimación de Valores Pequeños y Subestimación de Valores Grandes

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PR	1.22	2.14	3.14	4.17	5.20	6.11	6.98	7.69	8.34	8.87	9.34	9.75

*Nota.* PR: Respuesta promedio por magnitud

### 3.4.7. Determinación del valor de subitización por el método Leibovich-Raveh, Al-Rubaiey Kadhim, & Ansari en el Nivel 1 (N=112)

Para determinar el nivel de subitización se empleó el método de Leibovich-Raveh et al. (2018a), que consiste en ajustar dos líneas a la función sigmoidea; uno con una pendiente de cero y una intersección donde la curva sigmoidea cruza el eje y en  $x =$

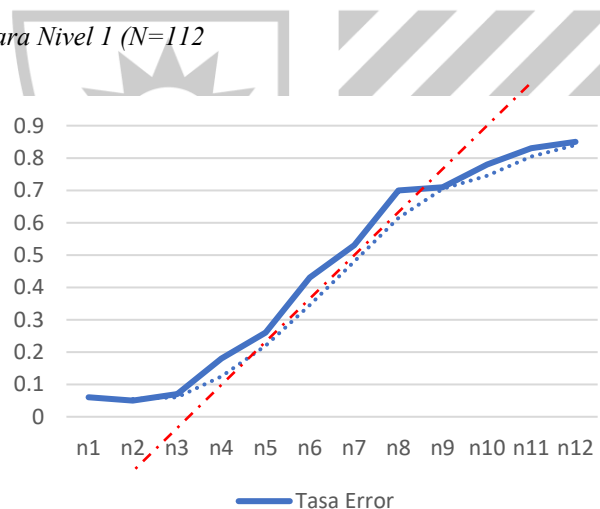
0, y una segunda línea equivalente a la tangente en el punto de discontinuidad. La intersección de ambas líneas indica el punto de inflexión de la función y la magnitud máxima de subitización.

### a. Valor de Subitización Nivel 1

Según el procedimiento propuesto por Leibovich-Raveh et al. (2018), la Figura 18 permite identificar el punto de discontinuidad en la tasa de error como un indicador del límite superior del proceso de subitización. En este caso, el análisis visual sugiere que dicho punto se sitúa en torno a la magnitud 3. Este valor representa el umbral máximo a partir del cual la precisión de las respuestas comienza a decrecer significativamente, lo cual es característico de la transición desde un procesamiento rápido y exacto (subitización) hacia un procesamiento más lento y aproximado (estimación). Este hallazgo sugiere que, para los participantes del Nivel 1, el rango de subitización abarca hasta aproximadamente tres elementos

**Figura 18**

*Nivel de Subitización para Nivel 1 (N=112)*



*Nota.* Se construyó en base a las tasas de error por numerosidad para la muestra total

Adicionalmente se calculó el nivel de subitización mediante la comparación de medias relacionadas mediante el estadístico no paramétrico de Friedman; lo que se buscó fue establecer la semejanza o diferencia entre las magnitudes 1-2; 1-3; 1-4 en el rango en que sea significativa la diferencia, consideramos que la magnitud inmediata inferior sería

el nivel de subitización. En primer lugar, la prueba de Kolmogórov-Smirnov tal como se observa en la Tabla 34 para todos los casos la distribución es no normal ( $p < .05$ ).

**Tabla 34**

*Prueba de Normalidad Kolmogórov-Smirnov por Magnitud Numérica. Nivel 1 (N=112)*

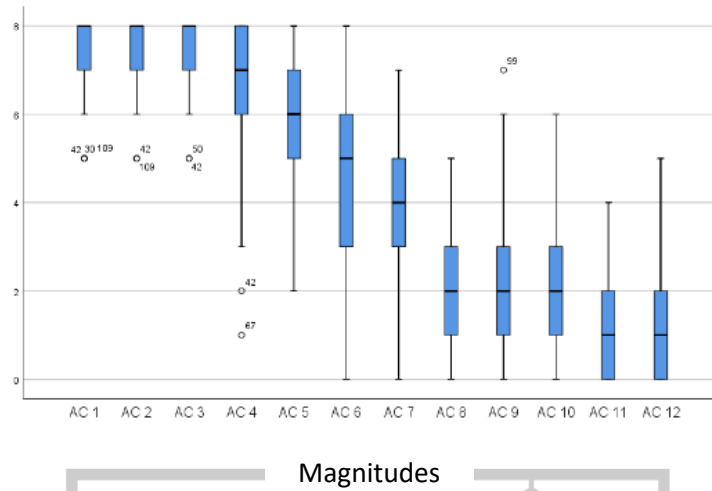
Magnitud	Estadístico	<i>p</i>
1	.423	.001
2	.430	.001
3	.352	.001
4	.218	.001
5	.159	.001
6	.137	.001
7	.171	.001
8	.172	.001
9	.147	.001
10	.173	.001
11	.212	.001
12	.254	.001

*Nota.* Nivel 1: Muestra correspondiente a estudiantes del primer semestre académico

La Figura 19 muestra la distribución de las respuestas en función de las magnitudes presentadas. Se observa que, para las magnitudes 1, 2 y 3, las medianas alcanzan el valor máximo de 8, coincidiendo con el límite superior de sus respectivas cajas, lo que indica un alto grado de precisión y consistencia en las respuestas. A partir de la magnitud 4 hasta la 7, las medianas decrecen progresivamente conforme se incrementa la magnitud, reflejando una pérdida paulatina en la precisión. En el caso de las magnitudes 8, 9 y 10, la mediana se estabiliza en el valor de 2, mientras que para las magnitudes 11 y 12 desciende aún más, situándose en el valor de 1. Este patrón descendente en las medianas sugiere una mayor dificultad de los participantes para mantener la precisión a medida que aumenta la magnitud, lo que es consistente con el deterioro en el rendimiento esperado en tareas de estimación con numerales más elevados.

**Figura 19**

Gráfico de Cajas para Aciertos por Magnitud Numérica. Nivel 1 (N=112)



Nota. Nivel 1: Muestra correspondiente a estudiantes del primer semestre académico

Con el objetivo de establecer la significancia entre las medianas entre las magnitudes se aplica la prueba para muestras relacionadas no paramétrica de Friedman, lo cual se muestra en la Tabla 35 esta indica que al menos entre alguna de ellas hay diferencias significativas. La prueba de comparación por pares, tal como se muestra en la Tabla 35, no se observa diferencia significativa para los pares 1-2, 2-3, 1-3 ( $p > .05$  para todos los casos), pero sí para el par 1-4, 3-4 ( $p < .05$  para ambos casos), esto indicaría que el valor de subitización se ubicaría en 3. Asimismo, este valor es semejante al calculado mediante el método Leibovich-Raveh et al. (2018).

**Tabla 35**

Comparación de Pares por Magnitud, Prueba de Friedman – Nivel 1 (N=112)

	Estadístico	<i>p</i>	Tamaño del efecto ( <i>r</i> )
1 - 2	-.067	.889	
1 - 3	.205	.572	
1 - 4	1.460	.002	.63
1 - 5	2.295	.000	.74

Nota. Nivel 1: Muestra correspondiente a estudiantes del primer semestre académico

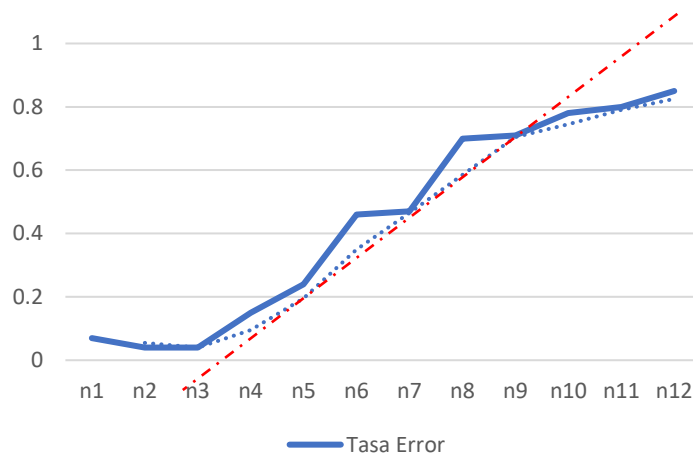
## b. Por área profesional en Nivel 1

- Área de Letras

La Figura 20 presenta la curva de tasa de error por magnitud numérica para los participantes del área de Letras, analizada mediante el procedimiento propuesto por Leibovich-Raveh et al. (2018). Se observa un punto de inflexión alrededor de la magnitud 3, lo que sugiere que el rango de subitización en esta muestra se extiende hasta aproximadamente tres elementos. A partir de dicha magnitud, se evidencia un incremento progresivo en la tasa de error, indicando la transición desde un procesamiento preciso y automático (subitización) hacia un procesamiento más difuso y aproximado (estimación). Este hallazgo es coherente con el modelo de doble sistema para el procesamiento numérico y permite establecer el umbral superior de subitización en esta población específica.

**Figura 20**

*Determinación del Nivel de Subitización. Área de Letras (N=58)*



*Nota.* Elaboración en base en base al método de Leibovich-Raveh et al. (2018).

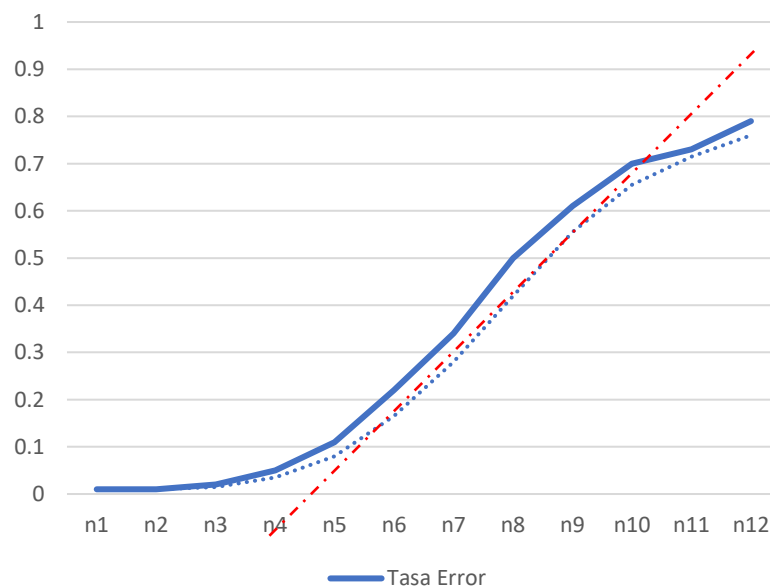
- Área de Administración

La Figura 21 representa la tasa de error en función de la magnitud numérica para los participantes del área de Administración, analizada conforme al método propuesto por Leibovich-Raveh et al. (2018). Se identifica un punto de inflexión en torno a la magnitud 4, lo que indica que el rango de subitización en esta muestra se extiende hasta

aproximadamente cuatro elementos. A partir de dicho umbral, se observa un aumento sostenido en la tasa de error, lo cual refleja el pasaje desde un sistema de procesamiento exacto y rápido hacia uno más aproximado y propenso a errores. Este resultado respalda la hipótesis de una transición funcional entre subitización y estimación, modulada por la magnitud del estímulo.

**Figura 21**

*Determinación del Nivel de Subitización. Área de Administración (N=28)*



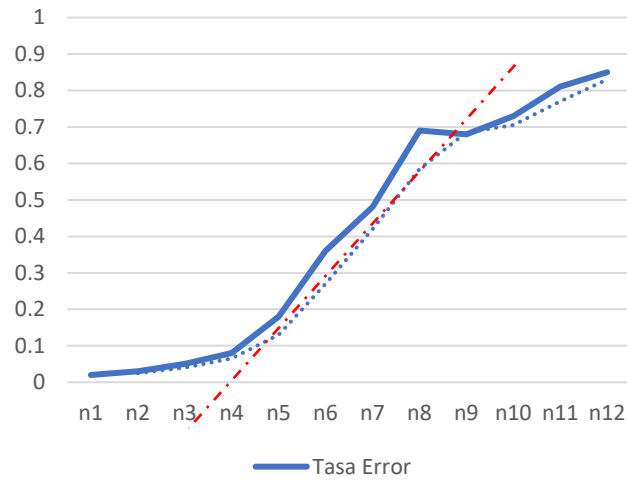
*Nota.* Elaboración en base en base al método de Leibovich-Raveh et al. (2018)

- **Área de Matemática**

La Figura 22 muestra la tasa de error por magnitud numérica en los participantes del área de Matemática, analizada mediante el procedimiento de Leibovich-Raveh et al. (2018). El análisis gráfico permite identificar un punto de inflexión en torno a la magnitud 4, lo que sugiere que el límite superior del proceso de subitización en esta muestra se sitúa en aproximadamente cuatro elementos. A partir de este punto, se observa un incremento progresivo en la tasa de error, indicando el pasaje de un sistema de procesamiento exacto y eficiente a uno más impreciso y estimativo. Este hallazgo es consistente con los modelos de doble sistema para la cognición numérica y refuerza la noción de una capacidad limitada para la subitización en función de la complejidad del estímulo.

**Figura 22**

*Determinación de la Magnitud de Subitización para el Área de Matemática (N=28)*



Fuente: Elaboración propia en base en base en base al método de Leibovich-Raveh, and Al-Rubaiev Kadhim

**c. Por sexo**

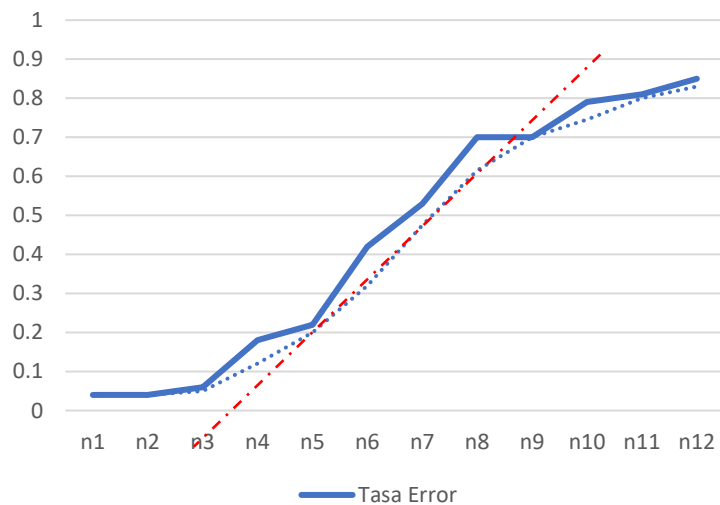
- **Grupo Femenino**



La Figura 23 muestra el punto de inflexión, determinada por el procedimiento de Leibovich-Raveh et al. (2018), para el grupo femenino, se observa que el punto de inflexión o subitización es aproximadamente en 4 elementos.

**Figura 23**

*Determinación de la Magnitud de Subitización para el Grupo Femenino (N=56)*



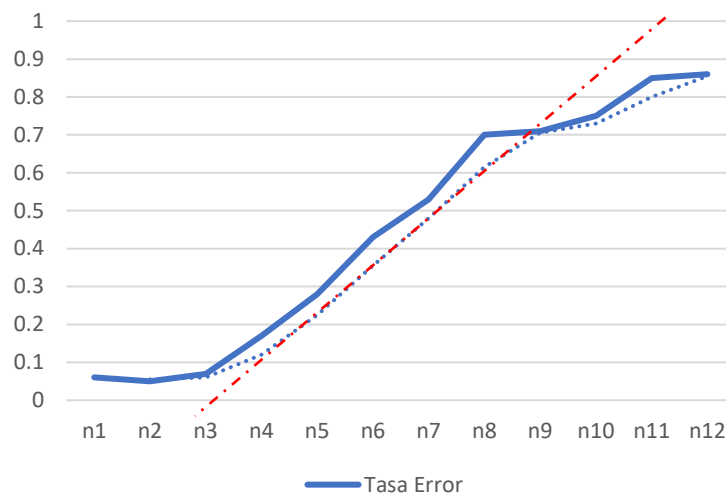
Nota: Elaboración en base al método de Leibovich-Raveh et al.

- **Grupo Masculino**

La Figura 24 muestra el punto de inflexión, determinada por el procedimiento de Leibovich-Raveh et al. (2018), para el grupo masculino, se observa que el punto de inflexión o subitización es aproximadamente en 3 elementos.

**Figura 24**

*Determinación de la Magnitud de Subitización para el Grupo Masculino (N=56)*



*Nota.* Elaboración en base al método de Leibovich-Raveh et al. (2018)

### 3.4.8. Determinación del valor de Subitización. Nivel 2

Igualmente, se calculó el nivel de subitización mediante la comparación de medias relacionadas mediante el estadístico no paramétrico de Friedman; lo que se buscó fue establecer la semejanza o diferencia entre las magnitudes 1-2; 1-3; 1-4 en el rango en que sea significativa la diferencia, consideramos que la magnitud inmediata inferior sería el nivel de subitización. En primer lugar, la prueba de Shapiro-Wilk tal como se observa en la Tabla 36 para la mayoría de los casos la distribución es no normal ( $p < .05$ ), excepto las magnitudes 8 y 9.

**Tabla 36**

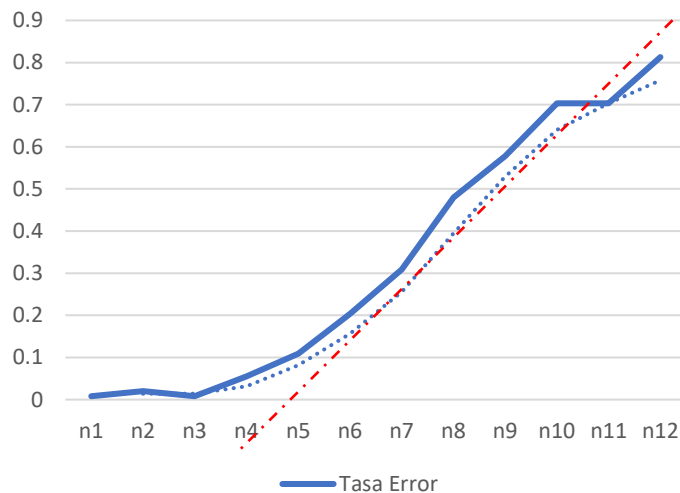
*Prueba de normalidad Shapiro-Wilk por Magnitud Numérica. Nivel 2 (N=32)*

Magnitud	Estadístico	<i>p</i>
1	0.265	.001
2	0.400	.000
3	0.265	.000
4	0.612	.000
5	0.820	.000
6	0.910	.011
7	0.900	.006
8	0.942	.087
9	0.955	.195
10	0.924	.028
11	0.911	.012
12	0.859	.001

La Figura 25 muestra el punto de subitización, determinada por el procedimiento de Leibovich-Raveh et al. (2018), para el grupo nivel 2, se observa que el punto de inflexión o subitización es aproximadamente en 5 elementos.

**Figura 25**

*Determinación del Nivel de Subitización para Nivel 2 (N=32)*



Con el objetivo de establecer la significancia de las diferencias entre medianas en el Nivel 2, se aplicó la prueba no paramétrica de Friedman para muestras relacionadas. Tal como se muestra en la Tabla 37, el análisis de comparaciones por pares revela que no se observaron diferencias estadísticamente significativas entre los pares de magnitudes 1-2 ( $X^2 = 0.172, p < .849$ ), 1-3 ( $X^2 = 0.016, p < .986$ ), 1-4 ( $X^2 = 0.813, p < .367$ ) y 1-5 ( $X^2$

= 10.719,  $p < .057$ ). Sin embargo, la comparación entre las magnitudes 1 y 6 mostró una diferencia significativa ( $X^2 = 20.813$ ,  $p < .002$ ), lo que sugiere que el umbral de subitización en esta muestra se ubica en torno a la magnitud 5. Este resultado es consistente con el valor estimado previamente mediante el método propuesto por Leibovich-Raveh et al. (2018), fortaleciendo la validez del criterio aplicado para identificar el límite superior del procesamiento subitizado.

**Tabla 37**

*Comparación de Pares por Magnitud, Prueba de Friedman – Nivel 2 (N=32)*

Magnitudes	Estadístico	$p$	Tamaño del efecto (r)
1 - 2	0.172	.849	
1 - 3	0.016	.986	
1 - 4	0.813	.367	
1 - 5	10.719	.057	
1 - 6	20.813	.002	.78

*Nota.* Nivel 2: Estudiantes del 2do año académico del área de matemática y de rendimiento superior.

### 3.5. Discusión

El objetivo de la investigación fue determinar la relación entre el Sentido Numérico (SN) y el Cálculo Exacto (CE). Los resultados obtenidos respaldan la hipótesis de que el SN, evaluado mediante tarea de enumeración no simbólica, se correlaciona significativamente con el CE en estudiantes universitarios. En primer lugar, tanto en la muestra de Nivel 1 como en la de Nivel 2, se encontró una correlación positiva y significativa entre el CE y el SN, así como con el componente de estimación, pero no con la subitización, lo cual coincidía con las expectativas iniciales. En segundo lugar, al controlar las variables de sexo y área profesional, estas correlaciones se mantuvieron positivas y significativas, mientras que no se evidenció relación entre el CE y la subitización.

Estos hallazgos respaldan la teoría de la existencia de una capacidad intuitiva no simbólica que interactúa con las habilidades numéricas adquiridas culturalmente. Diversas investigaciones han demostrado que esta capacidad se manifiesta en adultos, niños, bebés e incluso en otras especies no humanas, lo que sugiere que se trata de una habilidad transversal con una base biológica -el Sistema de Representación de

Magnitudes o Sistema de Sentido Numérico- sobre la cual se desarrollan las matemáticas formales, como plantea Dehaene (2001).

Por otra parte, la ausencia de correlación entre el CE y la subitización era un resultado esperado, ya que los valores de esta última tienden a situarse cerca del 100% de eficiencia (Kaufman et al., 1949; Mandler et al., 1982) y no presentan variabilidad escalar, un factor clave para analizar correlaciones.

Los hallazgos previamente descritos se respaldan en los estudios de Castronovo et al. (2012) y Guillaume et al. (2016), quienes, mediante tareas de enumeración para evaluar la estimación en muestras de estudiantes universitarios, y utilizando como indicadores de eficacia el Coeficiente de Variación (CV) y el Error Relativo (ER), reportaron asociaciones significativas de magnitud mediana y moderada, respectivamente, con el Cálculo Exacto (CE). Estos resultados guardan similitud con los obtenidos en la presente investigación, a pesar de haberse empleado criterios distintos de eficacia, ya que en este caso se consideró la tasa de aciertos. Asimismo, se identifican diferencias metodológicas relevantes en cuanto al tamaño de las matrices, particularmente en el número de elementos no simbólicos presentados. Mientras que las investigaciones mencionadas utilizaron rangos de entre 12 y 90 elementos, con tiempos de presentación de 250 y 750 milisegundos, respectivamente, en el presente estudio las matrices oscilaron entre 1 y 12 elementos, incluyendo magnitudes correspondientes al rango de subitización. Por otro lado, se programaron diferentes tiempos de exposición para las matrices de puntos, lo que podría haber generado ciertos efectos sobre el rendimiento. En particular, la reducción progresiva del tiempo de presentación en cada serie pudo haber incrementado el nivel de atención de los participantes, facilitando así respuestas más precisas.

Otros estudios que guardan relación con los resultados obtenidos son aquellos realizados mediante tareas de comparación, como los de Libertus et al. (2012), Agrillo et al. (2013), Lindskog et al. (2014), Lyon et al. (2016) y Jang et al. (2016), quienes reportaron correlaciones significativas —bajas, moderadas y medianas— entre medidas de magnitudes no simbólicas y habilidades matemáticas formales. No obstante, otras investigaciones que emplearon tareas de comparación informaron resultados no significativos, como las de Inglis et al. (2011), Castronovo et al. (2012), Libertus et al.

(2012), Price et al. (2012), Lindskog et al. (2014), Guillaume et al. (2016), Norris et al. (2016) y el propio Jang et al. (2016).

Estas discrepancias pueden explicarse, en primer lugar, por el tipo de tareas utilizadas para evaluar el Cálculo Exacto (CE), las cuales varían entre operaciones aritméticas, resolución de problemas y pruebas estandarizadas, con formatos cronometrados o no cronometrados (Jant et al., 2012). En segundo lugar, las diferencias también pueden deberse al formato de presentación de las tareas de comparación, que pueden ser simultáneas (mezcladas o separadas) o secuenciales (Lindskog et al., 2014; Agrillo et al., 2014; Price et al., 2012).

En tercer lugar, se debe considerar el tipo de control implementado para contrarrestar la influencia de la relación espacio-cantidad propia de las matrices de puntos (Gebuis, & Reynvoet. (2012). Algunos estudios diseñan presentaciones congruentes, donde la matriz con mayor cantidad de elementos ocupa más espacio, e incongruentes, donde esta matriz ocupa menos espacio que la de menor cantidad. Estas manipulaciones pueden activar otros procesos cognitivos no directamente relacionados con el Sentido Numérico (SN), como sugieren Gilmore, Attridge e Inglis (2011) y Lindskog et al. (2014). Además, se ha señalado que los formatos generados mediante el algoritmo Panamath tienden a mostrar correlaciones significativas con el CE, a diferencia de los generados por el algoritmo de Gebuis y Reynvoet (Reynvoet et al., 2021). En esta misma línea, Norris, Clayton, Gilmore, Inglis y Castronovo (2019) informan que el algoritmo Panamath tiende a generar con mayor frecuencia matrices congruentes, lo que distorsionaría la medición del SN. En cuarto lugar, las evaluaciones test-retest han revelado diferencias marcadas en la confiabilidad entre pruebas de comparación según el formato utilizado (Clayton, Gilmore & Inglis, 2015). Asimismo, investigaciones como la de Inglis y Gilmore (2014) cuestionan la validez de la fracción de Weber ( $w$ ) como indicador del SN.

Todo lo anterior sugiere que las tareas de comparación con matrices no simbólicas presentan una alta variabilidad en sus resultados de correlación con pruebas de aritmética, resolución de problemas o evaluaciones estandarizadas de matemáticas. Por su parte, Dietrich, et al. (2019) analizaron si el tamaño de las matrices y el tiempo de presentación influían en la eficacia del SN y, en consecuencia, en su relación con el rendimiento matemático. Los resultados indicaron que el tamaño de las matrices actúa

como un mediador significativo en dicha relación, mientras que el tiempo de presentación no mostró efectos significativos. De manera similar, Pomè et al. (2019) señalaron que el tamaño de las numerosidades presentadas puede determinar la existencia o no de una asociación con las habilidades matemáticas, siendo las numerosidades intermedias ( $N = 24$ ) las más adecuadas para establecer dicha relación.

Los estudios realizados en muestras universitarias mediante tareas de comparación de matrices de puntos, así como aquellos aplicados en población escolar, muestran resultados diversos. Algunos reportan asociaciones significativas (Inglis, Attridge, Batchelor, & Gilmore, 2011; He et al., 2016), mientras que otros informan resultados no significativos (Brankaer et al., 2014; Libertus, Odic, & Feigenson, 2016). En cuanto a las investigaciones realizadas en población preescolar, los cinco estudios revisados coinciden en reportar correlaciones significativas entre el Sentido Numérico (SN) y las habilidades matemáticas, ya sea mediante tareas de enumeración o comparación (Gilmore et al., 2010; Libertus et al., 2013; Gray et al., 2016; Rodríguez et al., 2017; Elliot et al., 2019).

Asimismo, diversos estudios han identificado la influencia de otras variables clave en el desarrollo de las habilidades matemáticas. Por ejemplo, se ha señalado que la inteligencia y la memoria visoespacial desempeñan un papel fundamental en el desarrollo cognitivo vinculado a las matemáticas (Coolen, Bugler, & Castronovo, 2022). Del mismo modo, se ha propuesto que el SN en etapas preescolares es un predictor significativo del rendimiento matemático, mientras que en etapas posteriores es la estimación simbólica la que se vuelve más relevante para el éxito en esta área (Cai, Zhang, Li, Wei, & Georgiou, 2018). Y otros estudios han destacado la importancia de funciones cognitivas como la atención y el compromiso como factores determinantes de la eficacia matemática (Libertus, 2019). En la búsqueda de procesos mediadores entre el SN y las habilidades matemáticas, Zhang, Ma, Zhou, y Shao (2022) identificaron la percepción visual de formas como el proceso cognitivo clave que vincula ambas variables.

Respecto a la discusión sobre si los componentes del Sentido Numérico (SN) corresponden a dos mecanismos distintos o a un único proceso, los resultados de la presente investigación respaldan la hipótesis de que se trata de procesos diferenciados, lo que se sustenta en varias evidencias. En primer lugar, se observó que el Cálculo Exacto (CE) se correlaciona de manera positiva y significativa con el SN y con la estimación,

pero no con la subitización, tanto en el análisis de la muestra general como al controlar las variables de sexo y área profesional. En segundo lugar, en el análisis específico de la muestra de Nivel 2, conformada por estudiantes con mayor rendimiento, tampoco se evidenció correlación entre el CE y la subitización.

Estos hallazgos coinciden con la literatura que plantea que la subitización responde a un proceso perceptual automático y altamente eficiente, mediante el cual se identifican con exactitud conjuntos de magnitudes pequeñas (Trick et al., 1993). Se trata de mecanismos que implican procesos distintos, siendo la subitización más afín a funciones atencionales (Burr, Turi, & Anobile, 2010; Pomè et al., 2019). En la misma línea, estudios de neuroimagen han evidenciado que el surco occipital lateral presenta una mayor activación frente a números pequeños en comparación con grandes (Demeyere, Rotshtein, & Humphreys, 2014).

Desde el punto de vista metodológico, la investigación destaca la pertinencia de utilizar tareas de enumeración para evaluar el SN y su asociación con la capacidad matemática formal (Pomè et al., 2019). En términos teóricos, se establece, por un lado, la existencia de una asociación significativa entre el SN y el CE, y por otro, que los mecanismos de subitización y estimación se explican mejor como procesos diferenciados. En el ámbito práctico, la prueba de evaluación del SN proporciona parámetros de desempeño que pueden facilitar la identificación de casos atípicos. Adicionalmente, se propone un formato de presentación de matrices con tiempos decrecientes, con el objetivo de mantener la atención de los participantes y conservar la eficacia de la tarea. No obstante, se sugiere ajustar los tiempos de exposición según los resultados obtenidos, recomendándose un rango aproximado entre 70 y 190 milisegundos.

En el análisis comparativo correspondiente a la muestra de Nivel 1, se observó que, en la variable Cálculo Exacto (CE), los estudiantes del área profesional de Matemáticas obtuvieron puntajes superiores en comparación con los de Administración y Letras. Sin embargo, el análisis de contraste de medias indicó que estas diferencias no fueron estadísticamente significativas.

En relación con la variable Sentido Numérico (SN), los estudiantes del área de Matemáticas también presentaron puntajes más altos que los de Administración y los de Letras. En este caso, se encontraron diferencias estadísticas significativas y de tamaño

mediano entre los grupos de Matemáticas y Letras. No se evidenciaron diferencias significativas entre los grupos de Matemáticas y Administración ni entre Administración y Letras.

Un patrón similar se observó en la variable Estimación. Los estudiantes del área de Matemáticas superaron a los de Administración, quienes a su vez obtuvieron mejores puntajes que los de Letras. Las diferencias entre los grupos de Matemáticas y Letras fueron estadísticamente significativas y de tamaño mediano, mientras que las comparaciones entre Matemáticas y Administración, así como entre Administración y Letras, no mostraron significancia estadística. Resultados similares han sido reportados por Lindskog et al. (2014), Castronovo et al. (2012) y Guillaume et al. (2013).

Estos hallazgos respaldan la existencia de diferencias individuales en las habilidades de SN y Estimación, en el sentido de que los estudiantes con mayor precisión matemática tienden a desempeñarse mejor en estas áreas. Este resultado sugiere que los estudiantes del área de Matemáticas presentan un SN más consolidado, posiblemente debido a una preferencia por variables discretas sobre continuas (Guillaume et al., 2013), así como a una mayor experiencia en el uso de números, lo cual fortalecería su Sentido Numérico (Lindskog et al., 2014; Castronovo et al., 2012).

En cuanto a la variable Subitización, se observaron puntuaciones ligeramente superiores en el grupo de Matemáticas, en comparación con los grupos de Administración y Letras, aunque dichas diferencias no resultaron estadísticamente significativas.

La ausencia de diferencias significativas en la variable CE entre áreas profesionales podría explicarse por el proceso de selección universitaria, que filtra a los estudiantes con mejores habilidades académicas, incluidas las matemáticas. Un razonamiento similar puede aplicarse a la subitización, dado que se trata de un proceso básico y altamente eficiente. Esto se refleja en que el puntaje máximo posible se encuentra muy próximo a los promedios obtenidos en los distintos grupos y a sus medianas, lo cual coincide con lo planteado por Kaufman et al. (1949), Jensen et al. (1950) y Mandler y Shebo (1982).

Por otro lado, en el caso de la estimación, se encontraron diferencias significativas y de gran magnitud a favor del grupo de Matemáticas en comparación con

los grupos de Letras y Administración. No se observaron diferencias significativas entre estos últimos dos grupos, lo que también ha sido reportado por Lindskog et al. (2014).

No se observaron diferencias significativas entre los grupos masculino y femenino en ninguna de las variables del estudio, lo que sugiere que el sexo no influye de manera relevante en los procesos evaluados. Sin embargo, el análisis por área profesional evidenció diferencias significativas a favor del grupo de Matemáticas en comparación con el de Letras. Esta diferencia podría explicarse por una mayor práctica, disposición o motivación en el grupo de Matemáticas, así como por la percepción, por parte de quienes optan por carreras del área de Letras, de que las matemáticas no constituyen su fortaleza. En cuanto a los estudiantes del área de Administración, se observó una mejor puntuación en comparación con los de Letras, aunque sin diferencias estadísticamente significativas respecto al grupo de Matemáticas. Esta situación podría deberse al perfil de ingreso de los postulantes a esta área, quienes suelen considerarse con un rendimiento "regular" o "bueno" en matemáticas.

En la comparación entre estudiantes del área de Matemáticas de Nivel 1 (primer semestre académico) y Nivel 2 (cuarto semestre académico y pertenecientes al tercio superior en rendimiento), se encontró que en la variable CE, los de Nivel 2 obtuvieron un puntaje promedio superior al de Nivel 1; sin embargo, el análisis de contraste de medias no reveló una diferencia estadísticamente significativa. En la variable Subitización, el grupo de Nivel 2 también superó levemente al de Nivel 1, aunque esta diferencia tampoco resultó significativa.

Por el contrario, en las variables de Sentido Numérico (SN) y Estimación, se identificaron diferencias estadísticas significativas a favor del grupo de Nivel 2, diferencia que presentó un tamaño del efecto grande. De igual manera, en la variable Estimación, el grupo de Nivel 2 superó al grupo de Nivel 1, también con una diferencia estadística de magnitud considerable. Estos resultados podrían explicarse por la exposición frecuente a tareas de cálculo numérico que caracteriza a los estudiantes de niveles avanzados en el área de Matemáticas, lo que favorecería el desarrollo de habilidades de estimación y, en cierta medida, de subitización. En este sentido, se observó que los estudiantes de Nivel 2 lograron subitizar hasta cinco elementos, mientras que los de Nivel 1 alcanzaron hasta cuatro.

Los datos anteriores sugieren que, aunque los estudiantes de Nivel 1 y Nivel 2 del área de Matemáticas mostraron diferencias en los puntajes de CE a favor del segundo grupo, esta diferencia no fue estadísticamente significativa, lo que podría interpretarse como una capacidad relativamente uniforme en CE para ambos niveles. Asimismo, la similitud en los resultados de subitización entre ambos grupos indicaría que esta habilidad no estaría fuertemente influenciada por la experiencia académica; no obstante, el análisis detallado muestra una ligera ventaja en el número de elementos subitizados por los estudiantes de Nivel 2, lo que sugiere un posible efecto moderado de la experiencia. Para confirmar esta hipótesis, sería recomendable realizar un seguimiento longitudinal al grupo de Nivel 1.

Las diferencias significativas encontradas en el Sentido Numérico (SN) y en la Estimación entre los niveles analizados, ambas con tamaños del efecto grandes, podrían estar relacionadas con el hecho de que los estudiantes del Nivel 2 pertenecen al tercio superior en rendimiento académico. Este hallazgo podría explicarse por la interacción de variables como la experiencia y las funciones ejecutivas, cuya influencia debería explorarse en investigaciones futuras para comprender con mayor precisión los factores implicados en el desarrollo del proceso de estimación.

En cuanto a los resultados conductuales obtenidos a través de la prueba de SN, diseñada específicamente para esta investigación, se observaron patrones característicos de este tipo de tareas, los cuales han sido previamente reportados en distintos estudios. Estos resultados respaldan la validez y confiabilidad de la prueba empleada.

Entre los efectos conductuales observados, destaca en primer lugar la clásica curva de variabilidad escalar asociada a las tasas de error por numerosidad. Esta curva, característica de las tareas de enumeración o mapeo de magnitudes no simbólicas, ha sido descrita por autores como Chesney y Matthews (2018). Se evidenciaron porcentajes de error bajos en las primeras numerosidades, que aumentaron progresivamente conforme se incrementaban las magnitudes. Hallazgos similares han sido reportados por Kaufman et al. (1949), Jensen et al. (1950), Mandler et al. (1982), Trick et al. (1993), Cantlon et al. (2006b), Revkin et al. (2008), y Crollen et al. (2011), quienes señalaron que tanto los errores como los tiempos de reacción tienden a incrementarse con el aumento de la magnitud. En todos estos estudios, así como en el presente, se observa que la eficiencia para las primeras numerosidades (1–4) se aproxima al 100 %, mientras que esta

disminuye conforme las magnitudes aumentan. Lo anterior ha llevado a plantear la existencia de dos mecanismos distintos para el SN: uno de subitización para cantidades pequeñas (1–4) y otro de estimación para cantidades mayores o iguales a cinco. Aunque estudios de neuroimagen han demostrado que ambos rangos activan el mismo sustrato cerebral —el surco intraparietal (SIP)—, la intensidad de dicha activación aumenta en función del tamaño de la magnitud y su disposición espacial (Piazza et al., 2002).

En segundo lugar, se identificó el punto de inflexión en la función de errores por magnitud, el cual permite delimitar el límite de subitización. A través de la prueba de Friedman, se compararon las medias entre pares de numerosidades, determinándose el nivel a partir del cual las diferencias se volvían estadísticamente significativas. En la muestra total de Nivel 1, el punto de subitización se situó en la numerosidad 3, hallazgo consistente con estudios previos tanto conductuales (Trick et al., 1993; Dehaene & Cohen, 1994) como de neuroimagen (Bloechle et al., 2018; Revkin et al., 2008), en los cuales se observaron activaciones ascendentes en el SIP para numerosidades mayores a 4. También se ha reportado activación en la corteza occipitotemporal izquierda exclusivamente para cantidades pequeñas (Demeyere et al., 2014), lo que refuerza la idea de que la subitización podría constituir un mecanismo perceptual preatencional, orientado al rastreo de objetos, automático y eficaz en el procesamiento de conjuntos reducidos (Trick et al., 1993; Piazza, 2011). Esta función, además, sería susceptible a diferencias individuales (Reeve et al., 2012).

El análisis del punto de inflexión según área profesional reveló que el grupo de Letras mostró un nivel de subitización en 3, mientras que los grupos de Administración y Matemáticas lo hicieron en 4. En cuanto al análisis por sexo, el grupo femenino alcanzó un nivel de subitización de aproximadamente 4, mientras que el masculino se situó en 3. Por su parte, el grupo de estudiantes de Facultad alcanzó un nivel aproximado de 5. En la muestra de Nivel 2 (estudiantes con rendimiento superior), el nivel de subitización también se ubicó en torno a 5. Estas diferencias podrían explicarse por la exposición acumulada a contenidos numéricos: los estudiantes de Nivel 2 habían acumulado aproximadamente 2,964 horas de formación matemática al momento de la evaluación, frente a las 312 horas de los estudiantes de Estudios Generales. Este hallazgo sugiere que, si bien el SN constituye una base para el aprendizaje de las matemáticas formales, el

dominio de estas últimas también puede retroalimentar y fortalecer habilidades numéricas como la enumeración (Cantlon, 2018; Elliot et al., 2018; Nys et al., 2013).

En tercer lugar, los resultados evidenciaron una tendencia a la sobrestimación de cantidades pequeñas (1–4) y a la subestimación de cantidades grandes (5–12), lo cual fue determinado a partir del análisis del error absoluto de respuesta por magnitud. Este patrón ha sido documentado en estudios clásicos como los de Jevons (1871), Kaufman et al. (1949), Crollen et al. (2011), Castronovo et al. (2012) y Guillaume et al. (2016).

En cuarto lugar, el análisis de las curvas gaussianas correspondientes a cada magnitud mostró que las medias tienden a desplazarse hacia valores menores y las bases de las curvas se ensanchan conforme aumenta la magnitud. Este fenómeno puede explicarse mediante la propuesta de Dehaene (2003) sobre la “línea numérica mental”, según la cual cada magnitud activa un conjunto neuronal específico. A medida que la magnitud aumenta, la activación neuronal tiende a extenderse hacia numerosidades adyacentes, lo que genera una mayor imprecisión en la estimación.

En síntesis, los patrones conductuales observados en esta investigación coinciden con los reportados en la literatura especializada, lo que refuerza la validez de la prueba de SN administrada.

En consecuencia, los resultados expuestos respaldan la teoría de que el Sentido Numérico (SN) y su componente de estimación —también conocido en la literatura científica como Sentido Numérico Aproximado (SNA)—, evaluados mediante tareas de enumeración, se correlacionan de forma positiva y significativa con la capacidad matemática adquirida culturalmente. Esto permite considerar al SN como un factor relevante en la adquisición y el desarrollo de las habilidades matemáticas formalmente aprendidas. No obstante, se señala la importancia de estudiar el SN en relación con otras variables cognitivas, como el lenguaje y las funciones ejecutivas (incluyendo el control inhibitorio, la flexibilidad cognitiva y la memoria operativa), a fin de esclarecer su papel específico en el desarrollo de la competencia matemática.

Por otro lado, el componente del SN denominado subitización, según los resultados obtenidos en esta investigación, no muestra una asociación significativa con el resto del SN, lo que sugiere que se trataría de un proceso distinto. En ese sentido, las

pruebas de estimación o SNA se posicionan como el instrumento más adecuado para evaluar el Sentido Numérico, tal como lo afirman Pomè et al. (2019).

Desde una perspectiva metodológica, sería pertinente ejercer un mayor control en la presentación de las matrices utilizadas en las tareas de estimación. Aunque en este estudio se presentaron de forma aleatoria, dicha aleatorización podría haber generado configuraciones canónicas que favorecen la estimación. Se recomienda, por tanto, el uso de arreglos no canónicos preestablecidos, con el objetivo de asegurar que las respuestas estén basadas en la magnitud y no en características visoespaciales.

En cuanto al tiempo de presentación de las matrices de puntos, en esta investigación se estableció un rango decreciente que comenzó en 250 milisegundos y finalizó en 40 milisegundos. Sin embargo, se sugiere un rango de entre 200 y 100 milisegundos, especialmente para las magnitudes utilizadas, con el propósito de evitar el agrupamiento y el conteo, garantizando así una evaluación más pura de la estimación o del SNA.

A pesar de los hallazgos, la relación entre el SNA y el Cálculo Exacto (CE) sigue siendo un tema debatido. Algunos estudios encuentran asociaciones significativas, mientras que otros no las reportan. Esta discrepancia puede explicarse por la diversidad de métodos utilizados para evaluar el SNA, que incluyen tareas de comparación (simultánea, mezclada, separada o secuencial), tareas de enumeración, estimación en líneas numéricas, y operaciones aritméticas no simbólicas. Por lo tanto, es fundamental determinar cuáles de estas metodologías permiten una evaluación más precisa y específica del SNA, dado que algunas de ellas, como se ha señalado en diversas investigaciones, involucran otras funciones cognitivas. Asimismo, es necesario considerar el índice de eficacia empleado para medir el SNA. Entre los más utilizados se encuentran la fracción de Weber, el coeficiente de variación, el número de aciertos, el tiempo de reacción y el error absoluto. De todos estos, la fracción de Weber ha sido la medida más cuestionada debido a su inconsistencia en términos de confiabilidad.

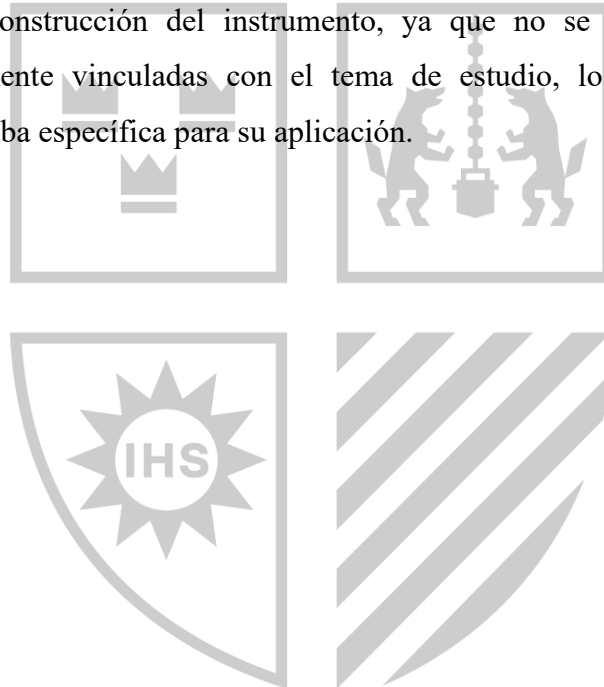
Otro factor relevante es el algoritmo utilizado para generar las matrices, ya que este debe asegurar que las variables visuales no actúen como indicadores de las magnitudes numéricas. Finalmente, también deben evaluarse las diferencias entre los tipos de pruebas aplicadas para medir la capacidad matemática formal, ya que existen

tanto pruebas cronometradas como no cronometradas, algunas centradas en operaciones aritméticas y otras en resolución de problemas.

En conjunto, estos aspectos reflejan la necesidad de establecer criterios unificados para la evaluación del SNA, considerando la estructura de las matrices, los indicadores de eficacia más adecuados y el tipo de prueba más apropiado para medir con precisión las habilidades matemáticas formales.

### 3.6. Limitaciones

En cuanto a las limitaciones de la presente investigación, una de las principales se relaciona con la construcción del instrumento, ya que no se encontraron pruebas existentes directamente vinculadas con el tema de estudio, lo que hizo necesario desarrollar una prueba específica para su aplicación.



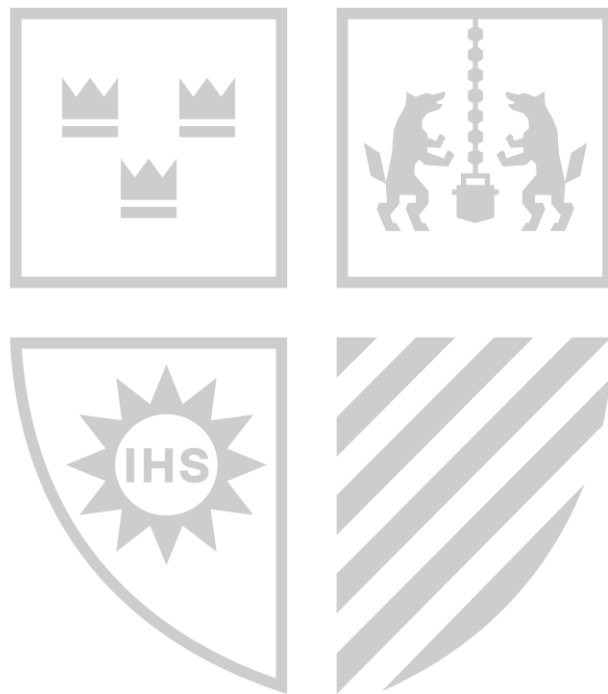
## CONCLUSIONES

- Se concluye que existe una relación positiva y significativa entre el Sentido Numérico (SN) y el Cálculo Exacto (CE) en estudiantes universitarios de 16 a 20 años, evaluados mediante tareas de enumeración no simbólica. Este hallazgo respalda la hipótesis de que el SN constituye una base cognitiva importante para el desarrollo de habilidades matemáticas formales adquiridas culturalmente.
- Se encontró una correlación significativa entre el componente de estimación del SN y el CE, tanto en el análisis general como al controlar por sexo y área profesional. Esto sugiere que la estimación, también denominada Sentido Numérico Aproximado (SNA), es un proceso vinculado de forma específica y sólida con la capacidad matemática formal, especialmente en estudiantes con mayor formación en el área de Matemáticas.
- Por el contrario, no se identificó una relación significativa entre la subitización y el CE. Este resultado, coherente con la literatura, refuerza la hipótesis de que subitización y estimación corresponden a procesos diferenciados, siendo la subitización un mecanismo perceptual automático, altamente eficiente y poco variable, que no contribuiría directamente al desarrollo de habilidades matemáticas complejas.
- Se observaron diferencias significativas en el desempeño del SN y la estimación a favor de los estudiantes del área de Matemáticas, especialmente en aquellos del Nivel 2 (mayor rendimiento académico). Esto sugiere que la experiencia académica y la exposición continua a contenidos matemáticos pueden fortalecer el SN, particularmente el componente de estimación. No se encontraron diferencias significativas entre áreas en la subitización ni en el CE.

- La prueba de Sentido Numérico desarrollada para esta investigación evidenció patrones conductuales esperados y coherentes con estudios previos, como la variabilidad escalar, el punto de inflexión en la subitización, y las curvas de error por magnitud, lo que respalda su validez y confiabilidad como instrumento de evaluación del SN en jóvenes universitarios.
- La diversidad de métodos para evaluar el SNA y el CE en la literatura sugiere la necesidad de criterios unificados que definan las condiciones óptimas para medir estas variables (tipo de tarea, indicadores de eficacia, algoritmos de presentación, etc.). Además, se destaca la importancia de explorar variables cognitivas adicionales, como funciones ejecutivas y lenguaje, que podrían mediar la relación entre el SN y el rendimiento matemático.
- Desde una perspectiva metodológica, y en concordancia con los hallazgos de diversas investigaciones, se concluye que las pruebas de estimación de magnitudes no simbólicas constituyen el medio más adecuado para evaluar el Sentido Numérico (SN), dado que minimizan la influencia de variables externas como la disposición espacial, la densidad y el tiempo de exposición, comunes en las tareas de comparación de matrices. En este sentido, las pruebas de enumeración de puntos se presentan como las más apropiadas para la evaluación del SN tanto en población escolar como en adultos.

## RECOMENDACIONES

- Dado que la estimación se relaciona significativamente con el Cálculo Exacto, se recomienda diseñar intervenciones educativas que fortalezcan esta habilidad en los estudiantes, especialmente desde etapas tempranas de formación, para favorecer el desarrollo de competencias matemáticas más complejas.
- Considerando que las tareas de enumeración no simbólica presentan mayor validez y menor susceptibilidad a interferencias perceptuales, se sugiere que estas se utilicen como herramienta preferente para evaluar el SN en contextos académicos y de investigación.
- Fomentar la formación matemática continua en estudiantes de todas las áreas profesionales. Los resultados indican que la exposición sostenida a contenidos matemáticos fortalece el SN y la estimación. Por ello, se recomienda incluir actividades de estimación numérica contextualizadas también en carreras no matemáticas, a fin de potenciar esta habilidad transversal.
- Desarrollar instrumentos estandarizados para la medición del SN y el CE por la heterogeneidad metodológica identificada en la literatura, siendo necesario avanzar hacia la estandarización de tareas, algoritmos y criterios de eficacia que permitan evaluar con precisión el Sentido Numérico y su relación con el rendimiento matemático formal.
- Explorar variables cognitivas mediadoras en futuras investigaciones como funciones ejecutivas, memoria visoespacial y lenguaje, para comprender en mayor profundidad los factores que intervienen en la relación entre el SN y el Cálculo Exacto, y así diseñar estrategias de intervención más integrales.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alvarado, M. A. A. (2012). *Modelo metodológico, en el marco de algunas teorías constructivistas, para la enseñanza-aprendizaje de funciones reales del curso de matemática básica en la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Piura*. Pontificia Universidad Católica del Perú-CENTRUM. Católica (Perú).
- Agrillo, C., Petrizzini, M. E. M., & Bisazza, A. (2014). Numerical acuity of fish is improved in the presence of moving targets, but only in the subitizing range. *Animal cognition*, 17(2), 307-316.
- Agrillo, C., Piffer, L., & Adriano, A. (2013). Individual differences in non-symbolic numerical abilities predict mathematical achievements but contradict ATOM. *Behavioral and Brain Functions*, 9(1), 26.
- Agrillo, C., Piffer, L., Bisazza, A., & Butterworth, B. (2012). Evidence for two numerical systems that are similar in humans and guppy. *PloS one*, 7(2).
- Amalric, M., & Dehaene, S. (2016). Origins of the brain networks for advanced mathematics in expert mathematicians. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(18), 4909-4917.
- Ansari, D., & Dhital, B. (2006). Age-related changes in the activation of the intraparietal sulcus during non-symbolic magnitude processing: an event-related functional magnetic resonance imaging study. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 18(11), 1820-1828.
- Antel, S., & Keating, D. (1983). Perception of Numerical Invariance in Neonates. *Child Development*, (54), 695-701.
- Ardila, A. (2010). On the evolution of calculation abilities. *Frontiers in Evolutionary Neuroscience*, 7.
- Argibay, J. C. (2006). Técnicas psicométricas. Cuestiones de validez y confiabilidad.
- Artemenko, C., Soltanlou, M., Ehrlis, A., Nuerk, H., & Dresler, T. (2018). The neural correlates of mental arithmetic in adolescents: A longitudinal fNIRS study.

*Behavioral and Brain Functions*, 14(1), 5-5. <https://doi.org/10.1186/s12993-018-0137-8>

- Baer, C., & Odic, D. (2020). The relationship between children's approximate number certainty and symbolic mathematics. *Journal of Numerical Cognition*, 6(1), 50-65.
- Barth, H., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2003). The construction of large number representations in adults. *Cognition*, 86(3), 201-221.
- Battista, C., Evans, T. M., Ngoon, T. J., Chen, T., Chen, L., Kochalka, J., & Menon, V. (2018). Mechanisms of interactive specialization and emergence of functional brain circuits supporting cognitive development in children. *npj Science of Learning*, 3(1), 1.
- Beltrán Barco, A. C. L., & La Serna Studzinski, K. (2009). *¿Qué explica la evolución del rendimiento académico universitario? Un estudio de caso en la Universidad del Pacífico*. Universidad del Pacífico. Centro de Investigación. <http://hdl.handle.net/11354/35>
- Bloechle, J., Huber, J., Klein, E., Bahnmüller, J., Rennig, J., Moeller, K., and Huber, S. (2018). Spatial Arrangement and Set Size Influence the coding of Non-symbolic Quantities in the Intraparietal Sulcus. *Frontiers in Human Neuroscience*. 12:54. doi:10.3389/fnhum.2018.00054
- Bonny, J. W., & Lourenco, S. F. (2013). The approximate number system and its relation to early math achievement: Evidence from the preschool years. *Journal of experimental child psychology*, 114(3), 375-388.
- Brannon, E. M., & Terrace, H. S. (1998). Ordering of the numerosities 1 to 9 by monkeys. *Science*, 282(5389), 746-749.
- Brankaer, C., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2014). Children's mapping between non-symbolic and symbolic numerical magnitudes and its association with timed and untimed tests of mathematics achievement. *PloS one*, 9(4), e93565.
- Burr DC, Anobile G, and Arrighi R. (2017). Psychophysical evidence for the number sense. *Phil. Trans. R. Soc. B* 373: 20170045.
- Burr, D. C., Turi, M., & Anobile, G. (2010). Subitizing but not estimation of numerosity requires attentional resources. *Journal of Vision*, 10(6), 20-20.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of child psychology and psychiatry*, 46(1), 3-18.

- Butterworth., B. Gallistel., CR. Vallortigara G. (2017). Introduction: The origins of numerical abilities. *Phil. Trans. R. Soc. B* 373: 20160507.[doi.org/10.1098/rstb.2016.0507](https://doi.org/10.1098/rstb.2016.0507)
- Cai, D., Zhang, L., Li, Y., Wei, W., & Georgiou, G. K. (2018). The role of approximate number system in different mathematics skills across grades. *Frontiers in Psychology*, 9, 1733.
- Cantlon, J. F. (2018). How evolution constrains human numerical concepts. *Child development perspectives*, 12(1), 65-71.
- Cantlon, J. F., & Brannon, E. M. (2006a). Shared system for ordering small and large numbers in monkeys and humans. *Psychological science*, 17(5), 401-406.
- Cantlon, J. F., Brannon, E. M., Carter, E. J., & Pelphrey, K. A. (2006b). Functional imaging of numerical processing in adults and 4-y-old children. *PLoS biology*, 4(5).
- Castaldi, E., Piazza, M., & Iuculano, T. (2020). Learning disabilities: Developmental dyscalculia. In A. Gallagher, C. Bulteau, D. Cohen, & J. L. Michaud (Eds.), *Neurocognitive development: Disorders and disabilities* (pp. 61–75). *Elsevier Academic Press*. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-64148-9.00005-3>
- Castronovo, J., & Göbel, S. M. (2012). Impact of high mathematics education on the number sense. *PloS one*, 7(4), e33832.
- Clayton, S., Gilmore, C., & Inglis, M. (2015). Dot comparison stimuli are not all alike: The effect of different visual controls on ANS measurement. *Acta Psychologica*, 161, 177-184.
- Coubart, A., Izard, V., Spelke, E. S., Marie, J., & Streri, A. (2014). Dissociation between small and large numerosities in newborn infants. *Developmental science*, 17(1), 11-22.
- Crollen, V., Castronovo, J., & Seron, X. (2011). Under-and over-estimation: A bi-directional mapping process between symbolic and non-symbolic representations of number? *Experimental psychology*, 58(1), 39.
- Chesney, D. L., & Haladjian, H. H. (2011). Evidence for a shared mechanism used in multiple objects tracking and subitizing. *Attention, Perception, & Psychophysics*, 73(8), 2457-2480.
- Chesney, D. L., & Matthews, P. G. (2018). Task constraints affect mapping from Approximate Number System estimates to symbolic numbers. *Frontiers in Psychology*, 9, 1801.

- Chochon, F., Cohen, L., Moortele, P. V. D., & Dehaene, S. (1999). Differential contributions of the left and right inferior parietal lobules to number processing. *Journal of cognitive neuroscience*, *11*(6), 617-630.
- Coolen, I. E., Riggs, K. J., Bugler, M., & Castronovo, J. (2022). The approximate number system and mathematics achievement: it's complicated. A thorough investigation of different ANS measures and executive functions in mathematics achievement in children. *Journal of Cognitive Psychology*, 1-23.
- Dantzig, T. (1930). *Number: The Language of Science*. New York: Pearson Education.
- Dehaene, S. (1997). *The Number Sense. how the mind creates mathematics*. United States of America. New York. Oxford University Press, Inc.,
- Dehaene, S. (2001). Precis of *The Number Sense*. *Mind & Language*. *6*(1). p. 16-36.
- Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber–Fechner law: a logarithmic mental number line. *Trends in cognitive sciences*, *7*(4), 145-147.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1994). Dissociable mechanisms of subitizing and counting: neuropsychological evidence from simultanagnosic patients. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, *20*(5), 958.
- Dehaene, S., & Marques, J. F. (2002). Cognitive euroscience: Scalar variability in price estimation and the cognitive consequences of switching to the euro. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A*, *55*(3), 705-731.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P. & Cohen, L. (2003). Three Parietal Circuits for Number Processing. *Cognitive Neuropsychology*, *20*(3-4-5-6), 487-506.
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, *284*(5416), 970-974.
- Demeyere, N., Rotshtein, P., & Humphreys, G. W. (2014). Common and dissociated mechanisms for estimating large and small dot arrays: Value-specific fMRI adaptation. *Human brain mapping*, *35*(8), 3988-4001.
- Dietrich JF, Huber S, Klein E, Willmes K, Pixner S, Moeller K (2016) A Systematic Investigation of Accuracy and Response Time Based Measures Used to Index ANS Acuity. *PLoS ONE* *11*(9): e0163076. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0163076>
- Dietrich, J. F., Nuerk, H. C., Klein, E., Moeller, K., & Huber, S. (2019). Set size influences the relationship between ANS acuity and math performance: a result of different strategies? *Psychological Research*, *83*(3), 590-612.

- Ditz, H. M., & Nieder, A. (2016). Sensory and working memory representations of small and large numerosities in the crow endbrain. *Journal of Neuroscience*, *36*(47), 12044-12052.
- Edwards, L. A., Wagner, J. B., Simon, C. E., & Hyde, D. C. (2016). Functional brain organization for number processing in pre-verbal infants. *Developmental science*, *19*(5), 757-769
- Elliot., L. Feigenson., L, Halberda., J and Libertus, M. (2019). Bidirectional, Longitudinal Associations Between Math Ability and Approximate Number System Precision in Childhood. *Journal of Cognition and Development*. DOI: 10.1080/15248372.2018.1551218
- Fischer, B., Gebhardt, C., & Hartnegg, K. (2008). Subitizing and Visual Counting in Children with Problems in Acquiring Basic Arithmetic Skills. *Optometry & Vision Development*, *39*(1).
- Ferrigno, S., Jara-Ettinger, J., Piantadosi, S. T., & Cantlon, J. F. (2017). Universal and uniquely human factors in spontaneous number perception. *Nature communications*, *8*(1), 1-10.
- Gebuis, T., & Reynvoet, B. (2012). The interplay between nonsymbolic number and its continuous visual properties. *Journal of Experimental Psychology: General*, *141*(4), 642.
- Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition*, *115*(3), 394-406.
- Gilmore, C., Attridge, N., & Inglis, M. (2011). Measuring the approximate number system. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *64*(11), 2099-2109.
- Gimbert, F., Camos, V., Gentaz, E., & Mazens, K. (2019). What predicts mathematics achievement? Developmental change in 5-and 7-year-old children. *Journal of Experimental Child Psychology*, *178*, 104-120.
- Gray, S., & Reeve, R. (2014). Preschoolers' dot enumeration abilities are markers of their arithmetic competence. *PLoS One*, *9*(4).
- Gray, S, & Reeve, R. (2016). Number-specific and general cognitive markers of preschoolers' math ability profiles. *Journal of Experimental Child Psychology*, *147*, 1-21.
- Gogtay, N., Giedd, J. N., Lusk, L., Hayashi, K. M., Greenstein, D., Vaituzis, A. C., Nugent, T. F., Herman, D. H., Clasen, L. S., Toga, A. W., Rapoport, J. L. and

- Thompson, P. M. (2004). Dynamic mapping of human cortical development during childhood through early adulthood. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 101(21), 8174-9.
- Guillaume, M., Nys, J., Mussolin, C., & Content, A. (2013). Differences in the acuity of the Approximate Number System in adults: The effect of mathematical ability. *Acta psychologica*, 144(3), 506-512.
- Guillaume, M., & Gevers, W. (2016). Assessing the approximate number system: No relation between numerical comparison and estimation tasks. *Psychological research*, 80(2), 248-258.
- Guo, L., Xu, X., Dai, D. Y., & Deng, C. (2021). Foundations for early mathematics skills: The interplay of approximate number system, mapping ability, and home numeracy activities. *Cognitive Development*, 59, 101083.
- Haist, F., Wazny, J. H., Toomarian, E., & Adamo, M. (2015). Development of brain systems for non-symbolic numerosity and the relationship to formal math academic achievement. *Human brain mapping*, 36(2), 804-826.
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008a). Developmental change in the acuity of the "Number Sense": The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental psychology*, 44(5), 1457.
- Halberda J, Mazocco M, Feigenson L (2008b) Individual differences in nonverbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*. 455(2): 665–668.
- Hauser, M. D. (2000). What Do Animals Think About Numbers? Many animals have basic numerical abilities, but some experiences can transform their minds and ultimately change how they think about numbers. *American Scientist*, 88(2), 144-151.
- He, Y., Zhou, X., Shi, D., Song, H., Zhang, H., & Shi, J. (2016). New evidence on causal relationship between approximate number system (ANS) acuity and arithmetic ability in elementary-school students: A longitudinal cross-lagged analysis. *Frontiers in Psychology*, 7, 1052. doi:10.3389/fpsyg.2016.0105
- Hernández, R., Fernandez, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. 6ta Edición México. DF: McGraw-Hill Interamericana
- Honoré, N., & Noël, M. P. (2016). Improving preschoolers' arithmetic through number magnitude training: The impact of non-symbolic and symbolic training. *PloS one*, 11(11), e0166685.

- Hornung, C., Schiltz, C., Brunner, M., & Martin, R. (2014). Predicting first-grade mathematics achievement: The contributions of domain-general cognitive abilities, nonverbal number sense, and early number competence. *Frontiers in psychology*, 5, 272.
- Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews Neuroscience*, 6(6), 435-448.
- Hyde, D. C., Boas, D. A., Blair, C., & Carey, S. (2010). Near-infrared spectroscopy shows right parietal specialization for number in pre-verbal infants. *Neuroimage*, 53(2), 647-652.
- Inglis, M., & Gilmore, C. (2014). Indexing the approximate number system. *Acta Psychologica*, 145, 147-155
- Inglis, M., Attridge, N., Batchelor, S. & Gilmore, C. Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: But only in children (2011). *Psychon Bull Rev* 18, 1222–1229. <https://doi.org/10.3758/s13423-011-0154-1>
- Isaacs, E. B., Edmonds, C. J., Lucas, A., & Gadian, D. G. (2001). Calculation difficulties in children of very low birthweight: a neural correlate. *Brain*, 124(9), 1701-1707.
- Izard, V., Dehaene-Lambertz, G., & Dehaene, S. (2008). Distinct cerebral pathways for object identity and number in human infants. *PLoS biology*, 6(2).
- Jang, S., & Cho, S. (2016). The acuity for numerosity (but not continuous magnitude) discrimination correlates with quantitative problem solving but not routinized arithmetic. *Current Psychology*, 35(1), 44-56.
- Jensen, E. M., Reese, E. P., & Reese, T. W. (1950). The subitizing and counting of visually presented fields of dots. *The Journal of Psychology*, 30(2), 363-392.
- Jevons, W. S. (1871). The Power of Numerical Discrimination, *Nature*, 1871, III (281-282).
- Kaufman, E., Lord, M., Reese, T., and Volkman, J. (1949). The Discrimination of Visual Number. *The American Journal of Psychology*. 62(4), 498-525. DOI: 10.2307/1418556.
- Kazui, H., Kitagaki, H., & Mori, E. (2000). Cortical activation during retrieval of arithmetical facts and actual calculation: a functional magnetic resonance imaging study. *Psychiatry and Clinical Neurosciences*, 54(4), 479-485.
- Khanum, S., Hanif, R., Spelke, E. S., Berteletti, I., & Hyde, D. C. (2016). Effects of non-symbolic approximate number practice on symbolic numerical abilities in Pakistani children. *PLoS One*, 11(10).

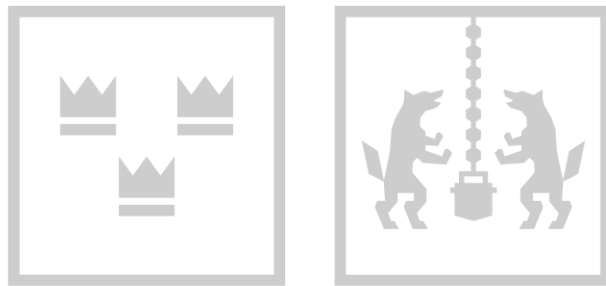
- Klein, E., Moeller, K., Glauche, V., Weiller, C., & Willmes, K. (2013). Processing pathways in mental Arithmetic—Evidence from probabilistic fiber tracking. *PLoS One*, 8(1).
- Krueger, L. E. (1982). Single judgments of numerosity. *Perception & Psychophysics*, 31(2), 175-182.
- Kutter, E. F., Bostroem, J., Elger, C. E., Mormann, F., & Nieder, A. (2018). Single neurons in the human brain encode numbers. *Neuron*, 100(3), 753-761.
- Leibovich-Raveh, T., Lewis, D. J., Kadhim, S. A. R., & Ansari, D. (2018). A new method for calculating individual subitizing ranges. *Journal of Numerical Cognition*, 4(2), 429-447.
- Liang, X., Yin, Y., Kang, J., & Wang, L. (2022). Can training in the approximate number system improve the informal mathematics ability of preschoolers? *Acta Psychologica*, 228, 103638.
- Libertus, M. E. (2019). Understanding the link between the approximate number system and math abilities. In *Cognitive foundations for improving mathematical learning*. Academic Press, 91-106
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Is Approximate Number Precision a Stable Predictor of Math Ability? *Learning and individual differences*, 25, 126-133.
- Libertus, M., Odic, D., Feigenson, L., & Halberda, J. (2016). The precision of mapping between number words and the approximate number system predicts children's formal math abilities. *Journal of experimental child psychology*, 150, 207-226
- Libertus, M. E., Pruitt, L. B., Woldorff, M. G., & Brannon, E. M. (2009). Induced alpha-band oscillations reflect ratio-dependent number discrimination in the infant brain. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 21(12), 2398-2406.
- Libertus, M. E., Odic, D., & Halberda, J. (2012). Intuitive sense of number correlates with math scores on college-entrance examination. *Acta psychologica*, 141(3), 373-9.
- Libertus, M. E., Odic, D., Feigenson, L., & Halberda, J. (2020). Effects of visual training of approximate number sense on auditory number sense and school math ability. *Frontiers in psychology*, 2085.
- Lindskog, M., Winman, A., & Juslin, P. (2014). The association between higher education and approximate number system acuity. *Frontiers in Psychology*, 5, 462.

- Liu, Y., & Wong, T. T. Y. (2020). The growth rates of dot enumeration ability predict mathematics achievements: A 5-year longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology*, *90*(3), 604-617.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense: Large-number discrimination in human infants. *Psychological science*, *14*(5), 396-401.
- Luciano, M., Wright, M. J., Geffen, G. M., Geffen, L. B., Smith, G. A., & Martin, N. G. (2004). A genetic investigation of the covariation among inspection time, choice reaction time, and IQ subtest scores. *Behavior genetics*, *34*(1), 41-50.
- Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2011). Numerical ordering ability mediates the relation between number-sense and arithmetic competence. *Cognition*, *121*(2), 256-261.
- Macizo, P., Colomé, A., García-Orza, J., & Herrera, A. *Cognición numérica*. En Tudela, P. (2016). *Mente y Cerebro* (2016). (pp. 351-379)
- Malone, S. A., Heron-Delaney, M., Burgoyne, K., & Hulme, C. (2019). Learning correspondences between magnitudes, symbols and words: Evidence for a triple code model of arithmetic development. *Cognition*, *187*, 1-9.
- Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: an analysis of its component processes. *Journal of experimental psychology: general*, *111*(1), 1.
- Messina, A., Potrich, D., Schiona, I., Sovrano, V. A., & Vallortigara, G. (2021). The sense of number in fish, with particular reference to its neurobiological bases. *Animals*, *11*(11), 3072.
- Messina, A., Potrich, D., Schiona, I., Sovrano, V. A., Fraser, S. E., Brennan, C. H., & Vallortigara, G. (2020). Response to change in the number of visual stimuli in zebrafish: A behavioural and molecular study. *Scientific reports*, *10*(1), 1-11.
- McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, *44*(1-2), 107-157.
- McCrory, C., & Cooper, C. (2007). Overlap between visual inspection time tasks and general intelligence. *Learning and Individual Differences*, *17*(2), 187-192.
- Miletto Petrazzini, M. E., & Agrillo, C. (2016). Turning to the larger shoal: are there individual differences in small-and large-quantity discrimination of guppy? *Ethology Ecology & Evolution*, *28*(2), 211-220.
- Mock, J., Huber, S., Bloechle, J., Dietrich, J. F., Bahnmüller, J., Rennig, J. & Moeller, K. (2018). Magnitude processing of symbolic and non-symbolic proportions: an fMRI study. *Behavioral and Brain Functions*, *14*(1), 9.

- Nelson, C. A., & Gabard-Durnam, L. J. (2020). Early adversity and critical periods: neurodevelopmental consequences of violating the expectable environment. *Trends in neurosciences*, *43*(3), 133-143.
- Nieder, A. (2016). The neural code for number. *Nature Reviews Neuroscience*, *17*(6), 366.
- Nieder, A. (2020). Neural constraints on human number concepts. *Current opinion in neurobiology*, *60*, 28-36.
- Nieder, A., & Miller, E. K. (2004). A parieto-frontal network for visual numerical information in the monkey. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *101*(19), 7457-7462.
- Norris, J. E., & Castronovo, J. (2016). Dot display affects approximate number system acuity and relationships with mathematical achievement and inhibitory control. *PLoS One*, *11*(5).
- Norris, J. E., Clayton, S., Gilmore, C., Inglis, M., & Castronovo, J. (2019). The measurement of approximate number system acuity across the lifespan is compromised by congruency effects. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *72*(5), 1037-1046.
- Nys, J., Ventura, P., Fernandes, T., Querido, L., Leybaert, J., & Content, A. (2013). Does math education modify the approximate number system? A comparison of schooled and unschooled adults. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*(1), 13-22.
- Park, J., & Brannon, E. M. (2014). Improving arithmetic performance with number sense training: an investigation of underlying mechanism. *Cognition*, *133*(1), 188–200. doi: 10.1016/j.cognition.2014.06.011
- Piazza, M., Mechelli, A., Butterworth, B., & Price, C. J. (2002). Are subitizing and counting implemented as separate or functionally overlapping processes? *Neuroimage*, *15*(2), 435-446.
- Pires, A., Vásquez, A., Carboni, A., y Maiche, A. (2014). *Percepción Visual*. En Redolar, D. (2014). *Neurociencia Cognitiva*. (pp. 517-531). Madrid, España. Editorial Médica Panamericana.
- Pomé, A., Anobile, G., Cicchini, G. M., & Burr, D. C. (2019). Different reaction-times for subitizing, estimation, and texture. *Journal of Vision*, *19*(6), 14-14.
- Price, G. R., Palmer, D., Battista, C., & Ansari, D. (2012). Nonsymbolic numerical magnitude comparison: Reliability and validity of different task variants and

- outcome measures, and their relationship to arithmetic achievement in adults. *Acta psychologica*, 140(1), 50-57
- Reeve, R., Reynolds, F., Humberstone, J., & Butterworth, B. (2012). Stability and change in markers of core numerical competencies. *Journal of Experimental Psychology: General*, 141(4), 649.
- Reigosa-Crespo, V., González-Alemañy, E., León, T., Torres, R., Mosquera, R. (2013). Numerical Capacities as Domain-Specific Predictors beyond Early Mathematics Learning: A Longitudinal Study. *PLoS ONE* 8(11): e79711. doi: 10.1371/journal.pone.0079711
- Reynvoet, B., Ribner, A. D., Elliott, L., Van Steenkiste, M., Sasanguie, D., & Libertus, M. E. (2021). Making sense of the relation between number sense and math. *Journal of Numerical Cognition*, 7(3), 308-327.
- Rodríguez, J. O., Corral, S. S. R., Matilla, L., Fernández, M. D. R. S., Méndez, D. M., & Verschaffel, L. (2017). Marcadores nucleares de la competencia aritmética en preescolares. *Psychology, Society & Education*, 9(1), 121-134.
- Reykin, S., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., y Dehane, S. (2008). Does Subitizing Select Numerical Estimation? *Association for Psychological Science*. 19(6), 607-614
- Rüdiger, W. & Deza, L. (1973). *Fisiología de los Receptores Sensoriales*. Lima-Perú. Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Rugani, R., Platt, M. L., Chen, Z., & Brannon, E. M. (2022). Relative numerical middle in rhesus monkeys. *Biology Letters*, 18(2), 20210426.
- Scalise, N. R., & Purpura, D. J. (2022). Numerical development in preschool: Examining potential mediators of children's approximate number system and mathematics achievement. *Journal of Educational Psychology*, 114(5), 1192.
- Serra-Grabulosa, JM. (2015). Representación Numérica. *En Neurociencia Cognitiva* (pp. 517-529). Editorial Médica Panamericana.
- Starkey, P., Spelke, E. S., & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36(2), 97-127.
- Sokolowski, H. M., Hawes, Z., Peters, L., & Ansari, D. (2021). Symbols are special: an fMRI adaptation study of symbolic, nonsymbolic, and non-numerical magnitude processing in the human brain. *Cerebral cortex communications*, 2(3), tgab048.
- Szkudlarek, E., Park, J., & Brannon, E. M. (2021). Failure to replicate the benefit of approximate arithmetic training for symbolic arithmetic fluency in adults. *Cognition*, 207, 104521.

- Temple, E., & Posner, M. I. (1998). Brain mechanisms of quantity are similar in 5-year-old children and adults. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 95(13), 7836-7841.
- Thompson, R. (2009). Habituation: A History. *Neurobiol Learn Mem.* 92(2), 127-134. DOI: 10.1016/j.nlm.2008.07.011
- Thurstone, L. L., & Thurstone, T. G. (1941). *Factorial studies of intelligence*. Psychometric monographs.
- Trick, L. M., & Pylyshyn, Z. W. (1993). What enumeration studies can show us about spatial attention: evidence for limited capacity preattentive processing. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 19(2), 331.
- Ugarriza, N., & Palma, S. (1999). Estandarización del Test de Aptitudes Mentales Primarias (PMA) en escolares de Lima Metropolitana. *Scientia*, 1(1), 97-112.
- Vargas Ríos, G. A. (2010). *Relación entre el rendimiento académico y la ansiedad ante las evaluaciones en los alumnos del primer año de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de la Amazonía Peruana: ciclo 2009-I*.
- Vickers, D., Nettelbeck, T., & Willson, R. J. (1972). Perceptual indices of performance: the measurement of 'inspection time' and 'noise' in the visual system. *Perception*, 1(3), 263-295.
- Vogel, S. E., Goffin, C., & Ansari, D. (2015). Developmental specialization of the left parietal cortex for the semantic representation of Arabic numerals: an fMR-adaptation study. *Developmental Cognitive Neuroscience*, 12, 61-73.
- Wang, J., Halberda, J., & Feigenson, L. (2017). Approximate number sense correlates with math performance in gifted adolescents. *Acta psychologica*, 176, 78-84.
- Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive psychology*, 24(2), 220-251.
- Xu, F., & Arriaga, R. (2007). Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology*. 25, 103–108
- Xu, F., Spelke, E. S., & Goddard, S. (2005). Number sense in human infants. *Developmental science*, 8(1), 88-101.
- Zhang, Y., Ma, Y., Zhao, J., Zhou, X., & Shao, Y. (2022). Role of visual form perception in the relationship between approximate number system and arithmetical fluency. *Advances in Psychological Science*, 30(6), 1242



**ANEXOS**



# ANEXO N° 1: CONSENTIMIENTO INFORMADO

## CONSENTIMIENTO INFORMADO

Este documento tiene como propósito brindar una explicación clara y comprensible del objeto que tiene la participación de informantes en el proceso de recogida de información con fines académicos. La participación es estrictamente voluntaria. La información que se recoja será confidencial y no se utilizará para propósitos distintos a los de esta investigación.

Nombres y apellidos del(os) investigador(es):  
*Jorge Luis Florián Alva.*

Denominación de la Investigación:  
*Subitización, Numerosidad y Cálculo exacto en estudiantes universitarios de 16 a 19 años.*

Breve explicación del propósito que tiene el estudio llevado a cabo y la necesidad de recoger información:

*La prueba consiste en la aplicación de 3 pruebas:*

- 1) Subitización, esta prueba evalúa la capacidad de establecer de manera exacta, rápida y sin contar el número de elementos en un conjunto de hasta 6 elementos.*
- 2) Numerosidad, esta prueba evalúa la capacidad de estimar el número de elementos en una matriz mayor a 6 elementos.*
- 3) Cálculo exacto, esta prueba evalúa la capacidad de realizar operaciones aritméticas de forma eficiente.*

Instrumentos que serán aplicados:

- *Prueba de Subitización*
- *Prueba de Numerosidad*
- *Prueba de Habilidades Numéricas, subtest del PMA (Aptitudes Mentales Primarias)*

*Descripción del procedimiento que se llevará a cabo para la administración y/o aplicación de estos instrumentos:*

- 1. En la prueba de subitización en un ordenador se presentará un conjunto de puntos negros en un fondo blanco, estos se presentarán de forma aleatoria, pudiendo ser estos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, o 10 puntos. La respuesta consiste en identificar el número de puntos mostrados.*
- 2. En la prueba de Numerosidad en un ordenador se presentarán un conjunto de puntos, algunos de ellos serán de color amarillo y otros de color azul. La respuesta consiste en establecer que color de puntos se encuentran en mayor cantidad.*
- 3. En la prueba de Habilidad Numérica en un ordenador se presentarán una serie de sumas. La respuesta consiste en señalar si el resultado para cada una de ellas es correcto o incorrecto.*

**Importante:**

Las evidencias impresas, tendrán una vigencia correspondiente con la presentación del informe final. Esto implica su eliminación una vez concluido el proceso que corresponde a estos fines. Se atenderán las dudas o inquietudes de los participantes, otorgándoles el derecho a retirarse o a continuar con el proceso llevado a cabo.

---

### REGISTRO DE LA PARTICIPACIÓN VOLUNTARIA

Nombre del Participante

Firma del Participante

Fecha

## ANEXO N° 2: SOLICITUD DE AUTORIZACIÓN PARA APLICACIÓN DE PRUEBAS



Lima, 01 de septiembre del 2017

Sr. Juan Carlos García Vargas  
Director Estudios Generales Ulima

Mediante la presente, solicito a usted me autorice la aplicación de instrumentos de evaluación, en estudiantes de Estudios generales, relacionados a mis estudios de maestría en "Neurociencia y Educación, realizados en el Instituto Cerebrum en convenio con la Universidad Antonio Ruiz de Montoya.

La investigación concierne al tema de Sentido Numérico, siendo el título "Subitización, Numerosidad y Cálculo exacto en Universitarios de 18 a 20 años".

Asimismo, le manifiesto mi compromiso en mantener la confidencialidad de los resultados, así como el origen de la muestra.

De antemano, gracias por su atención.

Atentamente

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Jorge Florián Alva".

Jorge Florián Alva

Docente Estudios Generales